

基于最小体积稀疏正则的高光谱解混方法的研究

徐光宪¹, 王延威^{1*}, 马飞^{1**}, 杨飞霞²

¹ 辽宁工程技术大学电子与信息工程学院, 辽宁 葫芦岛 125105;

² 辽宁工程技术大学电气与控制工程学院, 辽宁 葫芦岛 125105

摘要 高光谱解混的目的在于提取图像中的端元特征和丰度特征。由于高光谱图像空间分辨率低而存在大量混合像元,因此如何从混合像元中提取光谱特征和空间分布信息是高光谱解混面临的难题。基于非负矩阵分解的高光谱解混是一个不适定拟合问题,而且在处理过程中将立方体数据转化为矩阵会导致三维结构信息的丢失。利用最小体积单纯形空间稀疏性,提出一种基于最小体积稀疏正则的高光谱解混方法,能够挖掘出图像中光谱特性和丰度特征的内在关系,减少结构信息的丢失。将凸几何中的最小体积约束与非负矩阵分解相结合,并采用近似交替优化与交替方向乘法设计出高效的求解算法。最后分别采用合成数据和真实数据进行仿真实验,结果表明该种算法能够有效地提取出高光谱图像的端元特征和丰度特征。

关键词 图像处理; 高光谱解混; 混合像元; 最小体积单纯形

中图分类号 TP753

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.241010

Hyperspectral Unmixing Method Based on Minimum Volume Sparse Regularization

Xu Guangxian¹, Wang Yanwei^{1*}, Ma Fei^{1**}, Yang Feixia²

¹ School of Electronic and Information Engineering, Liaoning Technical University, Huludao, Liaoning 125105, China;

² School of Electrical and Control Engineering, Liaoning Technical University, Huludao, Liaoning 125105, China

Abstract Hyperspectral unmixing aims to extract the endmember and abundance features in an image. A hyperspectral image has many mixed pixels because of the low spatial resolution. Therefore, capturing the spectral features and the corresponding spatial distribution from the mixed pixels is important. The non-negative matrix factorization(NMF)-based method for hyperspectral unmixing is regarded as an ill-posed data-fitting problem, in which the cube data must be converted into a matrix form, which leads to the loss of three-dimensional structure information. This study introduces the sparsity of the spatial features in the minimum-volume simplex to propose a novel method for hyperspectral unmixing, which not only mines the intrinsic relationship between spectral and spatial abundance features in the images, but also improves the loss of data structure information. The proximal alternating optimization and the alternating direction method of multipliers were used here to design a set of efficient solvers based on the minimum volume constraint in convex geometry and non-negative matrix decomposition. After testing the synthesized and real data sets, the experimental results show that the proposed algorithm can effectively extract the endmember and abundance features.

Key words image processing; hyperspectral unmixing; mixed pixels; minimum-volume simplex

OCIS codes 100.4145; 310.6188; 330.6180

收稿日期: 2020-04-24; 修回日期: 2020-05-23; 录用日期: 2020-06-09

基金项目: 辽宁省教育厅辽宁省高等学校基本科研项目(LJ2017QL014, LJ2019JL022)、辽宁省教育厅科学研究经费项目(LJ2019QL006)、2020年度辽宁省教育厅基础科研项目(20-1062)

*E-mail: wangyw2018@gmail.com; **E-mail: femircom@gmail.com

1 引言

高光谱遥感具有高的光谱分辨率,能够同时获取探测目标的几何空间以及光谱信息。随着高光谱研究领域的不断扩展,高光谱图像技术在环境监测、农业、工业等领域得到了广泛的应用^[1-6]。然而受自然界地物复杂多样性以及传感器空间分辨率限制的影响,高光谱数据遥感影像中存在大量的混合像元^[7],如何从混合像元中提取典型地物(端元)的光谱和地物混合的比例(丰度),已成为高光谱图像分析及应用的关键问题。高光谱图像像元混合方式分为线性混合模式和非线性混合模式。线性混合模型中光子辐射到地面时仅与一种端元发生作用,端元经由光子反射出光谱特征信息,并将其叠加到像元光谱中。对于宏观的端元混合,线性解混能够表征实际的高光谱解混现象,对于微观的端元混合,光谱反射特性呈非线性,结构越复杂,非线性特征越明显。由于线性混合模型具有明确的物理意义,因此本文重点讨论高光谱解混在线性混合模型中的应用。

近些年来,高光谱图像解混在基于凸几何、非负矩阵分解、张量分解以及深度学习等方法中都已经取得了相应的进展。针对纯像元的情况,代表性方法包含像元纯度指数(PPI)算法^[8]和顶点成分分析(VCA)算法^[8]。VCA算法虽然简单快捷,但是需要光谱数据满足纯像元的假设,而在实际工作领域中基于这种假设难以提取出精确的端元特征。有部分专家认为包含最小体积数据的单纯形顶点可以产生良好的端元估计,该类的代表性算法包括最小体积变换(MVT)算法^[9]、最小体积包围单纯形(MVES)算法^[10]、基于变量分裂与增广拉格朗日的单形体识别(SISAL)算法^[11]、快速最小体积单纯形分析(FMVSA)算法^[12]。Zhuang等^[13]基于最小体积高光谱解混法自动设置正则化参数,使参数之间保持平衡并包含在单纯形中,无须在无监督情况下手动调整正则化参数,减小了参数过大或过小带来的误差。非负矩阵分解(NMF)算法是利用各种先验信息通过一次性非负矩阵分解实现光谱解混,同时实现端元提取和丰度估计的功能。将NMF应用在高光谱图像解混领域,存在多个候选解,因此许多研究者提出新的正则项以约束NMF的目标函数,如最小体积约束的非负矩阵分解(MVC-NMF)算法^[11]、鲁棒协同非负矩阵分解(CoNMF)^[14]算法等。张量分解是指通过张量方式挖掘高光谱影像内在的高阶结构特征,典型的方法有约

