基于边缘检测及可靠性排序算法的三维曲面重构

虞梓豪¹,刘瑾¹*,杨海马²**,张鹏程¹,陈毅² ¹上海工程技术大学电子电气工程学院,上海 201620; ²上海理工大学光电信息与计算机工程学院,上海 200093

摘要为了克服噪声导致的相位展开不连续现象,用 Canny 边缘检测算法获取重建模型的真实边缘,结合二阶差分函数计算边缘可靠性,并根据可靠性的大小逐区域展开相位,以达到稳定展开模型全局相位的目的。提取传统算法和本算法相位展开后任意行(或列)的数据点,得到两种算法相对原始数据点的标准差分别为 0.0562 和 0.0121。同时,本算法可以解决枝切法中因噪声过大导致的相位展开稳定性低以及最小二乘法在重建模型中断层的问题,能很好地克服噪声并进行三维重建。

关键词 图像处理;相位展开; Canny 边缘检测算法;二阶差分;区域展开;三维重建
 中图分类号 TH89 文献标志码 A doi: 10.3788/LOP57.241020

Three-Dimensional Surface Reconstruction Based on Edge Detection and Reliability Sorting Algorithm

Yu Zihao¹, Liu Jin¹*, Yang Haima²**, Zhang Pengcheng¹, Chen Yi²

 1 College of Electronic and Electrical Engineering, Shanghai University of Engineering Science,

Shanghai 201620, China;

² College of Optical-Electrical and Computer Engineering, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China

Abstract To overcome the discontinuity of phase unwrapping caused by noise, in this paper, Canny edge detection algorithm is used to get the real edge of the reconstructed model, a second-order difference function is combined to calculate the edge reliability, and the phase is expanded region by region according to the reliability, so as to achieve the purpose of stable global phase unwrapping. The data points of any row (or column) after phase unwrapping of traditional algorithm and this algorithm are unwrapped, the standard deviations of the two algorithms relative to the original data points are 0.0562 and 0.0121, respectively. At the same time, this algorithm can solve the problem of low stability of phase unwrapping caused by excessive noise in the branch cutting method and the problem of discontinuity layer in the reconstructing model by the least square method, which overcome the noise well and carry out three-dimensional reconstruction.

Key words image processing; phase unwrapping; Canny edge detection algorithm; second-order difference; area expansion; three-dimensional reconstruction

OCIS codes 100.2000; 100.5088; 120.5060; 100.3010

1 引 言

三维(3D)重建作为非接触式测量方法,广泛应 用于增材制造、医疗、文物恢复、3D测量等领域^[1]。 相位展开作为 3D 重建的重要环节,会影响重建模型的精度。因此,研究一种鲁棒性强、准确性和效率高的相位展开算法对物体的 3D 重建具有重要意义。

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金(61701296)、天文联合基金(U1831133)、上海航天科技创新基金(SAST2017-062)、宝山区科技创新专项基金(17-C-21)、上海市自然科学基金(17ZR1443500)

收稿日期: 2020-04-27;修回日期: 2020-06-08;录用日期: 2020-06-28

^{*} E-mail: flyingpine@sina.com; ** E-mail: snowyhm@sina.com

在条纹图分析中,相位 $\varphi(x,y)$ 通常由包含反 正切函数的表达式获得,其中,(x,y)为对应点的坐 标。反正切函数的返回值在[-π,π]之间[2-3],其包 裹的相位 $\varphi(x,y)$ 为锯齿形,通过相位展开可得到 物体高度的真实映射。为了提高相位展开算法的抗 噪性,人们提出了多种算法^[4-5],如全局算法、区域算 法、路径跟踪算法。刘稳等^[6]提出了基于取整最小 二乘的全局相位展开方法,用非迭代方法处理相位 跳变部分的梯度,降低了误差点对信息传播的影响。 $Costantini^{[7]}$ 结合路径分割法和最小范数法的优点, 将相位展开的最小化问题转化为求解网络中的最小 费用流问题,鲁棒性较强,但计算量大。钟何平等[8] 在进行相位展开时,先计算相位质量图,并将包裹相 位分为高、低质量区域,然后利用质量引导与最小不 连续相结合的相位展开方法将相位展开和区域分割 结果发送至主线程,最后主线程用最小不连续算法 优化对相位展开的不同分块区域边界。Ding 等^[9] 针对合成孔径雷达干涉(InSAR)相位展开中的相关 误差,提出了一种用己知 InSAR 轨道模型模拟相位 修正前干涉相位图的相位展开算法。区域算法是对 图像进行区域分割,其鲁棒性没有全局算法强,但计 算量较低;廖薇等^[10]为了快速准确地对含噪包裹位 相图进行相位展开,仿真对比了几种不同的路径跟 踪算法,但这些方法都存在处理效率低或对噪声处 理效果不佳的问题。

