

阈上电离谱与双色激光场频率的关系

金发成*, 杨慧慧, 张桐, 陈雨欣

西安航空学院理学院, 陕西 西安 710077

摘要 基于非微扰量子电动力学的频域理论,研究了原子在不同频率双色激光场中的阈上电离过程。当两个激光场的频率均远低于原子电离势时,阈上电离谱来自大量通道的干涉结果,两个激光场在电离过程中起到相同的作用。随着激光频率的增加,阈上电离谱逐渐呈现多平台结构,不同平台对应电子吸收不同高频光子的过程。当一个激光场的单个光子能量远大于原子电离势时,两个激光场在电离过程中起到不同的作用,高频激光场决定原子的电离概率,低频激光场决定原子阈上电离谱每个平台的宽度,且平台宽度可以很好地用能量守恒公式给出。

关键词 原子与分子物理学; 阈上电离; 频域理论; 双色激光场; 原子电离谱

中图分类号 O437

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.030201

Dependence of Above-Threshold Ionization Spectra on Frequencies of Two-Color Laser Fields

Jin Facheng*, Yang Huihui, Zhang Tong, Chen Yuxin

Faculty of Science, Xi'an Aeronautical University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

Abstract Based on the frequency-domain theory in nonperturbative quantum electrodynamics, we investigate the above-threshold ionization of an atom exposed to two-color laser fields of different frequencies. As both the frequencies of two laser fields are lower than the ionization potential of the atom, the above-threshold ionization spectrum comes from quantum interference among many ionization channels, and the two laser fields play same roles in the above-threshold ionization process. As the frequency of one of the two laser fields increases, the above-threshold ionization spectrum shows a multiplateau structure gradually, which is from the contribution of atoms absorbing different photons of high-frequency laser field. As the frequency of one of the two laser fields is much higher than the atomic ionization potential, the two laser fields play different roles in the above-threshold ionization process, where the high-frequency laser field may determine the ionization probability and the low-frequency laser field may determine the width of each plateau that can be predicted by the energy conservation relationship.

Key words atomic and molecular physics; above-threshold ionization; frequency-domain theory; two-color laser fields; atom ionization spectrum

OCIS codes 020.2649; 260.5210; 320.7110; 320.5550

1 引言

自 20 世纪 60 年代以来,原子分子在强激光场中产生的电离现象引起了许多人的兴趣^[1-5]。目前,人们根据原子种类和激光场强度将电离过程分为多光子电离和隧穿电离。一般地,电离过程可以通过 Keldysh 参数 γ 判定:当 $\gamma \ll 1.0$ 时,隧穿电离在电

离过程中起主要作用;当 $\gamma \gg 1.0$ 时,多光子电离占主导作用。多光子电离的非微扰特征突出地表现为直接阈上电离(ATI)。在红外(IR)激光场中的直接阈上电离过程中,束缚电子为克服原子电离势,除了吸收最少数目的光子外,还要额外吸收光子,其光电子能量谱呈现出一系列等间隔的峰。人们利用阈上电离谱不仅可以提取原子分子的结构特征^[6],还可

收稿日期: 2019-09-05; 修回日期: 2019-10-27; 录用日期: 2019-11-14

基金项目: 国家自然科学基金(11804264, 11947080)、大学生创新创业训练计划(S201911736023, DCX2019043)、西安航空学院校级科研基金(2018KY0207)和校级教学质量工程项目(19ZLGC5024)

* E-mail: fchjin@163.com

以分析激光场的相位信息^[7]。利用电子波包的干涉效应,揭示电子的动力学过程^[8-9]。因此,原子分子阈上电离过程的研究备受关注。

随着自由电子激光技术的发展^[10]和高次谐波的应用^[11],原子分子在 IR 和深紫外(XUV)双色激光场中电离性质的研究在实验和理论方面均取得了很大的进展^[12-15],如实现对光电子角分布的相干控制^[13]及激光场相位信息的重构^[14]。理论上,求解含时薛定谔方程是研究阈上电离过程最为精确的方法,但该方法计算量很大。因此提出了其他理论方法,如强场近似、含时微扰理论等。在这些理论方法中激光场被看作经典场,故电离过程是随时间演化的。当激光场的频率较高时,特别是单光子能量远大于原子电离势时,激光场作为量子场的处理方法将更为合理。

