# 基于 3D 特征点的激光雷达与立体视觉配准方法

陈少杰1,2\*,朱振才3,张永合1,郭明1\*\*,支帅1\*\*\*

1中国科学院微小卫星创新研究院,上海 201203;

2中国科学院大学,北京 100049;

3国科学院微小卫星重点实验室,上海 201203

摘要 激光雷达和双目相机作为无人驾驶领域中重要的环境感知设备,两者之间的外参配准是其联合应用的重要 基础,然而两种信息的融合意味着繁琐的校准过程。基于此,提出一种基于特征点对匹配求解的方法,采用两块矩 形木板,分别提取双目相机与激光雷达坐标系下的木板边缘 3D 点云,拟合空间直线求取角点坐标,最后利用 Kabsch算法求解配对的特征点之间的坐标转换,利用聚类法去除多次测量结果中的异常值,并求取平均值。通过 搭建实验,所提算法可在 Nvidia Jetson Tx2 嵌入式开发板上实现,获得了准确的配准参数,验证了理论方法的可行 性。此配准方法简单易行,可自动完成多次测量,相比于同类方法精度也有所提高。

关键词 大气光学;激光雷达;双目相机;配准参数;刚体转换

**中图分类号** TP242 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.030102

# Extrinsic Calibration for Lidar and Stereo Vision Using 3D Feature Points

Chen Shaojie<sup>1,2\*</sup>, Zhu Zhencai<sup>3</sup>, Zhang Yonghe<sup>1</sup>, Guo Ming<sup>1\*\*</sup>, Zhi Shuai<sup>1\*\*\*</sup>

<sup>1</sup> Innovation Academy for Microsatellite, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201203, China;

 $^{\rm 2}$  University of Chinese Academy of Sciences , Beijing 100049, China ;

<sup>3</sup> Innovation Academy for Microsatellites of CAS Key Laboratory, Shanghai 201203, China

**Abstract** Lidar and stereo cameras are important environmental sensors for unmanned driving. Calibrating external parameters between these two sensors is an important basis for their combination; however, combining two types of information requires a complex calibration process. This paper proposes a method based on feature point pair matching. Two rectangular planks are used to extract the 3D point cloud of the edge of the board in stereo vision and lidar coordinate systems, which is then used to obtain the corner coordinates. Finally, the Kabsch algorithm is used to solve the coordinate transformation between the paired feature points, and a clustering method is used to remove outliers from the multiple measurements and obtain the average value. By setting up an experiment, this method can be implemented on the Nvidia Jetson Tx2 embedded development board, and accurate registration parameters can be obtained, thus verifying the theoretical method's feasibility. This registration method is simple and easy to execute, can automatically perform multiple measurements, and is improved compared with similar methods. **Key words** atmospheric optics; lidar; stereo camera; calibration parameter; rigid-body transformation

**OCIS codes** 010.3640; 330.1400

1 引 言

近年来,无人车行业发展迅速,预计到 2021年, 无人车将进入市场,进入新的阶段。无人车系统主 要分为三个部分:算法端、Client 端、云端。其中,算 法端的主要任务是利用传感器获取原始数据并从中 提取有用的信息,以便了解周围环境状况,进而根据 环境具体状况作出判断。无人驾驶中通常使用的传

收稿日期: 2019-07-10;修回日期: 2019-07-20;录用日期: 2019-07-29

基金项目:上海市自然科学基金(16ZR1434800)、中国科学院国防科技创新基金项目(CXJJ-17S012)

<sup>\*</sup> E-mail: 1084010191@qq.com; \*\* E-mail: googlm@163.com; \*\*\* E-mail: zhishuai0705@163.com