束非负张量分解算法^[15-16]。基于深度卷积神经网络^[17]算法也被广泛应用在高光谱图像解混领域中。

本文采用非负矩阵分解算法和凸几何中最小体积正则化约束相结合的方式,获取光谱特征和丰度特征的内在关联特性,此算法被称为基于最小体积约束稀疏特征正则化(MVSR-NMF)算法。与之类似的MVC-NMF算法,抗噪声性能弱,没有考虑空间信息。本文算法采用稀疏化对空间信息进行约束,显著地提升了丰度估计的准确度。另外,CoNMF算法的最小体积约束采用以端元到数据中心点的距离构造最小体积正则项,能够较好地提取端元,数据中心点受到噪声干扰时,中心点与实际的数据误差较大。本文算法引入基于端元之间距离平方和最小体积正则项以及空间稀疏正则项,能够显著提升端元识别和丰度估计的准确度,并利用近似交替优化与交替方向乘法设计出较高效的求解算法。该算法打破了在简单快速算法方案和估计精度之间权衡的僵局,显著地提升了端元估计和丰度估计的精确度。

2 信号模型与解混方法

2.1 线性光谱混合模型

线性混合模型的数学表达方式简洁,因此近年来在高光谱领域得到了广泛的关注。它假设每个观察到的像素都可以表示为端元的线性组合。给定高光谱数据 \mathbf{Y}_h ,线性混合模型可以描述为

$$\mathbf{Y}_h = \mathbf{A}\mathbf{S} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Y}_h = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_L] \in \mathbb{R}^{M \times L}$, M 为谱带数, L 为像素数; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_N] \in \mathbb{R}^{M \times N}$ 为包含 N 种端元的端元矩阵; $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_L] \in \mathbb{R}^{N \times L}$ 为丰度矩阵,即每个像素中端元占据的比例; $\boldsymbol{\varepsilon} \in \mathbb{R}^{M \times L}$ 为误差项。线性混合模型如图1所示,图中 \mathbf{a}_i 为 \mathbf{A} 的第 i 列,且 $i \in (1, 2, \dots, N)$,表示端元 i 对应的光谱特征。

2.2 解混问题的定义与正则化

线性模型能够为混合像元建模,考虑到观测噪声、环境条件、端元变异和数据集大小的影响,将基于矩阵分解的线性解混看作是一个不适定的拟合问题。在凸优化理论框架下,利用误差最小准则,引入端元正则项和丰度正则项,重新定义解混问题,用矩阵表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}, \mathbf{S}} \quad & \frac{1}{2} \left\| \mathbf{Y}_h - \mathbf{A}\mathbf{S} \right\|_F^2 + \lambda_a \varphi_a(\mathbf{A}) + \lambda_s \varphi_s(\mathbf{S}), \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{A} \geq \mathbf{0}_{M \times N}, \mathbf{S} \geq \mathbf{0}_{N \times L}, \mathbf{1}_{N \times 1}^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_{L \times 1}^T, \end{aligned} \quad (2)$$

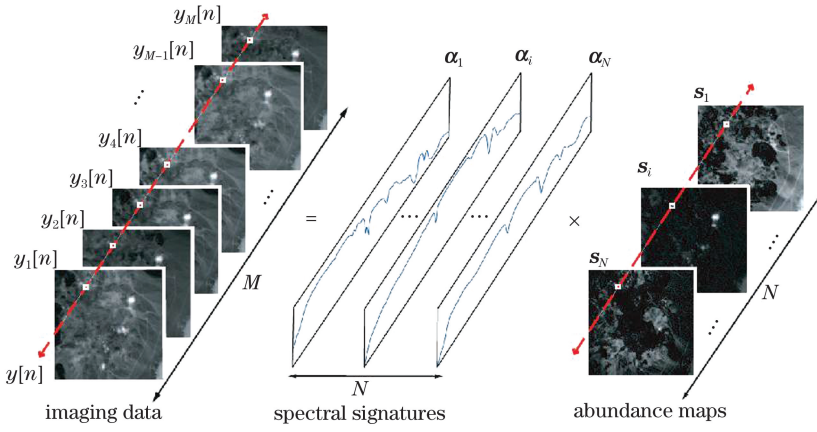


图1 高光谱图像的线性混合模型

Fig. 1 Linear mixed model of hyperspectral images

式中: $\|\cdot\|_F^2$ 为 Frobenius 范数, λ_a 和 λ_s 为权重; $\mathbf{A} \geq \mathbf{0}_{M \times N}$ 为满足端元非负约束条件, $\mathbf{S} \geq \mathbf{0}_{N \times L}$ 为满足丰度非负约束条件, $\mathbf{1}_{N \times 1}^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_{L \times 1}^T$ 为一个像素中所包含的端元所占的比例系数和为 1 的约束条件; $\varphi_a(\mathbf{A})$ 为单纯形最小体积正则项, $\varphi_s(\mathbf{S})$ 为丰度矩阵的稀疏正则化条件。

在高光谱解混中, Craig^[18] 的最小体积单纯形描述了所有像素位于端元为顶点的单纯形内部, 如图 2 所示。单纯形体积最小化方法理论上已经被证明能够产生高准确度的端元估计。由于最小体积计算量大, 文中引入代替最小体积的表达式, $\varphi_a(\mathbf{A})$ 采用端元之间距离的平方和等效替代, 表达式为

$$\varphi_a(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left\| \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j \right\|_2^2, \quad (3)$$

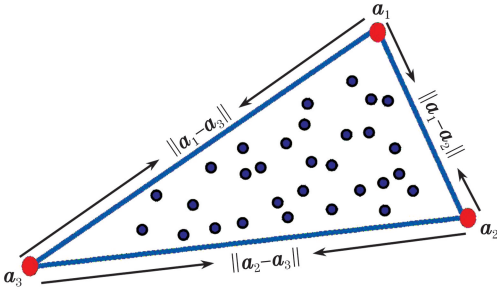


图2 最小体积单纯形示意图

Fig. 2 Minimum-volume simplex

式中: $\|\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j\|_2^2$ 为相邻端元之间的距离。为了简化封闭形式的解, 可以转化为

$$\varphi_a(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \left\| \mathbf{P}_{ij} \mathbf{a} \right\|_2^2 = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{P} \mathbf{a} \right\|_2^2, \quad (4)$$