频域理论是基于非微扰量子电动力学理论^[16]和形式散射理论^[17]发展起来的。在频域理论中,激光场和原子作为孤立系统,其中激光场是量子化的。在原子与激光场相互作用过程中,所有的动力学过程都可以看作量子跃迁过程。频域理论有 3 方面的优势:1)从另一个角度,即频率空间分析电离过程,加深了人们对电离过程的理解和认识;2)在统一理论框架下研究常见的重碰过程,如高阶阈上电离、非次序双电离和高次谐波等现象,这有利于研究不同重碰过程之间的联系;3)原子的动力学过程不显含时间信息,这为理论计算节省了大量时间。

近年来,人们利用频域理论研究了原子在 IR 和 XUV 双色激光场中的阈上电离和非次序双电离等过程^[18-19]。在 IR 和 XUV 双色激光场中,阈上电

离谱呈现多平台结构,其中 XUV 激光场不仅可以提高原子的电离概率,还可以改变电离过程^[20]。Liu 等^[21]研究了原子的直接阈上电离谱随激光偏振方向的变化。研究表明:在低频双色激光场中,阈上电离谱依赖于两个激光场偏振方向之间的夹角;而在低频和高频双色激光场中,电离谱不依赖于偏振方向之间的夹角。在此基础上,本文进一步讨论了阈上电离谱随两个激光场频率的变化,探究了不同频率的两个激光场在电离过程中的作用。研究发现:当两个激光场的频率均远低于原子电离势时,两个低频激光场在电离过程中起到几乎相同的作用;当其中一个激光场的单个光子能量远高于原子电离势时,两个激光场在电离过程中起到不同的作用,进一步加深了人们对原子在双色激光场中阈上电离过程的理解。文中如无特别说明,均采用原子单位制(a.u.)。

2 基本方法

在频域理论中,原子和激光场看作一个系统。借助于强场近似,原子在双色激光场中从系统的初态 $|\psi_i\rangle$ 到末态 $|\psi_f\rangle$ 发生直接阈上电离的跃迁矩阵元表示为^[20]

$$T_{\text{ATI}} = \langle \psi_f | V | \psi_i \rangle, \quad (1)$$

式中: V 为电子与激光场的相互作用势;系统的初态 $|\psi_i\rangle$ 表示为 $|\psi_i\rangle = \varphi_i(r) \otimes |n_1\rangle \otimes |n_2\rangle$, $\varphi_i(r)$ 为原子的基态波函数, $|n_j\rangle$ 是两个激光场的 Fock 态, $j=1,2$;系统的末态 $|\psi_f\rangle$ 可用两个激光场量子化的 Volkov 态表示为^[14]

$$|\psi_{p_i m_1 m_2}\rangle = V_e^{-1/2} \sum_{j_1=-m_1}^{\infty} \sum_{j_2=-m_2}^{\infty} \exp\{i[\mathbf{p}_f + (u_{p_1} - j_1)\mathbf{k}_1 + (u_{p_2} - j_2)\mathbf{k}_2] \cdot \mathbf{r}\} \times \mathfrak{S}_{j_1 j_2}(\zeta_f)^* \exp[-i(j_1 \varphi_1 + j_2 \varphi_2)] |m_1 + j_1, m_2 + j_2\rangle, \quad (2)$$

式中: V_e 为激光场的归一化体积; \mathbf{p}_f 为电离电子的末动量; φ_1 和 φ_2 为激光场的初始相位; \mathbf{k}_1 和 \mathbf{k}_2 为激光场的波矢; \mathbf{r} 为电离电子的位置矢量; $u_{p_t} = U_{p_t}/\omega_t$, U_{p_t} 为电子在频率为 ω_t 的激光场中获得的有质动力能; j_t 为电子与频率为 ω_t 的激光场交换的光子数, $t=1,2$; $\mathfrak{S}_{j_1 j_2}(\zeta_t)$ 为广义贝塞尔函数,表示为^[14]

$$\mathfrak{S}_{j_1 j_2}(\zeta_f) = \sum_{j_3 j_4 j_5 j_6} J_{-j_1+2j_3+j_5+j_6}(\zeta_1) J_{-j_2+2j_4+j_5-j_6}(\zeta_2) \times J_{-j_3}(\zeta_3) J_{-j_4}(\zeta_4) J_{-j_5}(\zeta_5) J_{-j_6}(\zeta_6), \quad (3)$$

