

# 自由曲面的慢刀伺服车削轨迹优化

张琦, 薛常喜\*

长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

**摘要** 慢刀伺服(STS)车削技术是加工自由曲面光学元件的一种有效方法。但是在慢刀伺服车削过程中,面形的矢高和口径大小会影响加工精度。针对这种情况,通过研究慢刀伺服车削等弧长法和等角度法的线性化误差趋势,提出了一种先等弧长、后等角度的组合车削轨迹优化方法。为实现车削轨迹的合理规划,对新的车削轨迹衔接点的选取进行了优化设计,利用 MATLAB 软件以正弦网格曲面为例进行仿真,结果表明该车削轨迹优化方法能够有效提高其面形精度。

**关键词** 光学设计; 慢刀伺服车削; 自由曲面; 线性化误差; 车削轨迹

**中图分类号** O439; TH161

**文献标志码** A

**doi:** 10.3788/LOP57.052203

## Optimization of Tool Path Generation for Freeform Surface by Slow Tool Servo Diamond Turning

Zhang Qi, Xue Changxi\*

*School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China*

**Abstract** Slow tool servo (STS) diamond turning technology is an effective method to process freeform surface optical elements. However, in the process of slow tool servo turning, the machining accuracy is affected by the sagittal height and caliber of the surface. Aiming at this situation, by studying the linearization error trend of the constant-angle and constant-arc methods in STS diamond turning, a tool path generation optimization method combining the constant-arc and constant-angle methods is proposed. In order to realize the reasonable planning of the tool path, joint point selection of the new tool path is optimized. The simulation is applied to the sinusoidal grid surface with MATLAB, and the result shows that the tool path optimization method can effectively improve the surface accuracy.

**Key words** optical design; slow tool servo diamond turning; freeform surface; linearization error; tool path

**OCIS codes** 220.1920; 120.4610; 240.6700

## 1 引言

自由曲面光学元件与传统的球面、非球面相比具有很多优点,主要在头盔显示器<sup>[1]</sup>、望远镜<sup>[2]</sup>、空间探测<sup>[3]</sup>等光学系统中得到了广泛的应用,但由于自由曲面光学元件面形复杂,加工难度大,限制了其应用<sup>[4-7]</sup>。自由曲面光学元件常采用快刀伺服和慢刀伺服车削技术进行加工。快刀伺服车削技术具有加工精度高、效率高等特点,已经应用在微透镜阵列

等自由曲面光学元件车削加工中,但由于伺服装置的行程一般小于 1 mm,因此加工范围受到限制<sup>[8-10]</sup>。慢刀伺服车削技术是加工自由曲面光学元件常用的一种方法,但由于自由曲面面形复杂,需要确定合适的车削轨迹,才能有效提高自由曲面光学元件的面形精度<sup>[11-12]</sup>。关朝亮等<sup>[13]</sup>利用慢刀伺服车削技术对自由曲面面形加工的车削轨迹进行了研究,提出采用稳定 X 轴的刀具半径补偿方案;同样对于车削轨迹规划研究,于慧娟<sup>[14]</sup>提出等角度与

收稿日期: 2019-10-15; 修回日期: 2019-10-25; 录用日期: 2019-10-30

基金项目: 吉林省重点科技研发项目(20180201030GX)

\* E-mail: xcx272479@sina.com

等弧长组合法,采用两种方法生成的轨迹点沿着 $Z$ 方向步距增量相等的点,作为组合法衔接点,研究中未对衔接点处的误差进行分析,也未考虑衔接后的车削轨迹是否满足正常加工要求,目前对这种组合车削轨迹的规划方法研究较少。本文主要针对等弧长法和等角度法组合衔接点进行研究,分析了等弧长法和等角度法生成刀具轨迹的线性化误差趋势,详细说明组合法衔接点的选取方法,使用 MATLAB 对其进行仿真分析,表明使用提出的衔接点生成的组合车削轨迹可以提高自由曲面的面形精度。

