# 磁流变抛光流场瞬变过程响应时间

杨 $interline{m}^{1*}$ ,宋书飘<sup>1</sup>,张 $interline{m}^{1}$ ,甘 $interline{m}^{1}$ ,黄 $interline{r}^{2,3}$ ,何建国<sup>2</sup>

<sup>1</sup>遵义师范学院工学院,贵州 遵义 563006;

<sup>2</sup>中国工程物理研究院机械制造工艺研究所,四川 绵阳 621900;

<sup>3</sup>中国工程物理研究院超精密加工技术重点实验室,四川成都 610200

摘要 提出一种磁流变抛光瞬变过程多相颗粒流模型,获得了瞬变过程在宏观、介观、微观三个层次的力学关联, 从而建立了基于三向在位力学信号的瞬变过程表征方法,在位、同步、动态地测定了磁流变抛光的三向力学信号, 解决了毫米尺度空间下磁流变抛光液-固界面的在位测量问题。采用屈服强度为 220 kPa、宾汉黏度为 0.07 Pa・s 的高去除率抛光液对 ¢50 mm 的 BK7 超精密平面元件进行磁流变抛光实验,测量得到磁流变抛光流场瞬变响应时 间为 700 ms。

关键词 光学设计;强激光系统;超精密光学加工;磁流变抛光(MRF);瞬变过程;在位测量;响应时间
 中图分类号 TH164 文献标志码 A doi: 10.3788/LOP57.032201

## Response Time of Flow Transient Process of Magnetorheological Finishing

Yang Hang<sup>1\*</sup>, Song Shupiao<sup>1</sup>, Zhang Shuai<sup>1</sup>, Gan Huan<sup>1</sup>, Huang Wen<sup>2,3</sup>, He Jianguo<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Engineering, Zunyi Normal University, Zunyi, Guizhou 563006, China;

 $^{\circ}$  Institute of Mechanical Manufacturing Technology , China Academy of Engineering Physics ,

Mianyang, Sichuan 621900, China;

<sup>3</sup> Key Laboratory of High-Precision Machining Technology, China Academy of Engineering Physics, Chengdu, Sichuan 610200, China

Abstract In this paper, a multiphase particle flow model of the transient process of magnetorheological finishing (MRF) has been proposed. The mechanical relations of the transient processes are obtained at macroscopic, mesoscopic, and microscopic levels. A transient process characterization method based on three-direction *in situ* mechanical signals has also been proposed. The three-direction mechanical signals of the MRF are synchronously and dynamically measured *in situ*. The problem of *in situ* measurements of the liquid-solid interface of the MRF in millimeter-scale space is solved. The high removal rate finishing fluid with a yield strength of 220 kPa and a Bingham viscosity of 0.07 Pa s is used to conduct the MRF experiment on a BK7 ultra-precision planar element of  $\phi$ 50-mm, and the transient response time of the MRF flow is identified to be 700 ms.

Key words optical design; high-power laser system; ultra-precision optical fabrication; magnetorheological finishing; transient process; *in situ* measurement; response time

**OCIS codes** 220.4610; 220.5450; 240.5770

\* E-mail: yhangde@mail.dlut.edu.cn

收稿日期: 2019-07-01; 修回日期: 2019-07-13; 录用日期: 2019-07-23

基金项目:国家"高档数控机床与基础制造装备"科技重大专项"巨型激光装置光学元件超精密制造系统示范工程"课题 (2017ZX04022001)、教育部重点实验室开放基金课题(黔教合 KY 字[2017]385)、贵州省科技计划项目(黔科合平台人才 [2018]5784)、贵州省教育厅青年科技人才成长项目(黔教合 KY 字[2017]249)

## 1引言

用于可约束核聚变的 SG-III 装置<sup>[1-2]</sup>、激光武器的光学系统<sup>[3]</sup>等强激光系统对光学元件有着极为 苛刻的要求:在几何形状方面,需要平面、球面、非球 面、自由曲面等面形,同时要求尺寸具有多样性(常 规口径、极小口径、极大口径等)<sup>[4-5]</sup>;在材料方面,要 求覆盖了远红外、红外、可见光、紫外、极紫外波段的 光学材料,甚至磷酸二氢钾(KDP)等难加工材 料<sup>[6-7]</sup>;性能指标则包括了面形、粗糙度、波纹度,甚 至亚表层损伤等表面完整性指标<sup>[8-9]</sup>。目前,磁流变 抛光(MRF)是一种基本能满足 SG-III 装置对光学 元件需求的技术手段<sup>[10-11]</sup>。