式中:

$$\begin{cases} \zeta_1 = 2\sqrt{u_{p_1}/\omega_1} \mathbf{p}_f \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \zeta_2 = 2\sqrt{u_{p_2}/\omega_2} \mathbf{p}_f \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \zeta_3 = 1/2 u_{p_1} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \zeta_4 = 1/2 u_{p_2} \boldsymbol{\varepsilon}_2 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \zeta_5 = 2\sqrt{u_{p_1} \omega_1 u_{p_2} \omega_2 / (\omega_1 + \omega_2)} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \zeta_6 = 2\sqrt{u_{p_1} \omega_1 u_{p_2} \omega_2 / |\omega_1 - \omega_2|} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{cases}, \quad (4)$$

J_m 为 m 阶贝塞尔函数; $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ 为激光场的偏振方向, $t=1,2$ 。本文中,对于特定的宗量 $(\zeta_t, t=1\sim 6)$,贝塞尔函数下标 m 的取值满足 $|J_m(\zeta_t)| < 10^{-30}$ 。

借助于(2)式,(1)式可表示为^[20]

$$T_{\text{ATI}} = V_e^{-1/2} [(u_{p_1} - s_1)\omega_1 + (u_{p_2} - s_2)\omega_2] \mathcal{S}_{s_1 s_2}(\zeta_f) \exp[i(s_1\varphi_1 + s_2\varphi_2)] \varphi(\mathbf{p}_f), \quad (5)$$

式中: $s_1 = n_1 - m_1$ 和 $s_2 = n_2 - m_2$ 分别表示电子在第一个和第二个激光场中吸收的光子数; $\varphi(\mathbf{p}_f) = (4\pi/\alpha)^{3/4} \exp[-(\mathbf{p}_f^2/4I_p)]$ ^[15], I_p 为原子电离势。假定出射电子能量为 E_f 时, 电子的电离概率表示为

$$P(E_f) = \frac{\sqrt{2}V_e}{(2\pi)^2} |T_{\text{ATI}}|^2 \cdot [(s_1 - u_{p_1})\omega_1 + (s_2 - u_{p_2})\omega_2 - I_p]^{1/2}, \quad (6)$$

式中: $E_f = s_1\omega_1 + s_2\omega_2 - U_{p_1} - U_{p_2} - I_p$ 。

3 结果与讨论

选用氙原子, 其 $I_p = 12.1$ eV, 第一个激光场的波长为 $\lambda_1 = 1064$ nm, 对应的激光频率 $\omega_1 = 0.043$ a.u.。假设两个激光都是线偏振态且偏振方向相同。

电子沿着激光偏振方向出射时的阈上电离谱如图 1 所示。其中两个激光场的激光强度均为 $I_1 = I_2 = 1.0 \times 10^{13}$ W · cm⁻²。从图 1(a) 和 1(b) 看到, 当 ω_2 较小时, 电离概率随着光电子能量的增加而降低; 当 ω_2 增加时, 阈上电离谱逐渐呈现多平台结

构, 特别是 $\omega_2 = 30\omega_1$ 时, 第一个平台的电离概率远大于其他平台的电离概率。

为了分析图 1 电离谱的特点, 定义通道 s_2 , 其中 s_2 为电子在第二个激光场中吸收的光子数。在数值计算过程中, 当 ζ_1 一定时, s_1 的取值满足 $|J_{s_1}(\zeta_1)| < 10^{-30}$ 。电子从第二个激光场中吸收不同光子数的通道贡献如图 2 所示。当 $\omega_2 = 2\omega_1$ 时, 这 5 个通道对阈上电离谱的贡献不同, 但它们的共同贡献才形成了总的阈上电离谱, 如图 2(a) 所示。这说明阈上电离谱来自于大量通道干涉结果的贡献。当 $\omega_2 = 10\omega_1$ 时, 每个通道的电离谱呈现平台结构, 阈上电离谱的第一个平台主要来自于电子在第二个激光场中吸收 1 个光子的贡献, 第四个平台来自于电子吸收 4 个光子的贡献, 如图 2(b) 所示。随着电子吸收光子数的增加, 对应通道的电离概率降低, 这与实验结果符合得很好^[15]。从图 2(c) 发现, 阈上电离谱的第一、二、三个平台分别来自于电子在第二个激光场中吸收 1、2、3 个光子的贡献, 所以第一个平台的电离概率远大于其他平台的电离概率。从图 2 进一步看到, 随着频率 ω_2 的增加, 通道电离谱的平台结构越明显, 相邻平台的高度差越大, 这导致阈上电离谱的平台结构越明显。