## 2 慢刀伺服车削及刀具轨迹生成

刀具轨迹生成是自由曲面单点金刚石车削加工中的关键环节,精确的刀具轨迹是保证单点金刚石车削超精密加工完成的基础<sup>[15-16]</sup>。机床的结构一般采用 T 型布局,如图 1 所示,利用 C、X、Z 三轴联动的方式实现自由曲面光学元件的加工,车床整体由 X 轴、Z 轴两个直线进给轴及一个旋转轴 C 轴组成。旋转轴 C 轴上固定加工工件且处于 X 轴之上,Z 轴安装刀具。在加工过程中,刀具相对工件以螺旋曲线轨迹运动,同时 Z 轴作精确的往复运动。

慢刀伺服加工技术与快刀伺服加工技术相类

似,但也有不同之处。快刀伺服车削技术中,刀架的控制与 X 轴、C 轴的控制是分离的,快刀伺服系统安装在 Z 轴上,获取主轴 C 轴和 X 轴的位置信息并将其传输到快刀伺服系统中,Z 轴根据获得的位置信息作出相应的运动。慢刀伺服车削技术中,采用 X、Z、C 三轴联动的方式进行加工,仅使用 Z 轴带动刀具作往复运动,并不采用任何附加伺服装置,因此慢刀伺服车削相对于快刀伺服车削更适用于加工大口径、矢高变化大的自由曲面。

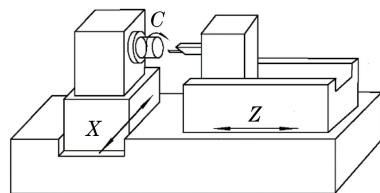


图 1 慢刀伺服车床

Fig. 1 Slow tool servo turning lathe

慢刀伺服车削加工自由曲面光学元件常用确定车削点的方法有等角度法和等弧长法。等角度法是指任意相邻两切削点之间构成的圆弧所对应的圆心角是相等的,等角度法生成的车削点分布如图 2(a)所示。等弧长法是指任意相邻两切削点之间构成的圆弧所对应的弧长是相等的,等弧长法生成的车削点分布如图 2(b)所示。

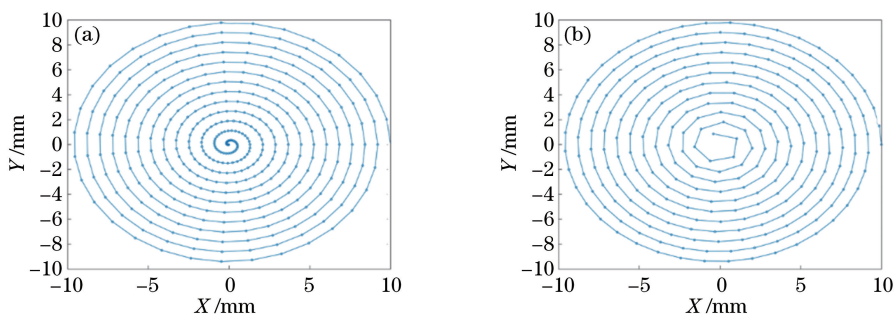


图 2 刀具车削轨迹。(a)等角度法;(b)等弧长法

Fig. 2 Tool turning path. (a) Constant-angle method; (b) constant-arc method

曲面生成过程中,刀具在 X-Y 平面的车削轨迹为阿基米德螺旋线。图 3(a)中车削点的位置可以表示为

$$X = R_t \cos \theta_t, \quad (1)$$

$$Y = R_t \sin \theta_t, \quad (2)$$

$$R_t = R - vt/60, \quad (3)$$

$$\theta_t = \theta t, \quad (4)$$

式中: $R$  为工件半径; $R_t$  为车削点到工件中心的距离; $\theta_t$  为车削点相对于 X 轴的夹角; $v$  为刀具径向进给速度; $t$  为车削时间。

代入切削点坐标  $(X, Y)$  可得到图 3(b) 中车削

轨迹,

$$Z = f(X, Y). \quad (5)$$

## 3 车削轨迹规划

### 3.1 车削轨迹线性化误差

曲面生成已不再只是刀具路径的生成,同时也是不同车削方式优化面形精度的必要工具。传统的慢刀伺服车削过程中,自由曲面常在加工后进行评定判断,使加工表面存在不满足加工精度要求的风险,因此提出的车削线性化误差可以用来评价加工后的自由曲面是否满足要求,从而提高曲面面形精度。