式中: $\mathbf{P}_{ij} \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{e}_i^{(N)} - \mathbf{e}_j^{(N)})^T \otimes \mathbf{I}_M \in \mathbb{R}^{M \times (MN)}$, \mathbf{e}_i 与 \mathbf{e}_j 为单位向量, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{[0.5MN(N-1)] \times (MN)}$ 为 \mathbf{P}_{ij} 叠加而成的矩阵。

传统的 l_0 范数被广泛用作稀疏正则化因子, 但是 l_0 范数是 NP-hard 问题。Lordache 等^[19-20] 证明了 l_1 范数问题在受限等距性质下具有与 l_0 范数相同的解, l_1 范数为 l_0 范数的近似解。当 l_1 范数表示稀疏时, $\mathbf{1}_{N \times 1}^T \mathbf{S} = \mathbf{1}_{L \times 1}^T$ 为常数, 因此只考虑非负约束进行求解, $\varphi_s(\mathbf{S})$ 表达式为

$$\varphi_s(\mathbf{S}) = \|\mathbf{S}\|_1. \quad (5)$$

3 求解算法

3.1 PAO 算法求解解混问题

基于凸优化理论设计的算法, 采用稀疏和近似正则化条件求解(2)式, 利用矩阵结构的稀疏性大大降低了计算复杂度。虽然(2)式是一个非凸问题, 但它是一个双凸问题。确切地说, 当 \mathbf{A} 固定时, (2)式为变量 \mathbf{S} 的凸问题。反之, 当 \mathbf{S} 固定时, 公式为变量 \mathbf{A} 的凸问题。因此近似交替优化(PAO)算法适用于求解该问题。

$$\mathbf{S}^{(k+1)} \in \arg \min_{\mathbf{S} \geq \mathbf{0}_{N \times L}} \frac{1}{2} \left\| \mathbf{Y}_h - \mathbf{A}^{(k)} \mathbf{S} \right\|_F^2 + \lambda_s \varphi_s(\mathbf{S}) + \frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{S} - \mathbf{S}_p \right\|_F^2, \quad (6)$$

$$\mathbf{A}^{(k+1)} \in \arg \min_{\mathbf{A} \geq \mathbf{0}_{M \times N}} \frac{1}{2} \left\| \mathbf{Y}_h - \mathbf{A} \mathbf{S}^{(k+1)} \right\|_F^2 + \lambda_a \varphi_a(\mathbf{A}) + \frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{A} - \mathbf{A}_p \right\|_F^2, \quad (7)$$

式中： k 代表近似交替优化算法的迭代次数。由于上面两个公式矩阵的运算量较大，可以通过 ADMM 算法^[21] 高效地解决凸子问题。迭代的停止条件是连续两次更新的相对差低于 0.001，即 $\frac{f(\mathbf{A}^{(k+1)}, \mathbf{S}^{(k+1)}) - f(\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{S}^{(k)})}{f(\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{S}^{(k)})} \leq 0.001$ 。ADMM

迭代次数设置为 20 次，用迭代次数与最小误差保证收敛性，伪代码算法过程如图 3 所示。

Algorithm 1 MVSR-NMF Algorithm for Solving Eq. (2)

```

1: Input:  $\mathbf{Y}_h$ 
2: Initialize  $k=0$  and  $\mathbf{A}^{(0)}$  (obtained by SPA)
3: repeat
4:   Step 1 update  $\mathbf{S}^{(k+1)}$  by Eq. (6)
5:   Step 2 update  $\mathbf{A}^{(k+1)}$  by Eq. (7)
6:    $j = j + 1$ 
7: until the predefined stopping criterion is met
8: Output:  $\mathbf{S}^{(j+1)}$ 
    
```

图 3 MVSR-NMF 算法的伪代码

Fig. 3 Pseudo-code of MVSR-NMF algorithm

3.2 ADMM 算法求解丰度特征估计

除了计算规模大之外，为了高效地处理非负性与 $\|\mathbf{S}\|_1$ 的正则项，将(6)式内的矩阵转换为向量，通过增加等式约束实现变量的分离，即

$$\min_{\mathbf{s}, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{NL \times 1}} \frac{1}{2} \left\| \mathbf{B}_1 \mathbf{s} - \mathbf{y}_h \right\|_2^2 + \lambda_x \left\| \mathbf{x} \right\|_1 + \frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{s} - \mathbf{s}_p \right\|_2^2 + \mathbf{I}_+(\mathbf{x}), \quad \text{s. t. } \mathbf{s} = \mathbf{x}, \quad (8)$$

式中： $\mathbf{B}_1 = \mathbf{I}_L \otimes \mathbf{A} \in \mathbb{R}^{ML \times NL}$ ， $\mathbf{s} = \text{vec}(\mathbf{S})$ ， $\mathbf{y}_h = \text{vec}(\mathbf{Y}_h) \in \mathbb{R}^{ML \times 1}$ ； \mathbf{s} 代表丰度向量， \mathbf{s}_p 代表上一次

迭代的丰度向量； $\mathbf{I}_+(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 的正投影函数。(8)式的增广型拉格朗日函数为

$$L(\mathbf{s}, \mathbf{x}, \mathbf{h}) = \frac{1}{2} \left\| \mathbf{B}_1 \mathbf{s} - \mathbf{y}_h \right\|_2^2 + \lambda_x \left\| \mathbf{x} \right\|_1 + \frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{s} - \mathbf{s}_p \right\|_2^2 + \mathbf{h}^T (\mathbf{s} - \mathbf{x}) + \frac{\eta}{2} \left\| \mathbf{s} - \mathbf{x} \right\|_2^2 + \mathbf{I}_+(\mathbf{x}), \quad (9)$$

式中： \mathbf{h} 代表对偶变量， η 表示增广型拉格朗日系数， \mathbf{x} 的初始值为零向量。ADMM 通过迭代更新两个原变量和对偶变量，可得

$$\mathbf{s}^{(j+1)} \in \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{NL \times 1}} L(\mathbf{s}, \mathbf{x}^{(j)}, \mathbf{h}^{(j)}), \quad (10)$$

$$\mathbf{x}^{(j+1)} \in \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^{NL \times 1}} L(\mathbf{s}^{(j+1)}, \mathbf{x}, \mathbf{h}^{(j)}), \quad (11)$$

$$\mathbf{h}^{(j+1)} = \mathbf{h}^{(j)} + \eta (\mathbf{s}^{(j+1)} - \mathbf{x}^{(j+1)}), \quad (12)$$