针对上述问题,本文提出了用 Canny 边缘检测 算法检测真实边缘,获取真实边缘后,用二阶差分函 数计算需要展开像素处的左右、上下、对角像素,得 出边缘可靠性。然后将相邻边缘可靠性值较高的像 素归为一组,采用逐区域扩展方法沿可靠性高的边 缘进行展开。最后将区域展开连接成全局范围内的 相位展开。实验结果表明,该算法可以提高物体廓 形边缘的识别能力,且计算量较小,是一种鲁棒性和 准确性较高的相位展开方法。

2 三维重建原理

结构光 3D 视觉是在光学三角法基础上实现 的,数字光学处理(DLP)投影仪作为光源将一定频 率的结构光投射到物体表面,先得到同一频率的 4 张正弦光栅图像,其相位分别为 0、π/2、π、3π/2。被 投射的光栅在物体表面上会发生畸变,得到调制后 的光栅图像。然后利用 CCD 相机采集光栅的二维 畸变图像并传输到个人笔记本电脑(PC)中。最后 将畸变的光栅图像与参考光栅图像的相位进行对 比,解相位得到物体的三维廓形,本系统的工作原理 如图1所示。



图 1 结构光 3D 重建系统的原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the structured light 3D reconstruction system

相移法根据光波干涉原理将满足测量要求的正 弦分布光栅用 DLP 投影系统投射到被测物体表面, 受物面高度分布的调制,条纹会发生畸变。用 CCD 相机采集的二维(2D)畸变条纹图的灰度值 I_N 可表 示为

 $I_{N} = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f x + \Delta \varphi(x, y)],$ (1)

式中,a(x,y)、b(x,y)分别为相机接收到的光强和物面背景光强, $\Delta \varphi(x,y)$ 为隐含物体表面高度信息的相位函数,f为光栅的频率, $N(N \ge 3)$ 为畸变光栅的图像数量。

3D 重建的基本原理是三角测量原理^[11],如图 2





所示,投影仪向物体投射正弦光栅后,可通过相机采 集因物体高度变化而发生畸变的调制图像。其 中,o_c、o_p分别为相机和投影仪的光轴中心,o_cx_cy_cz_c、o_p-x_py_pz_p分别为相机坐标系和投影仪坐 标系。

相邻条纹图像之间的相移量为 2π/N,采集移 相前后的畸变条纹图像,用 N 步相移算法求出物面 上的相位分布^[12-13],第 n 张畸变光栅的相位函数可 表示为

$$\Delta\varphi(x,y) = \arctan\left[\frac{\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y) \sin\left(\frac{2n\pi}{N}\right)}{\sum_{n=0}^{N-1} I_n(x,y) \cos\left(\frac{2n\pi}{N}\right)}\right],$$
(2)

四步相移的相位函数为

$$\Delta \varphi(x,y) = \arctan \left[\frac{I_2(x,y) - I_4(x,y)}{I_1(x,y) - I_3(x,y)} \right] \,. \tag{3}$$

3D 重建的关键是准确高效地获取物体的深度 信息,相位包裹是反三角函数将深度信息截断至 $-\pi$ 到 π 内。此时包裹相位实际是按投射的正弦光 栅周期分布的,因此需要对包裹相位进行相位展开, 获取连续相位并通过计算相位 $\Delta \varphi(x,y)$ 与高度 h 的映射关系,得到物体真实的高度为

$$h = \frac{l\Delta\varphi(x,y)}{2\pi f d + \Delta\varphi(x,y)},\tag{4}$$

式中,d为相机镜头轴心点到投影仪镜头轴心点的 距离,l为投影仪镜头轴心点到参考平面的距离。

3 相位展开原理

相位展开是给每个包裹的像元加上 2π 的整数 倍,得到一个连续的相位。但实际上相位不连续是 由环境噪声、物体形状的不规则性、采样丢失等原因 导致,相邻包裹中相邻像素间的相位差超过 π ,即为 不连续现象。设任意像元(m,n)处的包裹相位为 $\varphi_{m,n}$,展开相位为 $\phi_{m,n}$,则^[14]