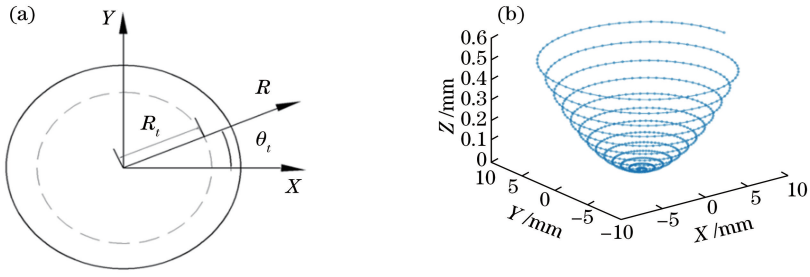


图3 自由曲面车削点分布。(a)车削点坐标系;(b)车削轨迹分布

Fig. 3 Cutting points distribution of freeform surface. (a) Coordinate system of cutting points; (b) cutting path distribution

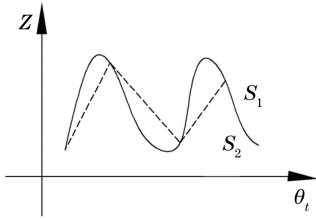


图4 理想与实际车削轨迹

Fig. 4 Ideal and actual cutting trajectories

理想情况下的车削轨迹是一条连续光滑的曲线,但实际情况是所有切削点连接成的一段段折线组成的车削轨迹,每相邻两个切削点近似逼近所对应的曲线,因而在实际车削轨迹与理想车削轨迹

之间的偏差称为切削线性化误差,如图4所示。曲线  $S_1$  为理想车削轨迹,曲线  $S_2$  为实际车削轨迹。

如图5所示,设待加工曲面方程为  $Z = f(x)$ ,点  $i$  和  $i+1$  为实际切削轨迹的两个相邻待车削点。理想车削轨迹上,从待加工点  $i$  开始到待加工点  $i+1$  依次取点作到横轴的垂线,可以用公式  $\Delta Z = S_1 - S_2$  求出理想车削轨迹与实际车削轨迹在  $Z$  轴上的偏差  $\Delta Z$ 。待加工点  $i$  到待加工点  $i+1$  间所有点的车削线性化误差  $h$  为

$$h = \Delta Z \cos \varphi. \quad (6)$$

对整个螺旋车削轨迹上所有的车削点进行计算,就可以求出整个曲面的周向轮廓误差值。

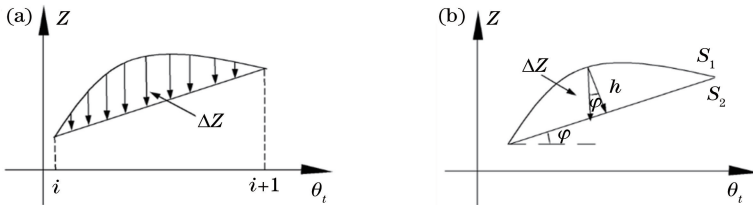


图5 线性化误差原理图。(a)实际车削轨迹与理想车削轨迹差值;(b)线性化误差值

Fig. 5 Schematic of linearization error. (a) Difference between the actual cutting path and the ideal cutting path; (b) linearization error value

根据等角度法和等弧长法螺旋线上点的分布,可知等角度法生成的车削轨迹,在工件外围的加工点分布稀疏,越靠近工件中心,加工点分布越密集。因此,相邻两点之间构成的圆弧所对应的弧长在逐

渐减小。等弧长法生成的车削点在工件外围均匀分布,越靠近工件中心,加工点越稀疏,相邻两点之间构成的圆弧所对应的角度逐渐增大。如图6所示,以 Zernike 自由曲面为例,图6(a)和(b)分别为两种