MRF 用于超精密光学元件的面形修正, 仅需 20 h就可以达到约 9 nm(RMS)的表面精度[12],相 对于传统数周到数月的加工时间和对工人技艺的严 重依赖,MRF 在面形收敛的确定性和收敛效率方面 具有较大突破<sup>[13]</sup>。然而,制约 MRF 极限收敛效率 和创成精度提升的因素之一是难以准确评估柔性缎 带对光学元件的去除量[14]。磁流变抛光的瞬变过 程对抛光过程中的去除函数稳定性有着直接的影 响,其动态过程是磁流变抛光高质量强激光光学元 件工艺的稳定性和收敛能力的重要影响因素之一, 对强激光光学元件的最终面形精度(低频、中频面 形)的收敛能力起决定性作用。只有通过进一步弄 清磁流变抛光瞬变过程,才能进一步控制抛光瞬变 过程的工艺稳定性,提升磁流变抛光控制强激光元 件中低频面形的能力。目前工业界和学术界只能通 过使用干涉仪测量抛光斑来开展对去除函数的评 估。过去 20 年间,国内外研究者一直试图从理论上 建立 MRF 抛光区域的微观、介观、宏观力学-材料 去除机制,均未取得满意的结果<sup>[15-19]</sup>。MRF 在抛光 过程中,多种工况条件下均会发生流场的瞬变,对这 一过程的响应时间的评价更为少见。

对 MRF 缎带与光学元件接触区域力学的宏微 观直接测量与识别手段的匮乏是制约 MRF 技术发 展的难题。主要表现在:1)MRF 抛光区域存在高梯 度磁场和高黏度液体,对测量、测试环境易造成干扰 和污染;2)所关注的力学特性区域存在于液-固界 面,空间尺度往往在数毫米之间,难以直接获取; 3)由于超精密平面光学元件的表面精度较高,相应 的夹持要求较高,对工艺装备的设计要求较高。

本文通过分析 MRF 流场瞬变工况,建立基于 多相颗粒流的 MRF 流场瞬变模型。通过理论研 究,建立瞬变过程的表征方法。最后采用高精度力 学传感器、设计特殊的工艺装备和测量系统,以实现 对光学元件 MRF 作用力的在位测量,确定瞬变过 程的响应时间。

### 2 MRF 流场瞬变过程分析

#### 2.1 MRF 流场瞬变工况分析

MRF技术利用羰基铁粉、抛光粉颗粒(氧化铈 颗粒或者金刚石颗粒)以及其他添加剂在基载液(水 或有机油基)中形成稳定的悬浮液,在高梯度磁场的 作用下形成柔性抛光缎带,以去除光学元件(如 BK7或FS元件)<sup>[20]</sup>。在干涉仪测量光学元件初始 面形后,基于驻留时间求解算法和路径规划算法,可 以实现对超精密光学元件面形的确定性收敛<sup>[21]</sup>。

抛光缎带的形成是 MRF 抛光液在梯度磁场下 发生的一种可逆转变。当抛光液处于零场状态时,悬 浮液各组成颗粒充分混合,形成近似均匀分布状态。 MRF 梯度磁场在磁流变液流方向为均匀梯度磁场, 在扫略方向(垂直于流动方向)具有近似高斯分布。 其形成过程受 Maxwell 方程组约束<sup>[22]</sup>,公式为

$$\begin{cases} \nabla \times \frac{1}{\mu} \mathbf{B} = \mathbf{J} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \cdot (\varepsilon \mathbf{E}) = \rho \end{cases}, \qquad (1)$$

式中:ε 和μ分别为电导率和磁导率;E、B、J分别 为电场强度、磁通量密度和电流密度;ρ为总电荷密 度。以 MRF 磁体结构和工作电流参数为前置条 件,可以计算出电磁场形成的工作场强并判定其形 成时间。一般而言,当 MRF 磁体通电时,电流形成 磁场的时间约为 0.4~0.8 ms。