感器包括:全球定位系统(GPS)、惯性测量单元 (IMU)、激光雷达、摄像头等。GPS与IMU所获数 据的融合是无人车里程计的主要数据来源,激光雷 达与摄像头的融合是环境感知、目标检测的主要设 备。激光雷达测距远、精度高,但所获信息量少,且 无法获得颜色信息,目标检测受限,需将其与视觉信 息融合,以形成优势互补。摄像头又可分为单目相 机、双目相机、深度(RGB-D)相机。单目相机具有 尺度不确定性,有一定局限性。RGB-D 相机分辨率 低,且只适应于室内环境。双目相机不仅具有单目 相机的全部优点,还可以通过视差感知深度信息。 因此,激光雷达与双目相机融合具有一定优势,本文 主要涉及激光雷达与双目相机的配准。

目前,激光雷达与相机配准的方法主要有两大 类:一是先提取点、线等特征集,再通过雷达点云与 图像特征之间的匹配,求解两者之间的配准参 数<sup>[1-5]</sup>;二是先计算雷达点云与相机图像之间的互信 息损失函数,再利用优化算法求解配准参数<sup>[6-10]</sup>,但 此类方法只适用于传感器位移及旋转角较小的情 况。还有一些方法是将 SFM (Structure from motion)算法用于参数配准<sup>[11]</sup>,但需要多个辅助摄 像头,硬件成本要求较高。

本文方法是通过提取特征点进行匹配参数求解 的,通过简单的实验装置,快速有效地求解激光雷达 与双目相机之间的配准参数,可为激光雷达与立体 视觉数据融合提供基础。

# 2 基本原理

求解激光雷达与双目相机之间的配准参数,需 要在雷达与相机各自坐标系下提取一组对应的 3D 点,选取两块木板的八个角点作为待求解的点。双 目相机与激光雷达的角点提取采用的是相似的处理 流程,即都是通过提取木板边缘 3D 点并拟合对应 的直线,再求取直线交点。下面将介绍算法的具体 操作流程。

#### 2.1 双目相机特征点提取

双目立体视觉模拟人类视觉处理景物的方式, 融合两只眼睛获得的图像并观察它们之间的差别, 使大家可以感知深度。将空间中同一物理点在不同 图像中的像素点进行匹配,建立特征间的对应关系, 形成视差(Disparity)图。关于视差图计算,有很多 种方法,其中最经典的就是 SGM(Semi-global matching)算法<sup>[12]</sup>。可以发现,目前排名靠前的算 法很多都是 SGM 算法的改进,且具有很强的实用 价值。综合考虑效果与计算速度,选取 SGM 算法 的一种改进算法:SGBM(Semi-global block matching)算法,采用该方法可以获得较精确的视差 图,其算法整体框架如图 1 所示。



BT: Birchfield and Tomasi; WTA: willingness to accept compensation; LR: left-right

#### 图 1 SGBM 算法框架



在获得视差图的基础上,通过相机内参计算出 深度,并进而计算出点云坐标(x, y, z)。具体转换 原理如图 2(a)所示,图中: $P_1$ 、 $P_2$  为空间点 P 在左 右像平面上的成像点;f 为相机焦距(左右相机一 样); $O_L$ 、 $O_R$  分别为左右相机的光心;b 为基线,表 示两光心之间的距离; $X_L$ 、 $X_R$  分别为两个成像点与 各自所在图像的左边缘间的距离, $X_L$ 与 $X_R$ 的差值 称为视差;W 表示图像分辨率中的宽度。

根据三角形相似原理,可求得像素点对应的深 度值为

$$Z = \frac{b \times f}{X_{\rm L} - X_{\rm R}},\tag{1}$$

式中: $X_{L} - X_{R}$  为视差值。若左右目相机内参中 $c_{X}$  不一致,即 $c_{X_{L}} \neq c_{X_{R}}$ ,则需将深度值修改为

$$Z = \frac{b \times f}{(X_{\rm L} - X_{\rm R}) + d_{\rm offs}},$$
 (2)

式中: $d_{offs}$ 为两个相机主点在 X 方向上的距离,  $d_{offs} = c_{X_{L}} - c_{X_{R}}$ 。

求得的 Z 为深度值,也即是点云对应的 Z<sub>c</sub> 轴 坐标,继续求出 X<sub>c</sub> 与Y<sub>c</sub> 轴坐标,即可获得点云空