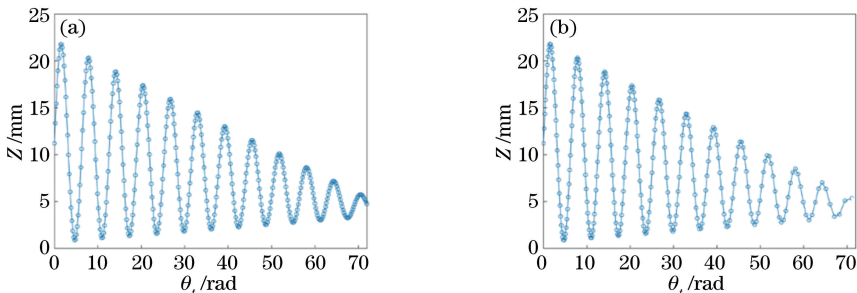


图6 车削轨迹展开曲线。(a)等角度法;(b)等弧长法

Fig. 6 Expansion curve of cutting path. (a) Constant-angle method; (b) constant-arc method

方法按角度展开的车削点轨迹分布曲线。从图6可以看到,两种方法生成的车削点在相同角度位置分布不同,随着角度的增加,等角度法车削点分布越来越密集,而等弧长法车削点分布越来越稀疏。

根据线性化误差计算原理可知,线性化误差的大小主要取决于车削方向上理想车削轨迹与实际车削轨

迹之间的距离,两个相邻车削点的距离越小,线性化误差越小。图7为几种典型自由曲面的面形图和自由曲面对应的车削点按车削角度展开的线性化误差曲线,由图可知,等角度法中整个待加工曲面的线性化误差随着车削角度的增加,整体误差在逐渐减小,而等弧长法中待加工曲面的线性化误差变化趋势正好相反。

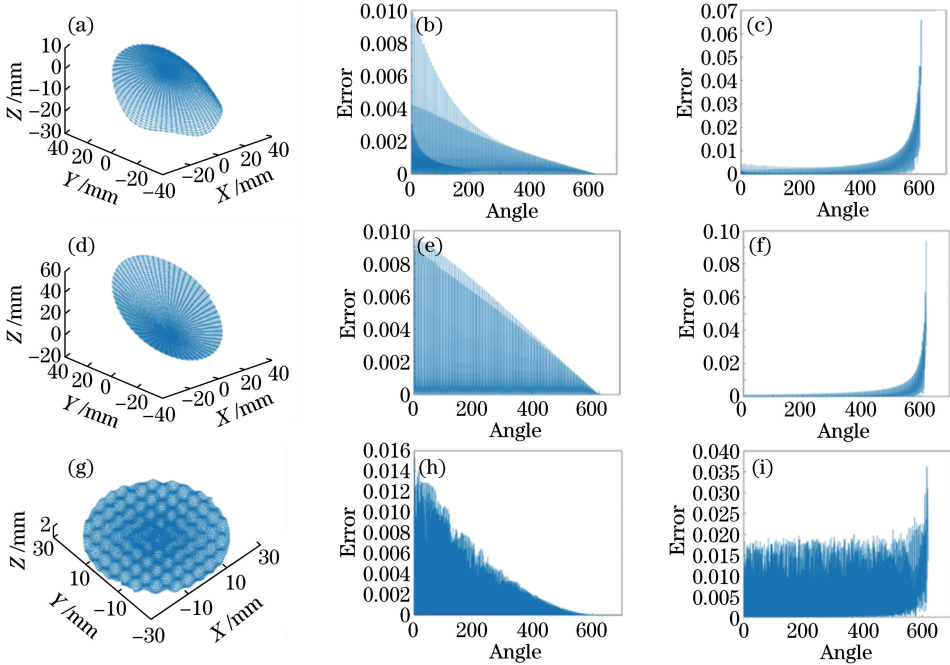


图7 自由曲面面形和线性化误差曲线。(a)(d)(g) XY 多项式、Zernike 多项式、正弦网格的面形;(b)(c) XY 多项式等角度法和等弧长法线性化误差曲线;(e)(f) Zernike 多项式等角度法和等弧长法线性化误差曲线;(h)(i) 正弦网格等角度法和等弧长法线性化误差曲线