形成稳定缎带后, MRF 流场具有较好的稳定 性。在抛光轮运动学参数、缎带材料性质和工件性 质稳定的情况下, MRF 流场基本保持不变。但是在 缎带切入工件和切出工件的时候, MRF 流场由于在 流动方向的流束流动空间发生变化, 产生流场瞬变。 流场瞬变过程包含如下 6 种工况下的流场瞬变: 顺 流边缘切入、顺流边缘切出、逆流边缘切入、逆流边 缘切出、中心切入和中心切出, 如图 1 所示。

从图 1 可以看出:不论顺流、逆流,还是中心工况,当缎带运动方向为切入时,工件浸入缎带的深度 均增加;当缎带运动方向为切出时,工件浸入缎带的 深度均减小。切入工况下缎带与工件的作用力处于形



图 1 MRF 流场瞬变工况示意图

Fig. 1 MRF flow transient working condition diagram

成过程,切出工况下缎带与工件的作用力处于消亡 过程。

2.2 基于多相颗粒流的 MRF 流场瞬变模型

MRF 流场在上述工况发生瞬变时,涉及铁磁颗 粒链的破坏与重建。在宏观上表现为流场流线的破 坏与重建;在介观表现为铁磁颗粒、抛光粉和基载液 的重构;在微观上,存在纳米颗粒与分子尺度颗粒的 粘连与分离,对宏观和介观过程表现出力学行为的 统计特性。为完整描述瞬变过程,需引入多相颗粒 流模型<sup>[23]</sup>,如图 2 所示。



#### 图 2 MRF 流场瞬变多相颗粒流模型 Fig. 2 Multiphase granular flow model of MRF transient

在宏观层面,MRF 瞬变过程对缎带压力场和剪 切应力场产生了直接的影响,当浸入深度为零时,不 存在压力和剪切应力,当存在浸入深度时,必然存在 一定的压力场和剪切力场。对于 MRF 而言,剪切 力场在材料去除过程中起主要作用。缎带宏观表现 出来的增稠和稀化由所用流体的 Bingham 模型和 流场剪切率γ决定。可以基于连续介质力学对宏观 过程进行描述,主要为 Navier-Stokes 方程和质量守 恒方程。

在介观层面,微观力学决定了有限颗粒元素的 流场。单颗粒的演变过程遵循牛顿第二定律,所有 颗粒、颗粒团与颗粒链之间的相互作用在法向和切 向均会发生,其行为属于弹性力-位移关系、非弹性 变形、塑性位错、固体摩擦和粘弹性阻尼中的一种或 多种的复合,具有非常复杂的力学行为。

微观层面,具有纳米尺度的颗粒发生碰撞与黏

着,其行为受范德瓦耳斯力、电磁斥力和热运动的影响。当 MRF 溶液浓度较高时,团聚现象严重,纳米 颗粒团聚与分离发生率更高;反之,纳米颗粒团聚与 分离发生率降低。MRF 在磁场下为高浓度、高黏度 溶液,其纳米级团聚行为复杂。从图 2 可以看出:当 颗粒间距减小时,颗粒间排斥力增大;当颗粒间距增 大时,相互吸引力逐渐增强。间距过大时,吸引力 减弱。

## 3 瞬变过程力学响应

#### 3.1 响应时间的定义

对于动态系统而言,响应时间有多种定义方式。 工程实际中,时间常数是一个常用指标。对于典型 的二阶系统,有峰值时间、上升时间、稳定时间等指 标<sup>[24]</sup>。对于 MRF 而言,瞬变过程需要关心的是瞬 变持续的时间,即流场关键指标(对于磁流变抛光瞬 变过程为力学指标)的稳定态在瞬变过程发生时的 实际跃迁时间。当 MRF 流场的初始稳定态被破坏 时,微观、介观、宏观层面都需要经过一个动态过程 后重新达到平衡。当羰基铁粉与抛光颗粒成链时, 磁流变多颗粒系统处于平衡态。在发生瞬变时,这 种成链状态被破坏,缎带进入非平衡态。对于二阶 系统,这种平衡一不平衡一再平衡的稳定时间一般 记为3个时间常数τ,如图3所示。