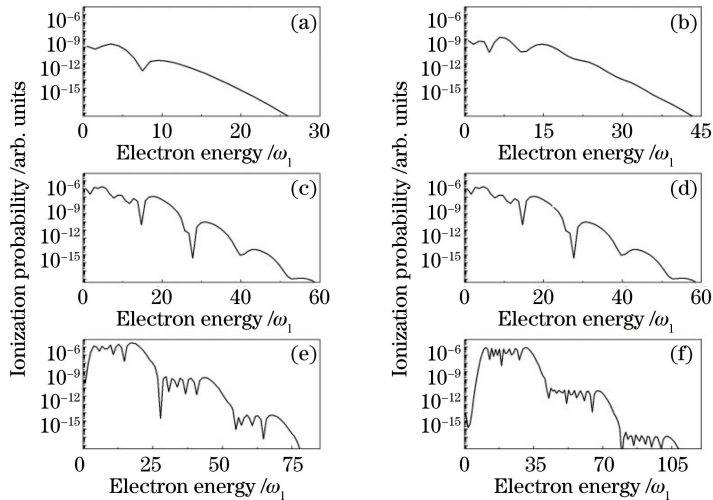


图 1 原子在不同激光场频率下的阈上电离谱。(a) $\omega_2 = 2\omega_1$; (b) $\omega_2 = 4\omega_1$; (c) $\omega_2 = 6\omega_1$; (d) $\omega_2 = 10\omega_1$; (e) $\omega_2 = 20\omega_1$; (f) $\omega_2 = 30\omega_1$

Fig. 1 ATI spectra of atom at different laser frequencies. (a) $\omega_2 = 2\omega_1$; (b) $\omega_2 = 4\omega_1$; (c) $\omega_2 = 6\omega_1$; (d) $\omega_2 = 10\omega_1$; (e) $\omega_2 = 20\omega_1$; (f) $\omega_2 = 30\omega_1$

为分析两个激光在电离过程中的作用, 图 3 给出了不同激光场强度下的阈上电离谱。从图 3(a) 和 3(b) 看到, 当两个激光场的频率均远低于原子电离势时, 无论是第一个还是第二个激光场强度增加, 电离概率均随之增加。这表明两个低频激光场在电

离过程中起到几乎相同的作用。从图 3(c) 和 3(d) 发现, 当其中一个激光场的单个光子能量远大于原子电离势时, 阈上电离谱中每个平台的宽度随着第一个激光场强度的增加而增加, 而电离概率随着第二个激光场强度的增加而增大。这表明两个激光场

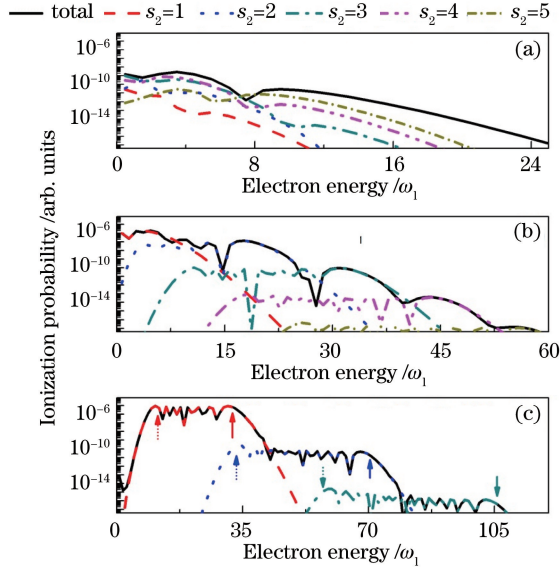


图 2 电子从第二个激光场中吸收不同光子数的通道贡献。(a) $\omega_2 = 2\omega_1$; (b) $\omega_2 = 10\omega_1$; (c) $\omega_2 = 30\omega_1$

Fig. 2 Channel contributions of electron absorbing different photons from the second laser field.