 $\phi_{m,n} = \varphi_{m,n} + 2\pi k_{m,n}$, (5) 式中, $k_{m,n}$ 为整数,是从一点到另外一点的积分,与 路径无关。

当相邻像素间的相位差大于π时,说明像元间 存在不连续现象,而实际情况中环境噪声、欠采样、 物体不规则都会导致相邻像素间的相位差发生剧烈 变化,即相邻像素为离散数据。当相机采集图像的 灰度发生剧烈变化时,相邻像素间的相位差可能会 产生一个局部极值,而二阶差分对图像灰度变化的 观测和边缘定位效果较好。

二阶差分算法能很好地检测相位图中可能存在的不一致,度量相位函数的凹度/凸度^[15] Q_{i,j} 可表示为

 $Q_{i,j} = [h^2(i,j) + v^2(i,j)]^{1/2}$, (6) 式中,h(i,j)、v(i,j)分别为水平像素值和垂直像 素值。在二维包裹相位图中,假设在尺寸为 3 pixel×3 pixel的窗口中,像素的可靠性由像素周 围的 8 个相邻像素决定。根据可靠性排序算法进行 相位展开,对可靠性高的区域进行展开,采用的二阶 差分函数 D(i,j)可表示为

$$\begin{cases} D(i,j) = [H^{2}(i,j) + V^{2}(i,j) + D_{1}^{2}(i,j) + D_{2}^{2}(i,j)]^{1/2} \\ H(i,j) = \gamma \{ [\phi(i-1,j) - \phi(i,j)] - [\phi(i,j) - \phi(i+1,j)] \} \\ V(i,j) = \gamma \{ [\phi(i,j-1) - \phi(i,j)] - [\phi(i,j) - \phi(i,j+1)] \} \\ D_{1}(i,j) = \gamma \{ [\phi(i-1,j-1) - \phi(i,j)] - [\phi(i,j) - \phi(i+1,j+1)] \} \\ D_{2}(i,j) = \gamma \{ [\phi(i-1,j+1) - \phi(i,j)] - [\phi(i,j) - \phi(i+1,j-1)] \} \end{cases}$$
(7)

式中,H(i,j)、V(i,j)、 $D_1(i,j)$ 、 $D_2(i,j)$ 分别为水 平、垂直、两个对角像素间的二阶差分值, γ 为相位 展开操作, $\phi(i,j)$ 为像素值,令

$$y = \gamma(x), \qquad (8)$$

$$\gamma(x) = (x \mod 2\pi) - \pi, \qquad (9)$$

式中, mod 为取模运算, $\gamma(x)$ 为相位展开后的函数值。

坐标为(i,j)的像素可靠性函数 R(i,j)为

$$R(i,j) = \frac{1}{D(i,j)}$$
(10)

从(10)式可以看出,二阶差分函数值 D(*i*,*j*) 越小,相位展开的可靠性就越高。尺寸为3 pixel× 3 pixel 窗口内像素的可靠性值如图 3(a)所示,其 路径展开方式为图 3(a)中相邻像素的和,如 图 3(b)所示。其中,矩形框内的数值为沿该路径 展开得到的可靠性值,矩形框所在的边线为展开 路径。



图 3 相邻像素间的可靠性值。 (a)单个像素的可靠性值;(b)展开路径的可靠性值 Fig. 3 Reliability value between adjacent pixels. (a) Reliability value of a single pixel; (b) reliability value of the expanded path