式中： j 代表 ADMM 算法的迭代次数。计算表达式为

$$\mathbf{s}^{(j+1)} \in \arg \min_{\mathbf{s} \in \mathbb{R}^{NL \times 1}} \frac{1}{2} \left\| \mathbf{B}_1 \mathbf{s} - \mathbf{y}_h \right\|_2^2 +$$

$$\frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{s} - \mathbf{s}_p \right\|_2^2 + \frac{\eta}{2} \left\| \mathbf{s} - \mathbf{x}^{(j)} + \tilde{\mathbf{h}}^{(j)} \right\|_2^2, \quad (13)$$

$$\mathbf{x}^{(j+1)} \in \arg \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^{NL \times 1}} \lambda_x \mathbf{1}_{NL \times 1}^T \mathbf{x} + \frac{\eta}{2} \left\| \mathbf{s}^{(j+1)} - \mathbf{x} + \tilde{\mathbf{h}}^{(j)} \right\|_2^2, \quad (14)$$

$$\mathbf{h}^{(j+1)} = \mathbf{h}^{(j)} + \eta (\mathbf{s}^{(j+1)} - \mathbf{x}^{(j+1)}), \quad (15)$$

式中： $\tilde{\mathbf{h}}^{(j)} \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{h}^{(j)} / \eta$ 为对偶变量，初始值默认为零向量。因为 \mathbf{x} 是非负的，运用 KKT^[22-23] 条件，可得 $\|\mathbf{x}\|_1 = \mathbf{1}_{NL \times NL}^T \mathbf{x}$ 。求解问题可以看作拟凸问题，封闭形式的解可以简化为

$$\mathbf{s}^{(j+1)} = [\mathbf{B}_1^T \mathbf{B}_1 + (\lambda_p + \eta) \mathbf{I}_{NL \times NL}]^{-1} (\mathbf{B}_1^T \mathbf{y}_h + \lambda_p \mathbf{s}_p + \eta \mathbf{x}^{(j)} - \mathbf{h}_1^{(j)}), \quad (16)$$

$$\mathbf{x}^{(j+1)} = [\mathbf{s}^{(j+1)} + \tilde{\mathbf{h}}^{(j)} - (\lambda_x / \eta) \mathbf{1}_{NL \times 1}]_+^0. \quad (17)$$

综上所述，利用 ADMM 算法求解丰度特征，求解过程如图 4 所示。

Algorithm 2 ADMM Algorithm for Solving Eq. (6)

```

1: Input:  $\mathbf{Y}_h$  and  $\mathbf{A}^{(0)}$ 
2: Initialize  $j=0$ ,  $\mathbf{x}_{NL \times 1}^{(0)} = \mathbf{0}$  and  $\mathbf{h}_{NL \times 1}^{(0)} = \mathbf{0}$ 
3: repeat
4:   Step 1 Update  $\mathbf{s}^{(j+1)}$  by Eq. (13)
5:   Step 2 Update  $\mathbf{x}^{(j+1)}$  by Eq. (14)
6:   Step 3 Update  $\mathbf{h}^{(j+1)}$  by Eq. (15)
7:    $j = j + 1$ 
8: until the predefined stopping criterion is met
9: Output:  $\mathbf{S}^{(j+1)}$ 
    
```

图 4 ADMM 算法求解丰度特征的伪代码

Fig. 4 Pseudo-code of abundance features calculated by ADMM

3.3 ADMM 算法求解端元特征估计

解的投影可以看作是非负正交的，通过 ADMM 算法可以将原变量分离为多个变量，将(7)式转化为向量表达式，即

$$\min_{\mathbf{a}, \mathbf{z} \in \mathbb{R}^{MN \times 1}} \frac{1}{2} \left\| \mathbf{B}_2 \mathbf{a} - \mathbf{y}_h \right\|_2^2 + \frac{\lambda_a}{2} \left\| \mathbf{P} \mathbf{a} \right\|_2^2 + \frac{\lambda_p}{2} \left\| \mathbf{a} - \mathbf{a}_p \right\|_2^2 + \mathbf{I}_+(\mathbf{z}), \quad \text{s. t. } \mathbf{a} = \mathbf{z}, \quad (18)$$

式中： $\mathbf{B}_2 = \mathbf{S}^T \otimes \mathbf{I}_{M \times M} \in \mathbb{R}^{ML \times MN}$ ， \mathbf{a} 代表端元向量， \mathbf{a}_p 为上一次迭代的端元向量， $\mathbf{I}_+(\mathbf{z})$ 为 \mathbf{z} 的正投影函数。ADMM 求解端元特征与丰度特征的过程类似，由此可以推导出(18)式的解，如表达式为

$$\mathbf{a}^{(j+1)} = (\mathbf{B}_2^T \mathbf{B}_2 + \eta \mathbf{I}_{MN \times MN} + \lambda_a \mathbf{P}^T \mathbf{P} + \lambda_a \mathbf{I}_{MN \times MN})^{-1} \times (\mathbf{B}_2^T \mathbf{y}_h + \lambda_p \mathbf{a}_p + \eta \mathbf{z}^{(j)} - \mathbf{g}^{(j)}), \quad (19)$$

$$\mathbf{z}^{(j+1)} = [\mathbf{a}^{(j+1)} + \mathbf{g}^{(j)} / \eta]_+, \quad (20)$$

$$\mathbf{g}^{(j+1)} = \mathbf{g}^{(j)} + \eta(\mathbf{a} - \mathbf{z}), \quad (21)$$