(a) $\omega_2 = 2\omega_1$; (b) $\omega_2 = 10\omega_1$; (c) $\omega_2 = 30\omega_1$

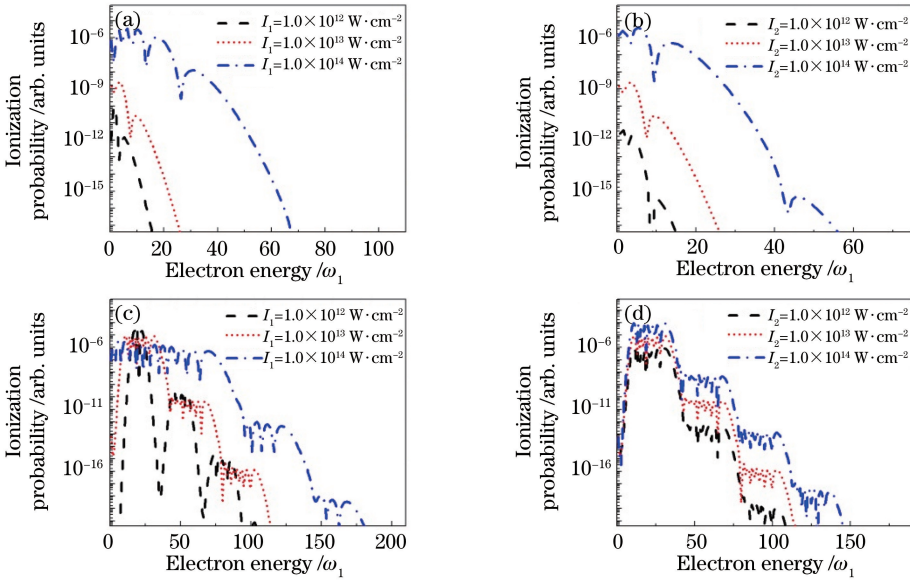


图 3 不同激光场强度下的阈上电离谱。(a) $\omega_2 = 2\omega_1, I_2 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$; (b) $\omega_2 = 2\omega_1, I_1 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$;

(c) $\omega_2 = 30\omega_1, I_2 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$; (d) $\omega_2 = 30\omega_1, I_1 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$

Fig. 3 ATI spectra for different laser intensities. (a) $\omega_2 = 2\omega_1, I_2 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$;

(b) $\omega_2 = 2\omega_1, I_1 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$; (c) $\omega_2 = 30\omega_1, I_2 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$; (d) $\omega_2 = 30\omega_1, I_1 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$

在电离过程中起到不同的作用,其中第一个激光场(低频激光场)的激光强度决定平台的宽度,第二个激光场(高频激光场)的激光强度决定电离概率。

分析(5)式中的广义贝塞尔函数,当第二个激光场中的单个光子能量远大于电离势时,得到电子在电离过程中满足的能量方程^[20]为

$$[\mathbf{p} + \mathbf{A}_{cl}(t)]^2/2 = s_2\omega_2 - I_p, \quad (7)$$

式中: $\mathbf{A}_{cl}(t)$ 为第一个激光场的矢势。(7)式表明原

子在 IR 和 高频双色激光场中的阈上电离过程可以用“软光子近似”^[22]解释:束缚电子首先在高频激光场中吸收光子发生电离,然后在 IR 激光场的作用下作加速或者减速运动,从而形成了平台结构。基于(7)式,得到电子在通道 s_2 中获得的最小和最大能量值分别为 $E_{\min} = [\sqrt{2(s_2\omega_2 - I_p)} - 2\sqrt{U_{p_1}}]^2/2$ 和 $E_{\max} = [\sqrt{2(s_2\omega_2 - I_p)} + 2\sqrt{U_{p_1}}]^2/2$ 。根据该

式,分别给出不同平台对应能量的最小值和最大值,如图 2(c)中的虚线和实线箭头所示。从图 2(c)看到,箭头的位置与数值计算的结果符合得很好,这表明阈上电离谱平台的宽度主要由低频激光场决定。因此,结合通道分析和能量公式说明,电子首先吸收 1、2、3 个高频光子发生电离,然后在低频激光场作用下加速或减速,由此分别形成了第一、二、三个平