图 2 成像系统。(a)视差与深度几何关系;(b)由像素坐标得到空间点

Fig. 2 Imaging system. (a) Geometric relationship between parallax and depth;

(b) getting spatial points from pixel coordinates

间坐标,如图 2(b)所示,根据空间几何关系可得

$$\begin{cases} x_{\rm C} = \frac{(u - c_{\rm X})z_{\rm C}}{f_{\rm X}}, \\ y_{\rm C} = \frac{(v - c_{\rm Y})z_{\rm C}}{f_{\rm Y}}, \end{cases}$$
(3)

式中: $c_x$ 、 $c_y$ 、 $f_x$ 、 $f_y$ 为相机内参;u、v为待求点云 在视差图上的像素坐标。

按照从左到右逆时针的顺序,依次提取图像中 木板边缘,根据像素坐标可提取对应空间点云,利用 随机抽样一致性(RANSAC)算法拟合点云对应的 直线<sup>[13-14]</sup>。由于存在误差,拟合出的两条空间直线 可能不会相交,此时选用直线间最短线段的中点作 为待求的角点。

## 2.2 激光雷达特征点提取

目前,激光雷达的特征提取有很多的方法与应 用,如文献[15-17]中所采用的方法。本文激光雷达 特征点提取选取的方法的提取过程与双目相机类 似。默认激光雷达坐标系 Z 轴朝上、X 轴朝前,而 双目相机坐标系 Z 轴朝前、X 轴朝右。首先需要通 过一个初始旋转矩阵 **R**。将雷达点云坐标轴方向旋 转至与双目相机大致相同,方便后续操作,例如先绕 X 轴旋转—90°,再绕 Y 轴旋转 90°。

关于激光点云,按照文献[9]中的方法找到深度 间断性过大的点,进而提取出木板边缘。木板平面 中的每个点被赋予一个幅度,表示相对于其相邻点 的深度差异,并设置一个差异阈值保留木板边缘上 的点云。对于空间上的点,较难直接分割出各自在 木板边缘对应的点云,而平面上的点云相对容易分 割。可以利用所设置的初始旋转矩阵 *R*。与左目相 机内参 *K* 将过滤后的点云映射到相机左目像素平 面上,此过程通过

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{KR}_{0} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$
(4)

来计算完成,从而使点云空间坐标与像素点联系在 一起,达到选取像素点就能获得对应空间点云坐标 的目的。从左到右逆时针依次框选木板的边缘,然 后拟合直线,求取角点。其拟合求解顺序与相机边 缘一致,目的是便于在两者之间进行角点匹配。

# 2.3 配准参数求解

### 2.3.1 Kabsch 算法求解过程

用 M、N 分别表示两组对应的点云, $M_i$ 、 $N_i$  分 别表示 M、N 集合内的点。那么优化目标函数为

$$\min(E) = \sum_{i=1}^{n} \| (\mathbf{R}\mathbf{M}_{i} + \mathbf{t}) - \mathbf{N}_{i} \|, \quad (5)$$

式中: E 为误差函数; R 和 t 分别为待求的旋转矩阵 和平移矢量。

对 t 求偏导,并令等式为零,得

$$\boldsymbol{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{N}_{i} - \boldsymbol{R} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{M}_{i}, \qquad (6)$$

$$t = \bar{N} - R\bar{M}, \qquad (7)$$

式中: 
$$\bar{\boldsymbol{M}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{M}_{i}$$
;  $\bar{\boldsymbol{N}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{N}_{i}$ 。  
将(7)式代入优化目标函数(5)式,并令  $\boldsymbol{X}_{i} =$ 

$$(\boldsymbol{M}_i - \bar{\boldsymbol{M}}), \boldsymbol{X}' = \boldsymbol{R} \boldsymbol{X}, \boldsymbol{Y}_i = (\boldsymbol{N}_i - \bar{\boldsymbol{N}}),$$
可得