图 4 为路径展开的方式,图 4(a)中的可靠性 值最大为 2.3,即方框内数值为 0 的区域,先对该 区域的相邻像素进行展开(第一次);随后是可靠 性值较大的 2.2、2.1 区域,分别对应方框内数值 为 1、2 的区域,空白区域表示尺寸为 3 pixel × 3 pixel 窗口内未展开的像素区域。图 4(b)中 2.1 为当前较大的可靠性值,与已展开的 0 区域进行 合并展开(第二次);图 4(c)中 2.0 为当前最大的 可靠性值,方框内为 1 的区域沿其中一个数值为 2.0 的路径展开,方框内为 0 的区域沿数值为 2.0 的路径展开(第三次);最后合并方框内为 2 的区 域,得到全局展开图,如图 4(d)所示,方框内的数 值全为 0(第四次)。



图 4 可靠性排序的过程。(a)第一次;(b)第二次; (c)第三次;(d)第四次

Fig. 4 Process of reliability sequencing. (a) First time;(b) second time; (c) third time; (d) fourth time

可靠性排序算法的核心是对整张图像进行逐像 素循环扫描,而二阶差分算法对边缘比较敏感,在相 位展开后可得到稳定的物体廓形,为后期重建物体 提供了基础。

图 5 分别为 Laplacian、LoG 和 Canny 算子对耳

蜗模型的边缘检测结果,可以发现,图 5(a)中 Laplacian 算子的边缘检测效果最差,无法得到耳蜗 模型的真实边缘;图 5(b)中的 LoG 算子能较好地 检测出耳蜗模型的廓形;而图 5(c)中的 Canny 算子 能得到更准确的耳蜗模型边缘,因此,实验采用 Canny 边算子进行边缘检测。



图 5 三种算子的边缘检测结果。(a) Laplacian 算子; (b) LoG 算子;(c) Canny 算子

Fig. 5 Edge detection results of the three operators. (a) Laplacian operator; (b) LoG operator; (c) Canny operator

Canny 算子在检测物体边缘时不会丢失重要的 边缘信息,且能避免产生虚假边缘。为了提高 3D 重建的准确度和效率,将 Canny 算子与可靠性排序 算法相结合,大大提高了物体廓形的识别率,避免噪 声等因素在物体重构过程中产生的拉丝现象^[15]。 Canny 算子的检测步骤如下。

1) 用高斯滤波器进行降噪处理

3D 重建过程中,环境噪声会造成相位不连续。 因此,相位展开过程中需对图像进行降噪,去除孤立 噪点。采用高斯滤波器对数据进行卷积运算,可以 减少部分类型的噪声,提升边缘检测效果, (2k+1)×(2k+1)的滤波器方程^[16]可表示为

$$H_{ij} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \times \exp\left\{-\frac{\left[i - (k+1)\right]^2 + \left[j - (k+1)\right]^2}{2\sigma^2}\right\},$$
(11)

式中,1≪*i*,*j*≪(2*k*+1),*k*为正整数,σ为方差。

2) 计算像素的梯度

设像元(*m*,*n*)的大小为 *f*(*x*,*y*),梯度为 *G*[*f*(*x*,*y*)],则像素的梯度可表示为

$$G[f(x,y)] = \{ [\Delta_x f(x,y)]^2 + [\Delta_y f(x,y)]^2 \}^{1/2}$$
(12)

式中, Δ_x 为函数 f(x,y) 对 x 的偏导, Δ_y 为函数 f(x,y) 对 y 的偏导。相机采集的图像边缘是指向 各个方向的,因此,用 Canny 算子检测出水平、垂直 和对角的边缘,返回 Δ_x 和 Δ_y 后再确定像元(m,n)

的梯度。

3) 非极大值抑制和边缘连接处理

Canny 算子选取的高斯标准差为 0.6,边缘检测算法的低阈值为 50,高阈值为 150。图 6(a)为 实际采集的被物体调制后的图像,由于形貌复杂 导致椭圆区域的信息丢失;图 6(b)和图 6(c)分别 为 Canny 算子检测过程中经非极大值抑制(NMS) 处理以及边缘连接后的图像。可以看出,在相位 展开过程中进行边缘检测时,需要预先消除图像 中的虚假边缘,检测出耳蜗模型的实际边缘,以降 低后续相位展开过程的错误率、提高检测效率。 图 7 为相位展开的具体步骤。



图 6 边缘检测处理的过程。(a)丢失信息的耳蜗调制图; (b)经 NMS 处理后的图像;(c)经边缘处理后的图像 Fig. 6 Process of edge detection processing. (a) Ear modulation map with missing information; (b) image obtained after NMS processing; (c) image obtained after edge processing