图 3 MRF 流场瞬变跃迁过程及其响应时间

Fig. 3 Transient transition process and response time of MRF flow

再平衡时,表观参数指标波动达到稳态值的 95%,即

$$t = 3\tau, \ \Delta = 5\%, \qquad (2)$$

式中:△ 为稳态偏差。

#### 3.2 与瞬变过程的力学响应关联

MRF 流场瞬变过程在宏观、介观、微观同时发 生。在介观、微观层面,多相 MRF 颗粒流被认为是 胶体,其微米级铁磁颗粒和纳米级抛光颗粒可用软 球模型近似,根据 DLVO 理论<sup>[25]</sup>,可以得到 MRF 缎带中颗粒的法向力 F<sub>n</sub> 和切向力 F<sub>d</sub>。

$$\begin{cases} F_{n} = 12\pi\gamma R_{e} \left[ \left( \frac{a}{a_{0}} \right)^{3} - \left( \frac{a}{a_{0}} \right)^{3/2} \right] \\ F_{d} = 6\pi\mu_{f} \frac{R_{i}}{C_{e}} (V^{f} - V^{p}) f \end{cases}$$
(3)

式中: $\gamma$  为多相颗粒的黏附表面能; $R_{e}$  为两颗粒折 算半径;a 和 $a_{o}$  分别为平面接触区半径和平衡状态 下的平面接触区半径,均为颗粒间距 d 的函数,即  $\frac{a}{a_{o}} \propto \delta$ ; $\mu_{i}$  为流体磁导率; $R_{i}$  为颗粒半径; $C_{e}$  为接触 区尺寸; $V^{i}$ 、 $V^{p}$  分别为瞬时流体速度和瞬时颗粒速 度;f 为摩擦因素。

对于宏观流场,瞬变过程几何条件的改变直接

影响流场的几何边界条件,进而影响压力场和剪切 应力场,该过程由质量连续定理和 Navier-Stokes 方 程控制<sup>[26]</sup>,即

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = \mathbf{F} - \frac{1}{\sigma} \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \end{cases}$$
(4)

式中:V 为速度场;F 为外力场,由边界条件决定;p 为压力场;o、µ 分别为 MRF 缎带密度和表观黏度。 压力场 p 和剪切应力场的关系由流体内秉特性决 定,因此,可以通过 MRF 缎带边界条件得到压力场 和剪切应力场,这样便建立了流场参数与瞬变过程 几何参数之间的关系。因此,可以通过观测瞬变过 程的力学响应确定 MRF 流场瞬变过程。通过对力 学信号的测定,表征流场瞬变的宏观、介观、微观过 程,如平衡态一瞬变态一再平衡状态的表征。

## 4 在位力学测量实验

#### 4.1 在位力学测量实验设计

由前述分析可知,在宏观、介观、微观层面, MRF流场瞬变过程均可以表现为法向力场和剪切 力场的变化。因此,可以设计在位力学测量装置获 取瞬变过程的力学信号,进而确定流场瞬变过程的 响应时间。

采用图 4 所示的 Kistler 9119AA1 型三向力学 传感器,并设计相应工艺夹具,接合传感器和 MRF 机床工作台的同时,实现机床真空吸力的传递。将 传统 MRF 机床工作台衔接光学元件的模式变为工 作台、夹具、传感器、光学元件的在位加工模式,如 图 5所示。



图 4 Kistler 9119AA1 型三向力学传感器 Fig. 4 Kistler 9119AA1 three-direction force sensor

该系统采用 8xM4 螺钉将传感器紧固到夹具上,可以抵抗强电磁力对工装的吸合作用,有效保护 MRF 抛光轮。所用传感器的测量范围为-2~ 2 kN,敏感压力小于 0.002 N,可以准确地捕获光学 元件在切入和切出抛光缎带过程中的力学响应,也



图 5 平面光学元件 MRF 在位力学测量系统示意图 Fig. 5 Schematic of MRF *in situ* force measurement system of plane optical element