$$\sum_{i=1}^{n} \| \mathbf{X}_{i} - \mathbf{Y}_{i} \|^{2} =$$

$$\operatorname{Tr} \left[ (\mathbf{X}' - \mathbf{Y})^{\mathrm{T}} (\mathbf{X}' - \mathbf{Y}) \right], \qquad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \| \mathbf{X}_{i} - \mathbf{Y}_{i} \|^{2} = \operatorname{Tr} (\mathbf{X}'^{\mathrm{T}} \mathbf{X}') +$$

$$\operatorname{Tr} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \mathbf{Y}) - 2 \operatorname{Tr} (\mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \mathbf{X}'), \qquad (9)$$

(12)

$$\sum_{i=1}^{n} \| \boldsymbol{X}_{i} - \boldsymbol{Y}_{i} \|^{2} =$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left( | \boldsymbol{X}_{i} |^{2} + | \boldsymbol{Y}_{i} |^{2} \right) - 2 \operatorname{Tr}(\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{X}') \,. \quad (10)$$

由(10)式可知,对(5)式求最小值,相当于求  $Tr(Y^{T}X')$ 的最大值。

因为X' = RX,所以有

 $Tr(\boldsymbol{Y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{X}') = Tr(\boldsymbol{Y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}) = Tr(\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{\mathsf{T}}\boldsymbol{R}), \quad (11)$ 对  $\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{\mathsf{T}}$  作奇异值分解(SVD),即令  $\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{\mathsf{T}} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathsf{T}},$ 有

 $\operatorname{Tr}(\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}) = \operatorname{Tr}(\boldsymbol{U}\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}) = \operatorname{Tr}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{U}),$ 

令  $Z = V^{T} R U$ ,则有

$$\operatorname{Tr}(\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}') = \sum_{i=1}^{3} d_{i} Z_{ii} \leqslant \sum_{i=1}^{3} d_{i} \, . \tag{13}$$

因为R 和U都是正交矩阵,所以Z 也为正交矩阵,则有 det(Z)= $\pm 1$ 。

令 $Z_{ii}=1$ ,即Z为单位矩阵,则有

$$Z = I \Rightarrow V^{\mathsf{T}} R U = I \Rightarrow R = V U^{\mathsf{T}}, \quad (14)$$
  
R 必须是右手系下的旋转,因此(14)式可修正为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{V} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{bmatrix} \boldsymbol{U}^{\mathrm{T}}, \qquad (15)$$

式中: $d = \text{sign} [\det(UV^T)]; \text{sign}() 为符号函数; \det() 表示行列式的值。$ 

由于最初对雷达点云作过一次旋转变换,所以需 将此处求解得到的旋转矩阵 **R** 乘上初始旋转变换矩 阵才能得到最终激光雷达与双目相机的配准参数。 2.3.2 多次配准减少噪声影响

双目相机保持不动,在静止的封闭房间内,通过 实时显示双目相机建立的点云,可以发现,点云并不 是静止的,来自雷达的点云空间坐标同样也有一定 的浮动范围。为了减少噪声影响,在程序运行中需 多次估计旋转和平移参数。

经过 N 次求解,对所有配准参数进行聚类,去 除异常值后求取均值,将其作为最终的最优结果。

旋转矩阵的均值求解不太容易,且由于四元数可以 直接累加,因此可以先把旋转矩阵转换为四元数。 四元数与旋转矩阵之间的转换关系如下:

设四元数  $q = q_0 + q_1 \mathbf{i} + q_2 \mathbf{j} + q_3 \mathbf{k}$ , 对应的旋转 矩阵 **R** 为