式中： \mathbf{g} 为对偶变量， η 为拉格朗日系数。综上所述，利用 ADMM 算法求解端元特征，求解过程如图 5 所示。

Algorithm 3 ADMM Algorithm for Solving Eq. (7)

```

1: Input:  $\mathbf{Y}_b$  and  $\mathbf{S}^{(j+1)}$ 
2: set  $j=0, \mathbf{z}^{(0)} = \mathbf{0}_{MN \times 1}$  and  $\mathbf{g}^{(0)} = \mathbf{0}_{MN}$ 
3: repeat
4:   Step 1 Update  $\mathbf{a}^{(j+1)}$  by Eq. (19)
5:   Step 2 Update  $\mathbf{z}^{(j+1)}$  by Eq. (20)
6:   Step 3 Update  $\mathbf{g}^{(j+1)}$  by Eq. (21)
7:    $j = j + 1$ 
8: until the predefined stopping criterion is met
9: Output:  $\mathbf{A}^{(j+1)}$ 

```

图 5 ADMM 算法求解端元特征的伪代码

Fig. 5 Pseudo-code of endmember features calculated by ADMM

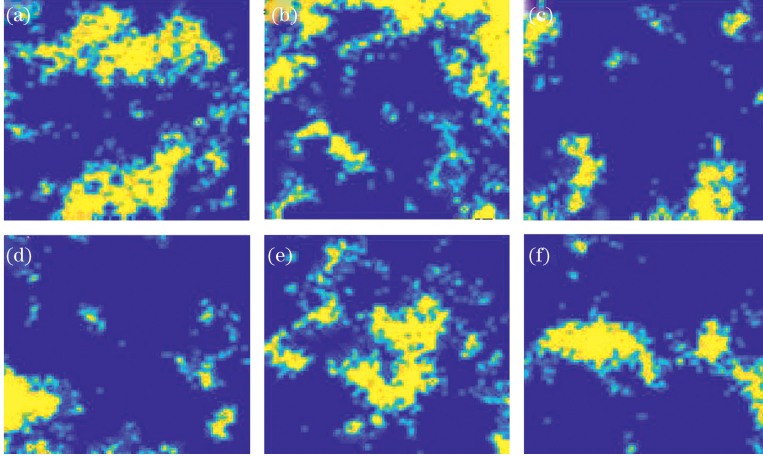


图 6 合成数据 SYN1 端元的丰度图。(a)端元 1;(b)端元 2;(c)端元 3;(d)端元 4;(e)端元 5;(f)端元 6

Fig. 6 Elementary abundance maps of synthetic data SYN1. (a) Endmember 1; (b) endmember 2; (c) endmember 3; (d) endmember 4; (e) endmember 5; (f) endmember 6

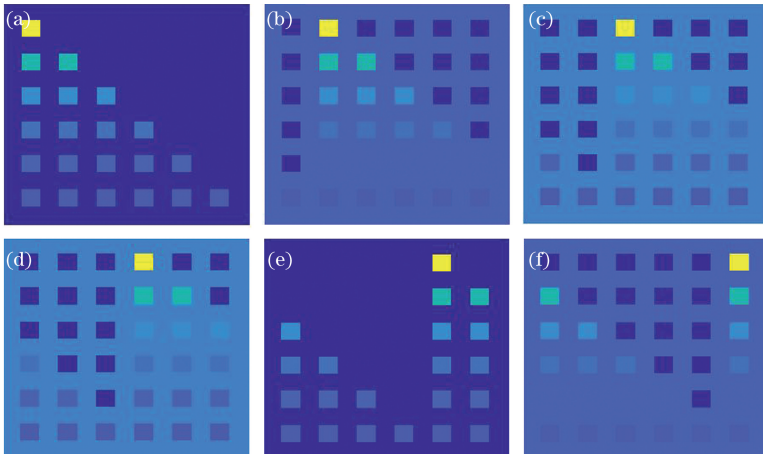


图 7 合成数据 SYN2 端元的丰度图。(a)端元 1;(b)端元 2;(c)端元 3;(d)端元 4;(e)端元 5;(f)端元 6

Fig. 7 Elementary abundance maps of synthetic data SYN2. (a) Endmember 1; (b) endmember 2; (c) endmember 3; (d) endmember 4; (e) endmember 5; (f) endmember 6

4 实验方案与结果分析

采用两组合成数据以及一组真实的高光谱数据进行仿真实验，将本文提出的 MVSR-NMF 算法与对比算法进行性能测试。通过比较端元和丰度的衡量指标，评估本文提出算法的性能。对比算法包括 MVC-NMF^[11]算法、SISAL^[11]算法、FMVSA^[12]算法以及 CoNMF^[14]算法。所有这些算法测试的软件环境为 Mathworks Matlab R2015a，硬件环境为 Intel CPU Core i5-4210M，内存为 8 GB。

4.1 实验数据集

实验的合成数据集利用 USGS 库^[24]从 224 个光谱波段中选取 6 种端元，分别生成像素为 100 pixel × 100 pixel (SYN1) 和 130 pixel × 130 pixel (SYN2) 的合成高光谱数据图。图 6 为合成数据 SYN1 的端元丰度分布图，图 7 为合成数据 SYN2 的端元丰度分布图。

在高光谱解混研究中, Urban 场景图是使用最广泛的高光谱数据之一, 像素为 $307 \text{ pixel} \times 307 \text{ pixel}$, 每个像素对应于 $2 \text{ m} \times 2 \text{ m}$ 的区域。在图像中, 存在 210 个波长, 由于水蒸气和大气的影响, 将通道 1~4、76、78、101~111、136~153、198~210 移除, 最终保留 162 个通道用于高光谱解混实验。场景中包含屋顶、沥青、草地、树木 4 种端元, 场景图如图 8 所示。



图 8 Urban 场景图

Fig. 8 Urban scene image

4.2 实验衡量指标

通过与对比算法进行比较, 评估本文提出的 MVSR-NMF 算法的性能。利用均方根误差角度 (均方根谱角度误差, 均方根角度误差) 来分析解混结果, 通过比较仿真的结果来衡量算法性能的优劣。均方根误差角度越小, 算法的性能越好。使用均方根谱角度误差 $E_{SA}^{[10]}$ 作为端元的评价指标, 使用均