图 7 相位展开流程图

Fig. 7 Flow chart of phase unwrapping

4 仿真与实验

4.1 相位展开算法的误差分析

为了验证本算法进行相位展开的准确性,对函数 $f(x) = \sin(\pi x) + \cos(\pi x)$ 的相位进行展开,结果如图 8(a)所示。对函数 f(x)添加系数为 0.1 的随机噪声,用本算法和传统 Itoh 算法根据某一点与

其相邻点的相位差进行相位展开,然后对该函数相 位展开后得到的一维数据进行拟合,结果如图 8(b) 所示。其中,实线为理想拟合曲线,符号"+"为本算 法相位展开后得到的曲线,通过 cftool(数据拟合工 具箱)得到本算法与理想相位展开拟合曲线的均方 根误差(RMSE)为 0.0121;实心点为传统算法相位 展开后的数据点,其与理想相位展开数据点的





RMSE为 0.0562,这表明相比传统算法,本算法的 解包裹效果有明显改进。

为了进一步验证本算法的准确性,通过四组 仿真实验验证相位展开的效果,仿真环境包括添 加噪声和不连续或信息丢失的情形,结果如图 9 所示。可以发现,在图 9(a)中的理想环境下,本算 法能对原始展开相位进行包裹后精确地重展开; 在图 9(b)中添加系数为 0.1 的随机噪声后,本算 法仍然可以精确地实现相位展开,这表明本算法的抗噪能力较强。在图9(c)中信息丢失和图9(d) 中添加系数为0.1的随机噪声和存在不连续或信 息丢失的情况下,本算法也能很好地进行包裹和 相位展开,这表明本算法具有较高的鲁棒性和准 确性。表1为四种仿真环境下相位展开所需的时 间,实验环境:电脑为戴尔笔记本电脑,CPU为 i5-8300H。



Table 1 Phase unfolding time of our algorithm in different environments				unit: s
Simulation environment	Ideal situation	Random noise	Information lost	Random noise and information lost
Simulation time	0.908	6.078	0.685	3.217

4.2 相位展开算法的实际测试结果

实验的外部设备主要包括 DLP 投影仪和 CCD

相机,上位机为 64 位的 Windows10 笔记本电脑,搭 建的系统如图 10 所示。首先,通过自行编写的软件



图 10 搭建的系统实物图 Fig. 10 Physical map of the built system

产生正弦结构光栅,光栅的分辨率为 1920 pixel× 1080 pixel,频率为 48 Hz,正弦光栅为 $I = 128 + 127 \sin(2\pi f + \varphi)$ 。然后,用 DLP 投影仪将光栅投射 到 耳蜗模型表面,用CCD相机采集调制光栅,结果



如图 11(b)所示。其中,椭圆标记区域的信息因物体自身形貌复杂而缺失。采用边缘检测及可靠性排序算法进行 3D 相位展开,能解决耳蜗模型在实际数据采集过程中存在环境噪声以及自身形貌遮挡导致的相位展开混乱问题。基于边缘检测及可靠性排序算法进行相位展开,得到的廓形显示效果较好,这表明本算法的鲁棒性较高。

在相同环境下采集一组耳蜗模型的调制光栅, 分别用枝切法、最小二乘法、以及本算法进行仿真对 比。图 11(a)为对相机采集的光栅进行相位展开得 到的结果,图 11(b)为相机采集的耳蜗模型调制图 像,通过提取图像的感兴趣区域(ROI),得到大小为 402 pixel×316 pixel的窗口,最后采用四步相移法 验证相位展开的效果。



图 11 光栅展开后的图像和耳蜗模型调制图。(a)光栅相位的展开图像;(b)耳蜗模型的调制光栅图 Fig. 11 Image and ear model modulation after the raster is expanded. (a) Unfolded image of grating phase; (b) modulated grating image of ear model

将采集的图像用 Goldstein 枝切法进行 3D 重 建,采集时处于自然光环境,由于耳蜗模型自身的形 貌复杂,未采集到图 11(b)中的椭圆区域。同时,相 机采集数据的过程中也会存在噪声、信息丢失等情 况导致相位展开不连续,残差点会密集分布,枝切线 的设置会产生错误,导致相位图中产生"孤岛"现象^[17],造成整个相位的展开错误。图 12 为枝切法 对采集图像的仿真,可以看出,耳蜗模型的廓形没有 恢复,这表明 Goldstein 枝切法在实际重建过程中 并不适用。