Fig. 7 Freeform surfaces and linearization error curves. (a)(d)(g) Surfaces of XY polynomial, Zernike polynomial, and sinusoidal grid; (b)(c) XY polynomial linearization error curves of constant-angle and constant-arc methods; (e)(f) Zernike polynomial linearization error curves of constant-angle and constant-arc methods; (h)(i) sinusoidal grid linearization error curves of constant-angle and constant-arc methods

根据上述两种方法生成车削轨迹存在的缺点,选择小角度、短弧长进行加工,以减小车削轨迹线性化误差,但等角度法的角度选择过小,工件中心部分车削点密集,在实际加工中会造成加工跳点,而采用短弧长加工,保证工件中心部分面形精度,但工件表面车削点增加,降低整体工作效率。为提高自由曲面的面形精度,提出一种车削轨迹规划的方法来避免两种方法的缺点。

### 3.2 车削轨迹优化

根据等角度法和等弧长法线性化误差分布的特点,采用先等弧长法、后等角度法相结合的车削方法作为新的车削轨迹,这样可以避免两种方法因车削点分布不均匀造成的局部误差偏大的缺点。但生成的车削轨迹是连续的螺旋线,所以确定轨迹衔接点的位置是新的车削轨迹优化法的关键。目前,提出

的车削轨迹组合优化法衔接点的选取存在一定的局限性。

由于等角度法和等弧长法生成车削点的位置分布不同,衔接点的选取需要保持原始的等距螺旋轨迹不变,同时又能满足正常加工。因此采用选择满足上述两种车削轨迹在相同角度内误差的差值最小且衔接后整体的线性化误差最小的点作为衔接点。该方法是在原始等角度法和等弧长法产生的等距螺旋线的基础上,分别计算两者的线性化误差值,根据上述获得的规律,将等距螺旋线以车削角度展开为二维曲线并进行多项式拟合,确定拟合曲线的交叉位置,即组合法的衔接点。取此位置之前对应的等弧长法螺旋线和此位置之后对应的等角度法螺旋线进行组合,生成新的车削轨迹。

利用 MATLAB 进行计算,用等角度法生成车

削点的线性化误差值依次减去等弧长法生成车削点的线性化误差值,选择相同角度内误差差值最小值对应的车削轨迹的车削点作为两种方法误差的转换点。设待加工自由曲面  $Z = f(X, Y)$ , 误差差值最小点  $E_z(\theta_t)_{\min}$  可以表示为

$$E_z(\theta_t) = |E_{\text{deg}}(\theta_t) - E_{\text{arc}}(\theta_t)|, \quad (7)$$

$$E_z(\theta_t)_{\min} = \min\{E_z(\theta_t)_1, E_z(\theta_t)_2, \dots, E_z(\theta_t)_n\}, \quad (8)$$

式中:  $E_{\text{deg}}(\theta_t)$  为等角度法线性化误差点;  $E_{\text{arc}}(\theta_t)$  为等弧长法线性化误差点;  $E_z(\theta_t)$  为等角度法与等弧长法线性化误差的差值。

由于自由曲面的面形变化不规则,因此相同角度内的线性化误差差值最小点会有多个重复值,无法找到满足条件的唯一衔接点。如图 8 所示,截取待加工 Zernike 自由曲面  $Z = f(X, Y)$  部分线性化误差曲线,图中箭头所指区域有多个值满足在相同角度内的线性化误差差值最小。

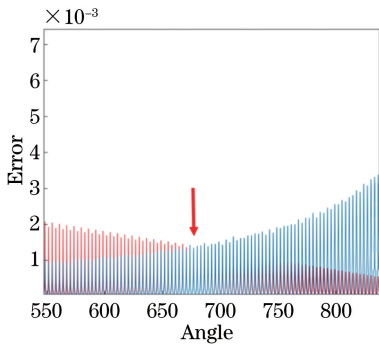


图 8 等弧长法和等角度法线性化误差曲线

Fig. 8 Linearization error curves of constant-arc and constant-angle methods

根据 3.1 节计算等弧长法和等角度法的线性化误差值,利用 MATLAB 软件进行多项式拟合,拟合后的等弧长法线性化误差曲线和等角度法线性化误差曲线分别为一条光滑曲线,且分别与原始的线性化误差曲线变化趋势一致,所以将两条曲线的交点作为新的车削轨迹的衔接点,即在相同角度内误差的差值最小且衔接后整体的线性化误差最小的点作为衔接点。如图 9 所示,实线表示等角度线性化误差值拟合后的曲线,虚线表示等弧长线性化误差值拟合后的曲线,图中黑点标记为两条曲线唯一的交点,因此作为两种方法的衔接点。