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1 - 2q_{2}^{2} - 2q_{3}^{2} & 2q_{1}q_{2} - 2q_{0}q_{3} & 2q_{1}q_{3} + 2q_{0}q_{2} \\ 2q_{1}q_{2} + 2q_{0}q_{3} & 1 - 2q_{1}^{2} - 2q_{3}^{2} & 2q_{2}q_{3} + 2q_{0}q_{1} \\ 2q_{1}q_{3} - 2q_{0}q_{2} & 2q_{2}q_{3} - 2q_{0}q_{1} & 1 - 2q_{1}^{2} - 2q_{2}^{2} \end{bmatrix}.$$

$$(16)$$

反之,假设  $\mathbf{R} = \{m_{ij}\}, i, j \in [1,2,3], 其对应$ 四元数 q 为

$$q_{0} = \frac{\sqrt{\mathrm{Tr}(\mathbf{R}) + 1}}{2}, q_{1} = \frac{m_{23} - m_{32}}{4q_{0}},$$
$$q_{1} = \frac{m_{31} - m_{13}}{4q_{0}}, q_{1} = \frac{m_{12} - m_{21}}{4q_{0}}.$$
(17)

事实上,一个旋转矩阵对应的四元数表示不唯一,还有其他一些转换方式,且当 q<sub>0</sub> 接近 0 时,其余 三分量会非常大,导致解不稳定,此时需考虑其他解 法,此处不再赘述。

# 3 实验环境搭建

本文所提方法中使用速腾聚创的 RS-LiDAR-16 激光雷达,相机采用 ZED 双目相机,主要由两个 高分辨率镜头组成,通过 Nvidia Jetson Tx2 上的 GPU 加速计算。

实验装置为两块矩形木板,提供 8 个角点,方便 提取特征点对。图 3 为实验装置图,为了避免周围物 体的影响,通过将绳子固定在木板背面,使木板竖直 悬挂在空中。激光雷达与双目相机大概位于两块木 板平面正前方 2 m 左右,与木板中心大概处于同一水 平面。目的是保证木板每条边都可以包含一定数量 的雷达扫描线,以及木板位于双目相机的成像区域。 另外,在开始矫正前,相机的内参为已知条件。



图 3 实验装置图。(a)木板设置图;(b)激光雷达与双目相机放置图 Fig. 3 Experimental device diagram. (a) Board layout; (b) layout of lidar and binocular camera

# 4 实验结果

通过双目相机提取的木板边缘点云如图 4 (a)、4(b)所示,图 4(a)、4(b)分别为同一提取结果 的不同视角图。将激光雷达提取的边缘点云映射 到像素平面上,通过鼠标框选各个边缘所在区域, 进而依次提取边缘对应的雷达点云,效果如图 4 (c)所示。





(c) frame selection of lidar point cloud

可以采用三种方法来查看融合结果:一,直接通 过联合标定的外参来融合激光雷达与双目相机各自 产生的点云;二,通过相机的内参与联合标定的外参 将激光雷达点云映射到双目相机的左目图像中;三, 通过双目相机与雷达的外参传递,融合两个不同视 角的双目点云,从而评估外参的准确性。

### 4.1 结果验证

方法一:在两种不同场地上的点云融合结果如 图 5 所示,其中线条状点云为雷达获得的精确点云。 从整体上以及各个物体轮廓部分的点云融合结果来 看,通过本文提出的方法可以有效地对激光雷达与 双目相机进行配准。



图 5 不同视角下两个场景的点云融合结果。(a)(b)场景一:(c)(d)场景二

Fig. 5 Point cloud fusion results from different perspectives in two scenes. (a) (b) Scene one; (c)(d) scene two

图 5 中融合结果的研究意义在于:可以将视觉 图像与雷达精确点云联合在一起,以达到数据联合 应用的目的。例如,对于图 5(b)方框中物体,单靠 雷达难以识别目标,联合双目相机后可以方便获取 目标。

方法二:为了体现效果,将木板上的雷达点云重 投影到左目图像上进行轮廓比对,如图 6 所示。可 以看到,通过雷达获得的木板像素点与通过双目相 机成像的木板像素点的轮廓吻合较好,说明配准参 数比较准确。