能覆盖常规工艺条件下 MRF 三向力学测量需求。 对 \$50 mm 的 BK7 超精密平面元件,采用自主 研制的高去除率抛光液进行抛光。形成的缎带厚度 约为 1.3 mm,缎带宽度约为 11.5 mm,浸入深度设 定为 0.3 mm,抛光轮转速设定为 200 r/min。所用 抛光液的屈服强度为 220 kPa,宾汉黏度 为 0.07 Pa•s。

#### 4.2 实验结果及响应时间测定

在位测量系统获得了流场瞬变工况下的三向在 位力学信号,分别为 f<sub>x</sub>、f<sub>y</sub>、f<sub>z</sub>。f<sub>x</sub>和 f<sub>y</sub> 分别为 液-固界面切向力 F<sub>d</sub>的两个水平分量,f<sub>z</sub>为液-固 界面的法向力 F<sub>n</sub>。从图 6 可以看出,在切入和切出 工况下,三向力学信号均保持同步变化。在平衡态 时,流场表观力学信号保持平衡,与理论分析结果 一致。





Fig. 6 Measurement of three-direction *in situ* mechanical signals under six transient flow conditions. (a) Downstream in; (b) downstream out; (c) upstream in; (d) upstream out; (e) landing; (f) levitation

通过对力学信号进行归一化处理,测定了 MRF 缎带与平面光学元件接触和分离瞬变过程响应时 间,结果如图7所示。

经测定,MRF流场在工况发生改变时,再平衡 响应时间约为 700 ms。

## 5 结 论

磁流变抛光对高功率激光器高精度光学元件的 面形修整水平取决于对核心工艺参数的确定性控制 能力,在 MRF 流场工况发生改变时,瞬变过程响应 时间的确定对光学元件抛光精度高效收敛尤为重 要。本文通过研究瞬变过程的宏观、介观、微观创成 机制,建立了使用力学信号表征 MRF 流场瞬变过 程的方法,并设计了相应的实验装置对瞬变过程响 应时间进行测定。





1) 建立了 MRF 流场多颗粒瞬变模型。提出了 在宏观、介观、微观三个层面对 MRF 流场进行描述 的方法,为不同层面的物理过程引入了相应的控制 方法,为进一步开展 MRF 流场分析提供了模型 支撑。

2) 基于 DLVO 理论和流动力学理论,探讨了 MRF 流场瞬变过程的力学表征关联,建立了通过法 向力和切向力进行流场瞬变动态过程表征的方法。

3) 基于二阶动态系统模型,定义了 MRF 流场 瞬变过程的响应时间为达到平衡值的 95% 所经历 的时间。

4) 基于 Kistler 传感器,设计了三向在位力学 测量系统,实现了对 MRF 流场液-固界面力学信号 的测量,确定了 MRF 流场瞬变再平衡响应时间约 为 700 ms。

#### 参考文献

- [1] Wang D E, Hu D X, Yuan Q, et al. Wavefront control of main-amplifier system in the SG-Ⅲ laser facility[J]. Optics Communications, 2017, 394: 92-97.
- [2] Zheng W G, Wei X F, Zhu Q H, et al. Laser performance of the SG-III laser facility [J]. High Power Laser Science and Engineering, 2016, 4: e21.
- [3] Choi K K, Mait J N, Pellegrino J M, et al. Optics research at the US army research laboratory [J]. Applied Optics, 2017, 56(3): B103-B115.
- [4] Chu Y X, Gan Z B, Liang X Y, et al. High-energy large-aperture Ti: sapphire amplifier for 5 PW laser pulses [J]. Optics Letters, 2015, 40 (21): 5011-5014.
- [5] Kiontke S, Kokot S. Roughness reduction on aspheric surfaces [J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9345: 93450B.
- [6] Matthews M J. Infrared laser processing of NIF optics [C] // Optical Design and Fabrication 2017 (Freeform, IODC, OFT), July 9-13, 2017, Denver, Colorado, United States. Washington, D.C.: OSA, 2017: OTu3B.1.
- [7] Spaeth M L, Manes K R, Honig J. Cleanliness for the NIF 1ω laser amplifiers [J]. Fusion Science and Technology, 2016, 69(1): 250-264.
- Baisden P. National Ignition Facility (NIF) program update[C] // Optical Fabrication and Testing, June 18, 2000, Québec City, Canada. Washington, D.C.: OSA, 2000: OMC1.
- [9] Hrubesh L W, Norton M A, Molander W A, et al. Methods for mitigating surface damage growth in NIF final optics [J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4679: 23-33.