## 4 仿真实例

为了验证所提出的车削轨迹规划方法,以正弦网格曲面为例,采用以下参数在 MATLAB 中进行

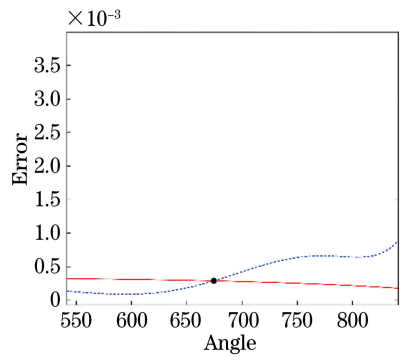


图 9 拟合误差曲线

Fig. 9 Fitting error curves

仿真:待加工工件半径  $R = 30$  mm, 主轴转速  $N = 100$  r/min,  $X$  轴向进给速度  $v = 6$  mm/min, 等角度法采用的角度为  $2^\circ$ , 等弧长法采用的弧长为 0.3 mm。

图 10 所示为利用线性化误差曲线选取衔接点的过程。图 10(a) 中等弧长法和等角度法的线性化误差有多组在相同角度内误差相等的点。图 10(b) 中拟合后的等弧长法误差曲线与等角度法误差曲线在标记处有唯一的交点,作为组合法衔接点。图 10(c) 为两种车削方法结合的线性化误差曲线,结合后的线性化误差最大值明显比两种方法得到的线性化误差最大值小。

车削轨迹优化效果如图 11 所示。图 11(a) 的外部为等弧长法生成的车削轨迹,内部为等角度法生成的车削轨迹。图 11(b) 为图 11(a) 的局部放大图,箭头所指位置为衔接点位置,可知两种方法能在同一圈螺旋线上相同角度位置处进行衔接,组合后的刀具轨迹能够满足正常加工要求。图 11(c) 为组合后的正弦网格曲面刀具轨迹图。

表 1 为相同加工参数条件下,选取不同主轴转速和  $X$  向进给速度得到的仿真数据与上述仿真实例进行对比。第一组数据为仿真实例数据,第二组和第三组为采用不同主轴转速和  $X$  向进给速度得到的仿真数据。从表 1 可知,后两组仿真数据组合后的车削轨迹线性化误差的最大值仍然明显小于原始等角度法和等弧长法的线性化误差的最大值,组合后的车削轨迹线性化误差的最大值比两种方法的线性化误差最大值降低 30%,验证了车削轨迹优化方法的有效性。