方法三:首先获得雷达与双目相机视角一的配准外参 T<sub>LC1</sub>,保持雷达固定,移动双目相机,转换视



# 图 6 雷达点云重投影结果 Fig. 6 Results of lidar point cloud reprojection 角,获得配准外参 $T_{LC_2}$ ,则两不同视角下的点云转 换外参为 $T_{C_2C_1} = T_{LC_1} \cdot T_{LC_2}^{-1}$ 。两种双目视角左视 图及融合结果如图 7 所示。



图 7 双目相机两个不同视角的点云融合。(a)(b)两个视角的左视图;(c)点云融合结果 Fig. 7 Point cloud fusion of two different perspectives of binocular camera. (a)(b) Left view of two perspectives; (c) result of the point cloud fusion

通过融合结果图 7(a)和 7(b)中的木板、绳子、 地面等物体轮廓,可以看出求得的配准参数很准确。 此外,这种验证方法也是配准参数的应用之一,可以 通过此方法融合两个不同视角的双目相机,以达到 扩大视场角的目的。

由以上三种方法的验证结果可以看出,利用本 文方法可以很准确地获得激光雷达与双目相机的配 准参数。

# 4.2 结果比较

为了体现本文方法的优越性,将其与文献[4]中 特征点匹配求解的方法进行比较。本文方法与文献 [4]中方法属于同种类型的方法,即都为通过提取特 征点来进行匹配参数求解。本文与文献[4]中方法 的主要区别有两点:一是特征点提取方式不同,二是 配准参数求解方法不同。文献[4]中采取拟合圆、提 取圆心点的方式,并通过 ICP (Iterative closest points)的方法求解配准参数。由于本文是按照一 定顺序提取角点的(如逆时针提取边缘,并依次求取 角点),所以提取出的两组点匹配关系已知,可以直 接采用 Kabsch 算法进行配准参数求解,从而避免 使用 ICP 算法陷入局部最优解的可能。

本文将采用两种方式进行比较:一是理论分析 比较,二是结果图直观比较。

理论分析:首先,文献[4]中采用带有4个圆形 孔洞的大矩形平面木板,且该方法是直接在XY平 面上对木板平面进行提取,并进而拟合出圆心,意味 着传感器坐标系的Z轴必须与木板垂直,较容易引 入不必要的误差。另外,文献[4]中方法拟合圆心时 所用的点太少,容易产生较大误差,如图8所示。若 要产生更多的点,则相对需使圆形更大,但木板尺寸 太大不利于实验场景布置。其次,仅通过4个匹配点 求取配准参数,可能会产生较大误差。本文方法在保 证精度的前提下,装置容易设置,操作方便,同时通过 8个匹配点求解得到的配准参数将更加准确。



图 8 文献[4]中方法的融合结果图。(a)边缘点提取结果图;(b)圆心提取结果图

Fig. 8 Fusion results of method in Ref. [4]. (a) Result of edge point extraction; (b) result of circle center extraction

示,从右侧圈出的三角形区域中可以看出映射到图

像上的点云存在一些偏差,与图6进行比较,可以发 现本文方法有一定的优势。



#### 结 论 5

本文提出了一种基于 3D-3D 特征点的激光雷 达与双目相机的外参配准方法。在已知双目相机内 参的情况下,通过 SGBM 方法恢复视差图并获得点 云,利用边缘提取算法提取木板边缘,拟合边缘求取 木板角点,获得了双目相机坐标系下的 3D 特征点; 对于激光雷达,映射其点云到左目图像上,选取木板 边缘对应的点云, 拟合直线求取木板角点。最后利 用 Kabsch 算法对两种途径提取的配对特征点云进 行配准,准确求解激光雷达与双目相机之间的配准 参数,实验装置简单,方便搭建。