方根角度误差 $E_{FAA}^{[10]}$ 作为丰度的评价指标, 使用归一化均方误差 $\hat{E}_{MS}^{[25]}$ 作为评价指标, 表达式为

$$E_{SA} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\arccos \left(\frac{\mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{a}}_i}{\|\mathbf{a}_i\| \cdot \|\hat{\mathbf{a}}_i\|} \right) \right]^2}, \quad (22)$$

$$E_{FAA} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\arccos \left(\frac{\mathbf{s}_i^T \hat{\mathbf{s}}_i}{\|\mathbf{s}_i\| \cdot \|\hat{\mathbf{s}}_i\|} \right) \right]^2}, \quad (23)$$

$$\hat{E}_{MS}(\mathbf{Z}, \hat{\mathbf{Z}}) = \frac{\|\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}\|_F}{\|\mathbf{Z}\|_F}, \quad (24)$$

式中: \mathbf{a}_i 和 $\hat{\mathbf{a}}_i$ 为第 i 种端元的真实端元数据和经由算法评估得到的端元数据, \mathbf{s}_i 和 $\hat{\mathbf{s}}_i$ 为第 i 种端元的真实丰度数据和经由算法评估得到的丰度数据; \mathbf{Z} 为 ground truth 的数据, $\hat{\mathbf{Z}}$ 为算法估计的丰度值。

4.3 实验及结果分析

在考虑到噪声影响的情况下, 对两种合成数据选取 6 种端元进行测试, 且受高斯白噪声影响的信噪比分别设置为 20 dB, 25 dB, 30 dB, 35 dB, 40 dB。不同算法的衡量指标结果如表 1 和表 2 所示。对两组合成数据的实验结果分析表明, 所有的算法在较大的信噪比下性能表现最好, 本文提出的 MVSR-NMF 算法的端元衡量指标的值对比算法的端元衡量指标的值更小。因此, 本文提出的 MVSR-NMF 算法的端元估计准确度最高。从实验结果的分析可知, MVSR-NMF 算法在像素分辨率较低时, 端元估计和丰度估计的准确度较高。

表 1 合成数据 SYN1 在不同信噪比下端元估计和丰度估计的性能比较

Table 1 Performance comparison of endmember estimation and abundance estimation of synthetic data SYN1 in different signal-to-noise ratios

Algorithm	$E_{SA}/(^{\circ})$					$E_{FAA}/(^{\circ})$					t/s
	20 dB	25 dB	30 dB	35 dB	40 dB	20 dB	25 dB	30 dB	35 dB	40 dB	
FMVSA	6.69	4.63	2.61	1.63	1.03	22.93	16.28	9.34	5.52	3.19	21.55
SISAL	4.43	2.89	1.81	1.18	0.86	15.82	11.21	6.75	5.24	4.35	27.82
MVC-NMF	3.25	1.91	1.03	0.55	0.25	13.87	8.55	4.78	2.63	1.35	2159.97
CoNMF	1.93	1.46	1.02	0.51	0.28	12.47	7.97	5.22	3.28	1.96	127.22
MVSR-NMF	1.48	0.78	0.51	0.33	0.21	12.31	7.43	4.75	2.98	1.84	35.54

表 2 合成数据 SYN2 在不同信噪比下端元估计和丰度估计的性能比较

Table 2 Performance comparison of endmember estimation and abundance estimation of synthetic data SYN2 in different signal-to-noise ratios

Algorithm	$E_{SA}/(^{\circ})$					$E_{FAA}/(^{\circ})$					t/s
	20 dB	25 dB	30 dB	35 dB	40 dB	20 dB	25 dB	30 dB	35 dB	40 dB	
FMVSA	6.82	6.33	2.60	1.61	0.99	30.25	29.35	16.26	10.64	6.37	23.48
SISAL	3.27	2.04	1.55	0.93	0.67	24.79	17.69	11.53	7.32	4.25	33.41
MVC-NMF	2.85	1.73	1.01	0.53	0.24	22.89	16.41	10.24	5.77	2.81	2549.52
CoNMF	1.68	1.13	0.89	0.49	0.35	18.97	14.45	9.98	5.94	3.68	244.27
MVSR-NMF	1.39	0.96	0.64	0.40	0.23	17.78	12.13	10.51	5.39	3.64	55.49

图 9 和图 10 为两组合成数据在信噪比(SNR)为 30 dB 时,不同算法下端元的丰度图。本文提出的

MVSR-NMF 算法与对比算法相比较,MVSR-NMF 算法的丰度分布图的清晰度明显高于对比算法。

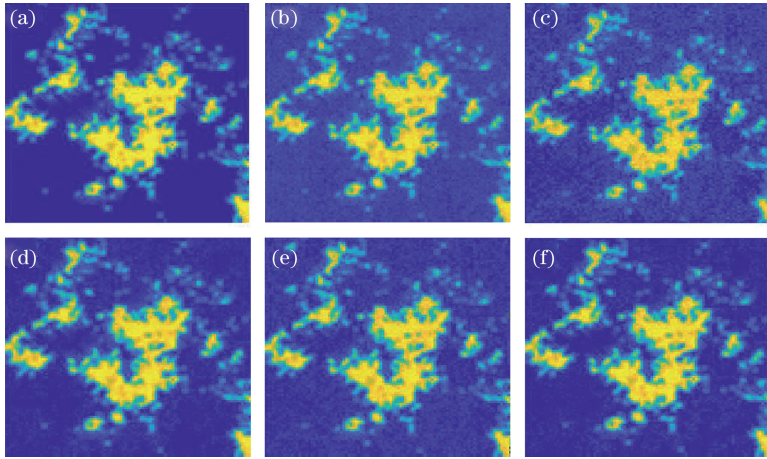


图 9 合成数据 SYN1 的端元丰度图。(a)原始端元丰度图;(b)FMVSA 算法;(c)SISAL 算法;(d)MVC-NMF 算法;(e)CoNMF 算法;(f)MVSR-NMF 算法

Fig. 9 Elementary abundance maps of synthetic data SYN1. (a) Original image; (b) FMVSA algorithm; (c) SISAL algorithm; (d) MVC-NMF algorithm; (e) CoNMF algorithm; (f) MVSR-NMF algorithm