台,并且这三个平台的电离概率依次迅速减小。

原子在 IR 和 XUV 双色激光场中的阈上电离谱如图 4 所示,其中两个激光场强度均为 $I_1 = I_2 = 1.0 \times 10^{13} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}$ 。结果发现,相邻平台的高度差随着 XUV 激光频率的增加而增加。这说明在高频激光场中原子的电离过程是多光子吸收过程,电离概率随着原子吸收 XUV 光子数的增加而迅速降低。

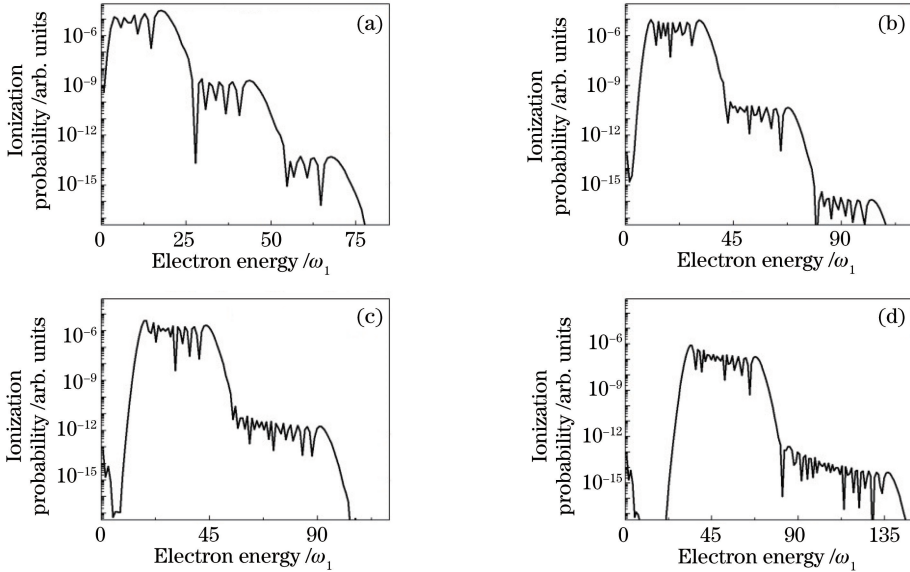


图 4 原子在不同频率双色激光场中的阈上电离谱。(a) $\omega_2 = 20\omega_1$; (b) $\omega_2 = 30\omega_1$; (c) $\omega_2 = 40\omega_1$; (d) $\omega_2 = 60\omega_1$

Fig. 4 ATI spectra of atom in the two-color laser fields of different frequencies. (a) $\omega_2 = 20\omega_1$; (b) $\omega_2 = 30\omega_1$; (c) $\omega_2 = 40\omega_1$; (d) $\omega_2 = 60\omega_1$

4 结 论

利用频域理论研究了原子在不同频率双色激光场中的阈上电离过程。结果表明:原子在低频两色激光场中,阈上电离谱来自于大量通道的干涉结果,两个激光场在电离过程中起到相同的作用;当其中一个激光场的频率较大时,阈上电离谱呈现多平台结构,两个激光场在电离过程中起到不同的作用,其中高频激光场决定原子的电离概率,低频激光场决定每个平台的宽度,该平台宽度可由能量关系推测。随着高频激光场光子能量的增加,阈上电离谱中相邻平台的高度差逐渐增加。本文没有考虑重碰电子对电离过程的贡献,后续工作将进一步研究高阶阈上电离过程,特别是激光偏振方向对电离谱的影响。

参 考 文 献

[1] Li M, Liu Y Q, Liu H, et al. Photoelectron angular distributions of low-order above-threshold ionization of Xe in the multiphoton regime[J]. Physical Review

A, 2012, 85(1): 013414.

- [2] Lin Z Y, Jia X Y, Wang C L, et al. Ionization suppression of diatomic molecules in an intense midinfrared laser field[J]. Physical Review Letters, 2012, 108(22): 223001.
- [3] Becker W, Liu X J, Ho P J, et al. Theories of photoelectron correlation in laser-driven multiple atomic ionization [J]. Reviews of Modern Physics, 2012, 84(3): 1011-1043.
- [4] Feng F Z, Bai L H, Zheng X X. Nonsequential double ionization of Mg atoms below threshold laser power density[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(7): 0702003.
冯凤珍, 白丽华, 郑晓晓. 低于阈值激光功率密度下 Mg 原子的非序列双电离[J]. 光学学报, 2018, 38(7): 0702003.
- [5] Song H, Su N, Chen G. Influence of intensity ratio of two-beam pulses on atomic ionization and high harmonic generation in non-symmetric polarization control scheme [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(12): 1219001.