结果展示:文献[4]中方法的融合结果如图 9 所

#### 紶 考 文 献

- $\lceil 1 \rceil$ Zhou L P, Li Z M, Kaess M. Automatic extrinsic calibration of a camera and a 3D LiDAR using line and plane correspondences [C] // 2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), October 1-5, 2018, Madrid, Spain. New York: IEEE, 2018: 5562-5569.
- Geiger A, Moosmann F, Car O, et al. Automatic  $\lceil 2 \rceil$ camera and range sensor calibration using a single shot C // 2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 14-18, 2012, St Paul, MN, USA. New York: IEEE, 2012: 3936-3943.
- [3] Guindel C, Beltrán J, Martín D, et al. Automatic extrinsic calibration for lidar-stereo vehicle sensor setups[C] // 2017 IEEE 20th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC), October 16-19, 2017, Yokohama, Japan. New York: IEEE, 2017: 17631999.
- Vel'as M, Španěl M, Materna Z, et al. Calibration  $\lceil 4 \rceil$ of RGB camera with velodyne LiDAR [C] // 22nd International Conference in Central Europeon

Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, November 10, 2014. [S. l.: s. n.], 2014: 135-144.

- [5] Castorena J, Kamilov U S, Boufounos P T. Autocalibration of lidar and optical cameras via edge alignment [C] // 2016 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), March 20-25, 2016, Shanghai, China. New York: IEEE, 2016: 2862-2866.
- [6] Xia P F, Yin H L, He Y X. Calibration of Lidar and camera based on maximum mutual information [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39 (1): 34-41.夏鹏飞, 尹慧琳, 何艳侠. 基于最大互信息的激光雷 达与相机的配准[J]. 仪器仪表学报, 2018, 39(1): 34-41.
- [7] Taylor Z, Nieto J. Automatic calibration of lidar and camera images using normalized mutual information [C] // 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2013, May 6-10, 2013, Karlsruhe, Germany. New York: IEEE, 2013.
- [8] Pandey G, McBride J R, Savarese S, et al. Automatic targetless extrinsic calibration of a 3D lidar and camera by maximizing mutual information [C] // Twenty-Sixth AAAI Conference on Artificial Intelligence, July 22-26, 2012, Toronto, Ontario, Canada. California: AAAI, 2012: 2053-2059.
- [9] Levinson J, Thrun S. Automatic online calibration of cameras and lasers [C] // Robotics: Science and Systems, Jun 24-28, 2013, Berlin, Germany. Cambridge: MIT Press, 2013.
- [10] John V, Long Q, Liu Z, et al. Automatic calibration and registration of lidar and stereo camera without calibration objects [C] // 2015 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety



(ICVES), November 5-7, 2015, Yokohama, Japan. New York: IEEE, 2015: 231-237.

- [11] Bok Y, Choi D G, Kweon I S. Generalized laser three-point algorithm for motion estimation of camera-laser fusion system [C] // 2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 6-10, 2013, Karlsruhe, Germany. New York: IEEE, 2013: 2880-2887.
- [12] Hirschmüller H. Stereo processing by semiglobal matching and mutual information [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2008, 30(2): 328-341.
- [13] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [14] Sorkine-Hornung O, Rabinovich M. Least-squares rigid motion using SVD [J]. Computing, 2017, 1 (1): 1-5.
- [15] Wang D L, Li Y. Building edge extraction from

LiDAR point cloud based on rotational difference kernel estimation [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46(1): 0104005.

王岱良,李玉.基于旋转差值核估计的激光雷达点云 建筑物边缘提取[J].中国激光,2019,46(1): 0104005.

 [16] Miao S, Wang J J, Li Y L, et al. Digital surface model accuracy improvement based on edge line automatic extraction of building laser point cloud [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55 (1): 012803.

苗松,王建军,李云龙,等.基于建筑物激光点云边 缘线自动提取提高 DSM 精度[J].激光与光电子学 进展,2018,55(1):012803.

[17] Chen G B, Gao Z H, He L. Step-by-step automatic calibration algorithm for exterior parameters of 3D lidar mounted on vehicle [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(10): 1010004.
陈贵宾,高振海,何磊.车载三维激光雷达外参数的分步自动标定算法[J].中国激光, 2017, 44(10): 1010004.