图 12 Goldstein 枝切法得到的结果。(a)耳蜗模型的 2D 图;(b)相位展开后的耳蜗模型;(c)耳蜗模型的真实高度 Fig. 12 Results obtained by the Goldstein branch cutting method. (a) 2D image of the ear model;

(b) ear model after phase expansion; (c) true height of the ear model

图 13 分别为最小二乘法和本算法得到的包裹 相位图和相位展开图,由于实际采集耳蜗模型调制

图时存在许多噪声,可以看出,使用最小二乘法进行 相位展开时存在耳蜗模型廓形拉丝现象,原因是最



小二乘法无法限制误差在空间中的传播,而本算法 得到的耳蜗模型廓形更清晰。



图 13 两种算法的包裹相位和相位展开图。(a)~(b)最小二乘法;(c)~(d)本算法 Fig. 13 Wrapping phase and phase unfolding diagrams of the two algorithms. (a)-(b) Least square method; (c)-(d) our algorithm

用 Matlab 处理采集的数据,图 14 为最小二乘 法和本算法进行相位展开后,对耳蜗模型的一面进 行重建的仿真图。可以发现,图 14(a)的二维图中 存在拉丝现象,原因是模型实际采集过程中存在误 差,且最小二乘法无法解决误差在空间传播的问 题^[18],导致重建的图 14(c)也出现了断层现象。而 本算法采用边缘检测及可靠性排序算法,可以很好 地解决或缩小误差的传播,得到的耳蜗模型三维廓 形更清晰。

用本算法结合四步相移法求取耳蜗模型的廓形 信息,其中,相机光心到参考平面的距离为 L =26 cm,投影仪光心到相机光心连线的距离 D =10 cm,投影光栅的频率 f = 1/48(具体频率根据物 体的大小调整)。相机和相机间的最佳夹角在 20°~30°之间。图 15 为本算法得到耳蜗模型一面 的高度信息,其重建的映射高度为 25.8 cm。



图 14 两种算法的相位展开结果。(a)最小二乘法(2D);(b)本算法(2D);(c)最小二乘法(3D);(d)本算法(3D) Fig. 14 Phase unwrapping results of the two algorithms. (a) Least squares algorithm (2D); (b) our algorithm (2D); (c) least squares algorithm (3D); (d) our algorithm (3D)



图 15 3D 重建的耳蜗模型 Fig. 15 Cochlear model obtained by 3D reconstruction

5 结 论

针对耳蜗模型,首先,采用 Canny 边缘检测对 采集图像的进行掩码输出,获取图像的真实边缘,对 ROI 区域内的数据进行运算。其次,通过二阶差 分,给出可靠性函数评判标准,依据可靠性值的高 低,使每个区域沿着可靠性值高的边缘展开,根据可 靠性排序进行相位展开,最后实现全局相位展开。 实验结果表明,本算法可以解决枝切法中因噪声密 集产生的"孤岛"现象,同时也避免了最小二乘法不 能解决误差在空间中传播的问题。且本算法对于信 息缺失的相位也能正确地进行相位展开,在三维重 建过程中的鲁棒性和准确性较高。

参考文献

- [1] Fu Y, Wang W, Xiao H. Three-dimensional profile measurement based on modified temporal phase unwrapping algorithm[J]. Optik-International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124 (6): 557-560.
- [2] Wang T, Li Z, Wang S, et al. Blades model reconstruction based on speckle vision measurement
 [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56 (1): 011501.
 王涛,李战,王盛,等.基于散斑视觉测量的叶片模型重构[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56 (1): 011501.
- [3] Zhang X X, Wang Y M, Huang S J, et al. A two-step phase-shifting algorithm for phase calculation
 [J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(3): 0311005.
 张晓璇, 王月敏, 黄淑君, 等. 一种两步相移相位解
 算方法[J]. 光子学报, 2017, 46(3): 0311005.
- [4] Xie Z X, Wang X D, Gong H L. Round-hole profile measurement of thin-walled parts based on binocular

vision [J]. Chinese Journal of Lasers, 2019, 46 (12): 1204004.