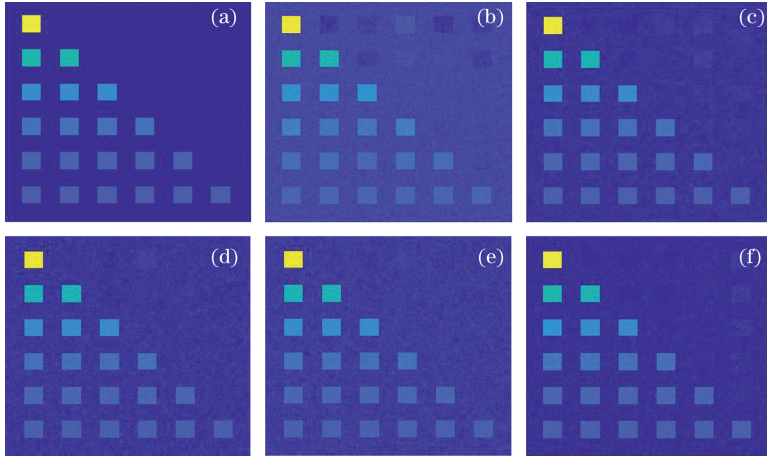


图 10 合成数据 SYN2 的端元丰度图。(a)原始端元丰度图;(b)FMVSA 算法;(c)SISAL 算法;(d)MVC-NMF 算法;(e)CoNMF 算法;(f)MVSR-NMF 算法

Fig. 10 Elementary abundance maps of synthetic data SYN2. (a) Original image; (b) FMVSA algorithm; (c) SISAL algorithm; (d) MVC-NMF algorithm; (e) CoNMF algorithm; (f) MVSR-NMF algorithm

图 11 为本文提出的 MVSR-NMF 算法分解得到的丰度分布与对比算法的丰度分布比较图,图 12 为端元光谱比较图。在图 11 中,MVSR-NMF 算法相较于对比算法能够更加清晰地识别出端元。在图 12 中,MVSR-NMF 算法的端元光谱带能够更加

接近真实端元的光谱带。表 3 通过比较在 Urban 场景下端元矩阵和丰度矩阵与真实数据间的差值来衡量不同算法的性能,从表中可知 MVSR-NMF 相较于对比算法性能更优,这说明 MVSR-NMF 算法在复杂的地物分布场景中有更强的适应能力。

表 3 在 Urban 场景中不同算法端元矩阵和丰度矩阵的性能比较

Tabel 3 Performance comparison of endmember matrix and abundance matrix in different algorithms

Method	MVC-NMF	FMVSA	CoNMF	SISAL	MVSR-NMF
$\hat{E}_{MS}(\mathbf{A}, \hat{\mathbf{a}})$	2.97	2.91	2.53	2.61	2.48
$\hat{E}_{MS}(\mathbf{S}, \hat{\mathbf{S}})$	1.04	0.87	0.83	0.96	0.81

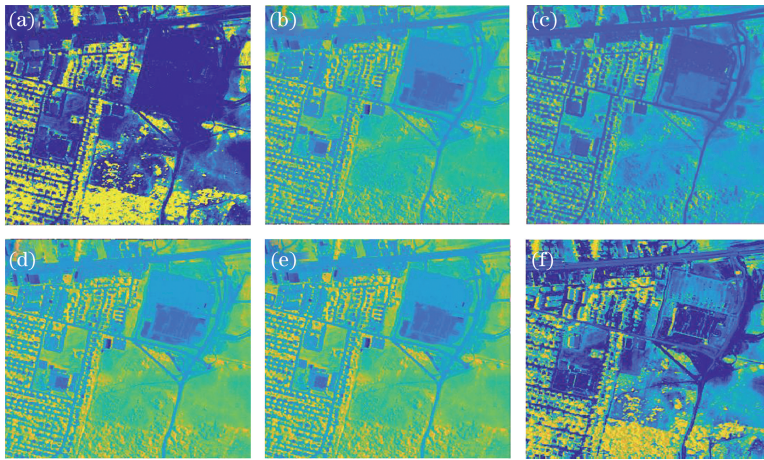


图 11 不同算法的丰度图。(a)原始端元丰度图;(b) FMVSA 算法;(c) SISAL 算法;(d) MVC-NMF 算法;(e) CoNMF 算法;(f) MVSR-NMF 算法

Fig. 11 Abundances of different algorithms. (a) Original image; (b) FMVSA algorithm; (c) SISAL algorithm; (d) MVC-NMF algorithm; (e) CoNMF algorithm; (f) MVSR-NMF algorithm

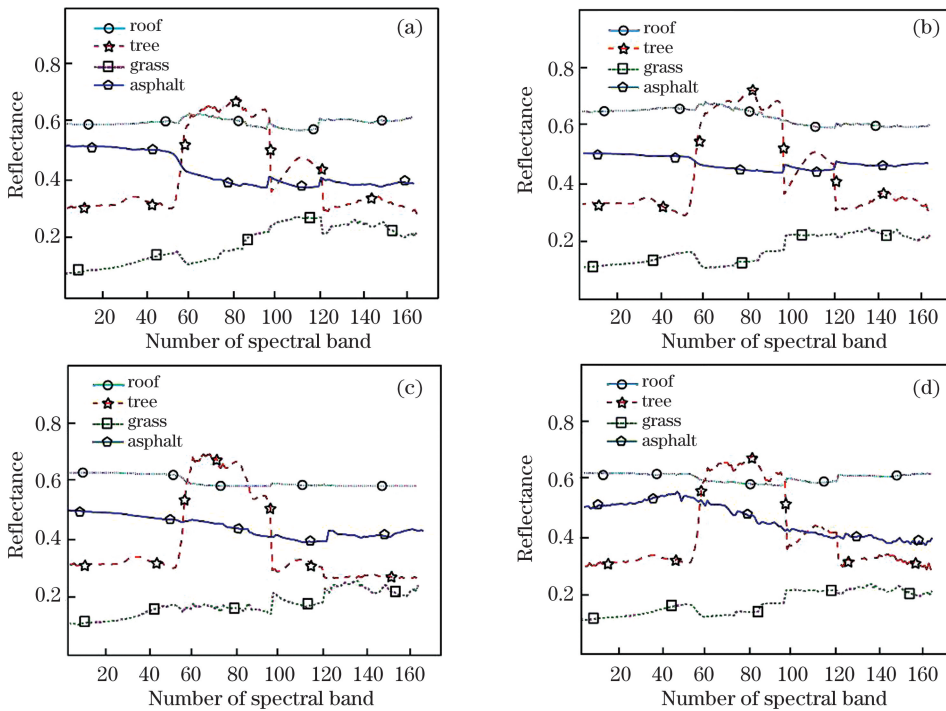


图 12 不同算法下的端元光谱带的比较。(a)原始端元谱带;(b) MVC-NMF 算法的端元谱带;(c) CoNMF 算法的端元谱带;(d) MVSR-NMF 算法的端元谱带