- [10] Yang H, Liu X Y, Ma D Q, et al. Fluid dynamics analysis method for MRF of first order discontinuous optical elements[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2019, 31(2): 29-35.
  杨航,刘小雍,马登秋,等.一阶不连续光学元件 MRF 流体动力学分析方法[J].强激光与粒子束, 2019, 31(2): 29-35.
- [11] Yang H, Ma D Q, Zhang Q, et al. Novel fluid field analysis method for ultra-precision machining based on Christopherson iteration [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2019, 31(6): 27-33.
  杨航,马登秋,张强,等.基于 Christopherson 迭代 的超精密加工流场分析方法[J].强激光与粒子束, 2019, 31(6): 27-33.
- [12] Pollicove H, Golini D. Deterministic manufacturing processes for precision optical surfaces [J]. Key Engineering Materials, 2003, 238/239: 53-58.
- [13] Harris D C. History of magnetorheological finishing[J]. Proceedings of SPIE, 2011, 8016: 80160N.
- [14] Yang H, He J G, Huang W, et al. Spot breeding method to evaluate the determinism of magnetorheological finishing [ J ]. Optical Engineering, 2017, 56(3): 035101.
- [15] Golini D, Kordonski W I, Dumas P, et al. Magnetorheological finishing (MRF) in commercial precision optics manufacturing [J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3782: 80-91.
- [16] DeGroote J E, Marino A E, Wilson J P, et al. Removal rate model for magnetorheological finishing of glass[J]. Applied Optics, 2007, 46(32): 7927-7941.
- Shorey A B. Mechanisms of material removal in magnetorheological finishing (MRF) of glass [D]. New Yrok: University of Rochester, 2001: 34-60.
- [18] Pan J S, Guo M L, Yan Q S, et al. Research on material removal model and processing parameters of cluster magnetorheological finishing with dynamic magnetic fields [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 100: 2283-2297.
- [19] Chen M J, Liu H N, Cheng J, et al. Model of the material removal function and an experimental study on a magnetorheological finishing process using a small ball-end permanent-magnet polishing head [J]. Applied Optics, 2017, 56(19): 5573-5582.
- [20] Zhang F, Yu J C, Zhang X J, et al. Magnetorheological finishing technology [J]. Optics and Precision Engineering, 1999, 7(5): 1-8.

张峰,余景池,张学军,等.磁流变抛光技术[J].光 学精密工程,1999,7(5):1-8.

- [21] Luo L L, He J G, Wang Y J, et al. Large-scale dwell time algorithm for computer controlled optical surfacing[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(12): 3207-3212.
  罗丽丽,何建国,王亚军,等.计算机控制光学表面 成形中大规模驻留时间求解[J].强激光与粒子束, 2011, 23(12): 3207-3212.
- [22] Cheng Y, Xu Z Z, Han S S, et al. Several exact solutions of Maxwell equation in uniform plasma[J]. Chinese Journal of Lasers, 1997, 24(4): 333-336.
  程亚,徐至展,韩申生,等.均匀介质中麦克斯韦方程的无衍射解[J].中国激光, 1997, 24(4): 333-336.
- [23] Yeoh G H, Tu J Y. Computational techniques for multiphase flows [M]. Butterworth-Heinemann:

Elsevier Science, 2019.

- Yoon D S, Park Y J, Choi S B. An eddy current effect on the response time of a magnetorheological damper: analysis and experimental validation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 127: 136-158.
- [25] Ninham B W. On progress in forces since the DLVO theory[J]. Advances in Colloid and Interface Science, 1999, 83(1/2/3): 1-17.
- [26] Su W, Zhong J C, Zhang L B, et al. Numerical simulation study on field of temperature during the growth of Nd: YAG crystal[J]. Chinese Journal of Lasers, 2003, 30(4): 334-340.
  苏伟,钟景昌,张丽波,等.Nd:YAG 晶体生长过程中温度场的数值模拟研究[J].中国激光, 2003, 30(4): 334-340.