## 5 结论

在介绍慢刀伺服切削原理及车削轨迹生成过程的基础上,根据等角度法和等弧长法车削点的分布

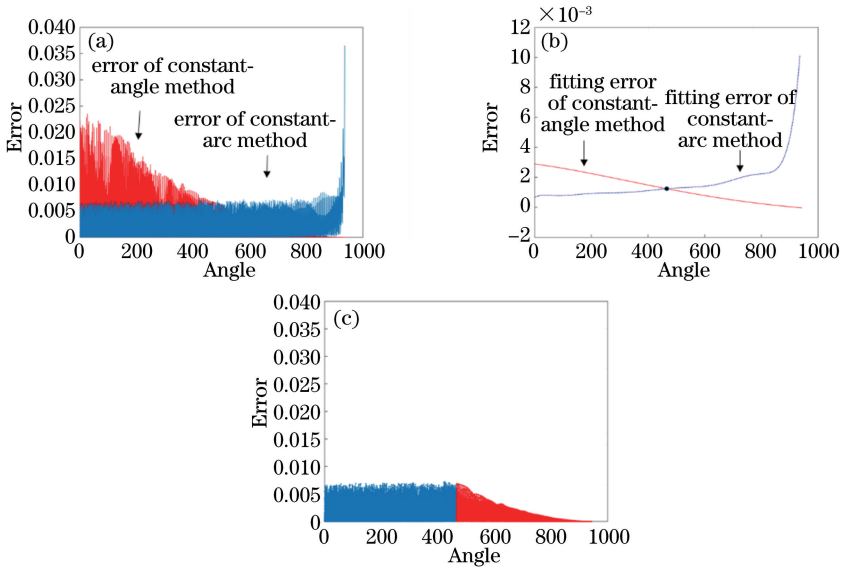


图 10 线性化误差曲线。(a)等弧长法和等角度法；(b)拟合后误差曲线；(c)组合后误差曲线

Fig. 10 Linearization error curves. (a) Constant-arc and constant-angle methods; (b) fitting error curves; (c) error curves of the combination method

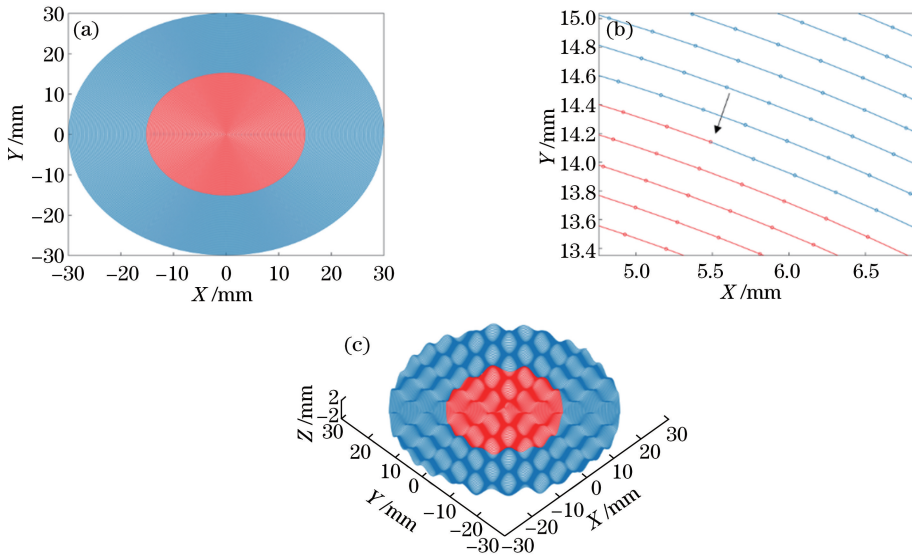


图 11 车削轨迹优化效果图。(a) X-Y 平面车削轨迹优化；(b)车削轨迹局部放大图；(c)正弦网格曲面车削轨迹优化

Fig. 11 Optimization effect of tool path generation. (a) Tool path optimization of X-Y plane; (b) partial enlargement of the tool path; (c) tool path optimization of sinusoidal grid surface

表 1 不同车削轨迹对应正弦网格曲面的最大线性化误差

Table 1 Maximum linearization errors of sinusoidal grid surface for different tool paths

Spindle speed / ( $r \cdot \text{min}^{-1}$ )	Feed rate / ( $\text{mm} \cdot \text{min}^{-1}$ )	Error of combined method /mm	Error of constant-arc method /mm	Error of constant-angle method /mm
100	6	0.0072	0.0365	0.0235
120	6	0.0073	0.0237	0.0234
120	4	0.0073	0.0297	0.0235

特点可知,等角度法中随着车削角度的增加,整个待加工曲面的线性化误差逐渐减小,而等弧长法中待加工曲面的线性化误差变化趋势正好相反。因此提

出了一种先等弧长法、后等角度法组合的车削轨迹优化方法。该方法针对衔接点的选取,通过多项式拟合等弧长法和等角度法线性化误差曲线,选取拟

合曲线的交点作为两种方法的衔接点。仿真结果表明,组合后的车削轨迹线性化误差的最大值比两种方法的线性化误差最大值降低 30%。与传统的方法相比,提出的组合优化车削轨迹能够提高待加工自由曲面的面形精度,对大口径、矢高大的自由曲面加工具有重要意义。