- 宋浩, 苏宁, 陈高. 不对称偏振控制方案中两束脉冲强度比改变对原子电离及高次谐波产生的影响[J]. 光学学报, 2018, 38(12): 1219001.
- [6] Pham V N T, Tolstikhin O I, Morishita T. Images of molecular orbitals in strong-field photoelectron momentum distributions generated by circularly polarized pulses [J]. *Physical Review A*, 2019, 99(1): 013428.
- [7] Tian Y Y, Wei S S, Guo F M, et al. Effect of carrier envelope phase on the above threshold ionization under resonant condition [J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(15): 153202.
田原野, 魏珊珊, 郭福明, 等. 共振条件下载波包络相位效应对阈上电离谱的影响[J]. 物理学报, 2013, 62(15): 153202.
- [8] Guo Z J, Sun Q. Interference effect in above-threshold ionization of hydrogen atom by intense few-cycle laser fields [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(12): 120202.
郭志坚, 孙乾. 氢原子在少周期强激光场中阈上电离的干涉效应[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(12): 120202.
- [9] Guo Z J, Sun Q. Electron wavepacket interference patterns in above-threshold ionization by intense laser fields [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(8): 080201.
郭志坚, 孙乾. 强场阈上电离中的电子波包干涉图像[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(8): 080201.
- [10] Leng Y X. Shanghai superintense ultrafast laser facility [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(1): 0100001.
冷雨欣. 上海超强超短激光实验装置[J]. 中国激光, 2019, 46(1): 0100001.
- [11] Chou Y, Li P C, Ho T S, et al. Optimal control of high-order harmonics for the generation of an isolated ultrashort attosecond pulse with two-color midinfrared laser fields [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(6): 063408.
- [12] Liu C, Gong S, Li R, et al. Coherent control in the generation of harmonics and hyper-Raman lines from a strongly driven two-level atom [J]. *Physical Review A*, 2004, 69(2): 023406.
- [13] Gryzlova E V, Grum-Grzhimailo A N, Staroselskaya E I, et al. Quantum coherent control of the photoelectron angular distribution in bichromatic-field ionization of atomic neon [J]. *Physical Review A*, 2018, 97(1): 013420.
- [14] Zhao X, Wei H, Wu Y, et al. Phase-retrieval algorithm for the characterization of broadband single attosecond pulses [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(4): 043407.
- [15] Radcliffe P, Arbeiter M, Li W B, et al. Atomic photoionization in combined intense XUV free-electron and infrared laser fields [J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(4): 043008.
- [16] Guo D S, Drake G W F. Stationary solutions for an electron in an intense laser field. II. Multimode case [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1992, 25(20): 5377-5394.
- [17] Gell-Mann M, Goldberger M L. The formal theory of scattering [J]. *Physical Review*, 1953, 91(2): 398-408.
- [18] Jin F, Yang H, Wang B, et al. Angular resolved above-threshold ionization spectrum of an atom in IR + XUV orthogonally polarized two-color laser fields [J]. *Optics Express*, 2019, 27(15): 20754-20762.
- [19] Jin F C, Tian Y Y, Chen J, et al. Nonsequential double ionization of helium in IR + XUV two-color laser fields: collision-ionization process [J]. *Physical Review A*, 2016, 93(4): 043417.
- [20] Zhang K, Chen J, Hao X L, et al. Terracelike structure in the above-threshold-ionization spectrum of an atom in an IR + XUV two-color laser field [J]. *Physical Review A*, 2013, 88(4): 043435.
- [21] Liu M, Guo Y C, Wang B B. Dependence of above-threshold ionization spectrum on polarization directions of two-color laser fields [J]. *Chinese Physics B*, 2015, 24(7): 073201.
- [22] Maquet A, Taïeb R. Two-colour IR + XUV spectroscopies: the "soft-photon approximation" [J]. *Journal of Modern Optics*, 2007, 54(13/14/15): 1847-1857.