解则晓,王晓东,宫韩磊.基于双目视觉的薄壁零件 圆孔轮廓测量[J].中国激光,2019,46(12):1204004.

- [5] Han Y, Zhang Q C, Wu Y S. Performance comparison of three basic phase unwrapping algorithms and their hybrid algorithms [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(8): 0815006.
 韩宇,张启灿,吴应山.三种基本相位展开算法及其融合算法的性能比较[J].光学学报, 2018, 38 (8): 0815006.
- [6] Liu W, Pan G Z, Yang J. A new global phase unwrapping algorithms based on least squares [J]. Computer Measurement & Control, 2015, 23(9): 3114-3118.
 刘稳,潘广贞,杨剑.基于取整最小二乘的全局相位

展开新方法[J]. 计算机测量与控制, 2015, 23(9): 3114-3118.

- [7] Costantini M. A novel phase unwrapping method based on network programming[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 1998, 36(3): 813-821.
- [8] Zhong H P, Tang J S, Zhang S, et al. Combined minimum discontinuity phase unwrapping based on clusters [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2019, 44(9): 1363-1368.
 钟何平,唐劲松,张森,等.集群环境下的复合最小 不连续相位解缠算法[J].武汉大学学报·信息科学 版, 2019, 44(9): 1363-1368.
- [9] Ding Z G, Zeng T, Long T, et al. Phase unwrapping method based on multi-frequency InSAR in highly sloped terrain [J]. Electronics Letters, 2016, 52 (12): 1058-1059.
- [10] Liao W, Liu Z Q, Wang H Y, et al. Comparison of the three phase unwrapping algorithm based on the algorithm of Path tracking[J]. Laser Journal, 2014, 35(6): 32-34.
 廖薇,刘佐强,王华英,等. 三种基于路径跟踪的位

◎微, 刈佐强, 土平央, 寺. 二种基丁酚在跟踪的位相解包裹算法比较[J]. 激光杂志, 2014, 35(6): 32-34.

- [11] Gdeisat M, Arevalillo-Herráez M, Burton D, et al. Three-dimensional phase unwrapping using the Hungarian algorithm [J]. Optics Letters, 2009, 34 (19): 2994-2996.
- [12] Portalés C, Ordua J M, Morillo P. Parallelization of a method for dense 3D object reconstruction in structured light scanning[J]. The Journal of Supercomputing, 2015, 71(5): 1857-1868.

[13] Bing P, Qian K M, Lei H, et al. Phase error analysis and compensation for nonsinusoidal waveforms in phase-shifting digital fringe projection profilometry [J]. Optics Letters, 2009, 34 (4): 416-418

[14] Zhang T, Lu Y G, Zhang X P. Minimum-discontinuity phase unwrapping algorithm based on edge detection[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 180-186.
张婷,路元刚,张旭苹.基于边缘检测的最小不连续相位展开算法[J].光学学报, 2009, 29(1): 180-186

- [15] Tomioka S, Heshmat S, Miyamoto N, et al. Phase unwrapping for noisy phase maps using rotational compensator with virtual singular points[J]. Applied Optics, 2010, 49(25): 4735-4745.
- [16] Zhang Y Y, Zeng Q H, Liu J Y, et al. An improved image edge detection algorithm based on Canny

algorithm[J]. Navigation and Control, 2019, 18(1): 84-90.

张月圆,曾庆化,刘建业,等.基于 Canny 的改进图 像边缘检测算法 [J].导航与控制,2019,18(1): 84-90.

- [17] Tang G C. A progress of InSAR interferometric phase unwrapping methods based on Goldstein branch-cut method [J]. Beijing Surveying and Mapping, 2019(4): 363-368.
 唐固城.基于 Goldstein 枝切法的 InSAR 干涉相位解 缠方法研究进展[J].北京测绘, 2019(4): 363-368.
- [18] Wu J, Zhou H, Wu D, et al. Study of phase unwrapping algorithm from the undersampled phase
 [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53
 (5): 051003.
 吴杰,周皓,吴丹,等. 欠采样条件下相位解包裹算 法的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53

(5): 051003.