## 参 考 文 献

- [1] Ye J F, Xu K D, Yang M Z, et al. Design of off-axis head-mounted display optical system based on two reflective optical free-form surfaces[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(7): 0722003.  
叶井飞, 徐凯迪, 杨明珠, 等. 基于自由曲面的离轴两反头戴显示光学系统设计[J]. *光学学报*, 2018, 38(7): 0722003.
- [2] Guan S, Wang C, Tong S F, et al. Optical antenna design of off-axis two-mirror reflective telescope with freeform surface for space laser communication[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2017, 46(12): 1222003.  
关姝, 王超, 佟首峰, 等. 空间激光通信离轴两镜反射望远镜自由曲面光学天线设计[J]. *红外与激光工程*, 2017, 46(12): 1222003.
- [3] Ni D W, Li X Y, Yang M Y, et al. Large field of view space-based optical detection system based on freeform surfaces[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 1122003.  
倪栋伟, 李旭阳, 杨明洋, 等. 基于自由曲面的大视场天基探测光学系统[J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 1122003.
- [4] Jiang X, Scott P, Whitehouse D. Freeform surface characterisation-a fresh strategy[J]. *CIRP Annals*, 2007, 56(1): 553-556.
- [5] Fang F Z, Zhang X D, Hu X T. Cylindrical coordinate machining of optical freeform surfaces[J]. *Optics Express*, 2008, 16(10): 7323-7329.
- [6] Kenneth G, Bruegge T, Hoffman J, et al. Design tools for freeform optics[J]. *Proceedings of SPIE*, 2005, 5874: 58740A.
- [7] Xu K, Jia Z G, Fang F Z. Measurement of transmission wavefront aberration of freeform spectacle lenses in real viewing condition of human eye[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(2): 0212001.  
徐恺, 贾志刚, 房丰洲. 人眼实际观察状态下的自由曲面眼镜片的透射波前像差测量[J]. *光学学报*, 2018, 38(2): 0212001.
- [8] Zhu L L, Li Z X, Fang F Z, et al. Review on fast

tool servo machining of optical freeform surfaces[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2018, 95: 2071-2092.

- [9] Yu D P, Wong Y S, Hong G S. Optimal selection of machining parameters for fast tool servo diamond turning[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2011, 57: 85-99.
- [10] Kim H S, Kim E J, Song B S. Diamond turning of large off-axis aspheric mirrors using a fast tool servo with on-machine measurement [J]. *Journal of Materials Processing Technology*, 2004, 146(3): 349-355.
- [11] Wu Q H, Sun Y Z, Chen W Q, et al. Theoretical and experimental investigation of spindle axial drift and its effect on surface topography in ultra-precision diamond turning[J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2017, 116: 107-113.
- [12] Li R B, Zhang Z H, Du X, et al. Ultra-precision machining technology of freeform optics and its applications[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2010, 39(1): 110-115.  
李荣彬, 张志辉, 杜雪, 等. 自由曲面光学的超精密加工技术及其应用[J]. *红外与激光工程*, 2010, 39(1): 110-115.
- [13] Guan C L, Dai Y F, Yin Z Q. Freeform surface optical components machining by slow tool servo diamond turning [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(2): 022202.  
关朝亮, 戴一帆, 尹自强. 自由曲面光学元件的慢刀伺服车削加工技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(2): 022202.
- [14] Yu H J. Theoretical and technological research on optical freeform surface of single point diamond ultra-precision turning[D]. Changchun: Jilin University, 2015: 19-30.  
于慧娟. 光学自由曲面单点金刚石超精密车削理论与技术研究[D]. 长春: 吉林大学, 2015: 19-30.
- [15] Guan C L, Tie G P, Yin Z Q. Fabrication of array lens optical component by using of slow tool servo diamond turning[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2009, 31(4): 31-35, 47.  
关朝亮, 铁贵鹏, 尹自强. 光学阵列器件的慢刀伺服车削加工技术[J]. *国防科技大学学报*, 2009, 31(4): 31-35, 47.
- [16] Yin Z Q, Dai Y F, Li S Y, et al. Fabrication of off-axis aspheric surfaces using a slow tool servo [J]. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 2011, 51(5): 404-410.