Fig. 12 Comparison of endmember spectral bands under different algorithms. (a) Original endmember spectral bands; (b) endmember spectral bands of MVC-NMF algorithm; (c) endmember spectral bands of CoNMF algorithm; (d) endmember spectral bands of MVSR-NMF algorithm

5 结 论

为了克服高光谱图像解混过程中数据结构信息丢失以及非负矩阵解混不稳定性等问题,在 NMF 的基础上引入了端元与丰度联合正则项,提出了一种基于最小体积稀疏正则的高光谱解混方法,采用

近似交替优化与交替方向乘法进行求解。对模拟数据和真实数据进行仿真实验,数据结果表明本文提出的算法明显提升了解混图像的精确度,得出的地物分量图相较于对比算法较清晰。针对本文算法,后续将在端元与丰度联合正则化非负矩阵分解基础上,进一步优化稀疏约束条件及去噪声问题,从

而提升算法抗噪声性能和准确度。

参 考 文 献

- [1] Cai L H, Ding J L. Inversion of soil moisture content based on hyperspectral multi-scale decomposition[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(1): 013001.
蔡亮红, 丁建丽. 基于高光谱多尺度分解的土壤含水量反演[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(1): 013001.
- [2] Shaw G, D. Signal processing for hyperspectral image exploitation [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2002, 19(1): 12-16.
- [3] Zhang B, Zhuang L N, Gao L R, et al. PSO-EM: a hyperspectral unmixing algorithm based on normal compositional model [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2014, 52(12): 7782-7792.
- [4] Du J, Hu B L, Zhang Z F. Gastric carcinoma classification based on convolutional neural network and micro-hyperspectral imaging [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(6): 0617001.
杜剑, 胡炳樑, 张周锋. 基于卷积神经网络与显微高光谱的胃癌组织分类方法研究[J]. *光学学报*, 2018, 38(6): 0617001.
- [5] Matsuki T, Yokoya N, Iwasaki A. Hyperspectral tree species classification of Japanese complex mixed forest with the aid of lidar data[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2015, 8(5): 2177-2187.
- [6] Zeng C P, Ju L J, Zhang J C. Hyperspectral image classification based on clustering dimensionality reduction and visual attention mechanism [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(21): 212802.
曾朝平, 琚丽君, 张建辰. 基于聚类降维和视觉注意力机制的高光谱影像分类[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(21): 212802.
- [7] Song Y G, Wu Z B, Wei Z H, et al. Survey of sparsity constrained hyperspectral unmixing [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2013, 37(4): 486-492.
宋义刚, 吴泽彬, 韦志辉, 等. 稀疏性高光谱解混方法研究[J]. *南京理工大学学报*, 2013, 37(4): 486-492.
- [8] Nascimento J M P, Dias J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2005, 43(4): 898-910.
- [9] Hendrix E M T, Garcia I, Plaza J, et al. A new minimum-volume enclosing algorithm for endmember identification and abundance estimation in hyperspectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2012, 50(7): 2744-2757.
- [10] Chan T H, Chi C Y, Huang Y M, et al. A convex analysis-based minimum-volume enclosing simplex algorithm for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(11): 4418-4432.
- [11] Miao LD, Qi H R. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, 45(3): 765-777.
- [12] Li J, Agathos A, Zaharie D, et al. Minimum volume simplex analysis: a fast algorithm for linear hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2015, 53(9): 5067-5082.
- [13] Zhuang L N, Lin CH, Figueiredo M A T, et al. Regularization parameter selection in minimum volume hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019, 57(12): 9858-9877.
- [14] Li J, Bioucas-Dias J M, Plaza A, et al. Robust collaborative nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2016, 54(10): 6076-6090.
- [15] Feng X R, Li H C, Li J, et al. Hyperspectral unmixing using sparsity-constrained deep nonnegative matrix factorization with total variation [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(10): 6245-6257.
- [16] Xiong F C, Qian Y T, Zhou J, et al. Hyperspectral unmixing via total variation regularized nonnegative tensor factorization [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2019, 57(4): 2341-2357.
- [17] Zhang X R, Sun Y J, Zhang J Y, et al. Hyperspectral unmixing via deep convolutional neural networks [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2018, 15(11): 1755-1759.
- [18] Craig M D. Minimum-volume transforms for remotely sensed data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1994, 32(3): 542-552. [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 186352-186363.

- [19] Iordache M D, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Sparse unmixing of hyperspectral data [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6): 2014-2039.
- [20] Bruckstein A M, Elad M, Zibulevsky M. On the uniqueness of nonnegative sparse solutions to underdetermined systems of equations [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(11): 4813-4820.
- [21] Boyd S, Parikh N, Chu E, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers [J]. Foundations & Trends in Machine Learning, 2010, 3(1): 1-122.
- [22] Lin CH, Ma F, Chi C Y, et al. A convex optimization-based coupled nonnegative matrix factorization algorithm for hyperspectral and multispectral data fusion [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(3): 1652-1667.
- [23] Iordache M D, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(11): 4484-4502.
- [24] Clark R, Swayze G, Wise R, et al. USGS digital spectral library splib06a: U. S. Geological Survey [EB/OL]. Digital Data Series 231, 2007 [2020-04-14]. <http://speclab.cr.usgs.gov/spectral.lib06>.
- [25] Qin J, Li H L, Chi J T, et al. Fast blind hyperspectral unmixing based on graph Laplacian [C]// 2019 10th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS), September 24-26, 2019, Amsterdam, Netherlands. New York: IEEE, 2019: 1-5.