

# 基于相位拟合的莫尔条纹局部倾角计算

薛鹏永<sup>1\*</sup>, 何勇<sup>1,2\*\*</sup>, 郭仁慧<sup>1,2</sup>, 李建欣<sup>1,2</sup>, 徐海飞<sup>1</sup>

<sup>1</sup>南京理工大学电子工程与光电技术学院, 江苏 南京 210094;

<sup>2</sup>先进固体激光工业和信息化部重点实验室, 江苏 南京 210094

**摘要** 提出了一种精确求取莫尔条纹局部倾角的图像处理方法,可用于求解在渐进多焦点镜片屈光度测量中出现的莫尔条纹局部倾角。研究了实际采集到的条纹图片特性,分析了理论推导时假设测量条件与实际测量条件的矛盾,进一步探究表明实际测量所需的莫尔条纹角度实质上是基于条纹相位场而非强度场。在此基础上,提出了基于相位拟合求取条纹局部角度的方法,该方法首先通过移相得到莫尔条纹的相位,然后对相位进行泽尼克多项式拟合,得到相位的多项式表达,最后通过求解多项式对两个方向的偏导数,计算出相应位置的条纹角度。理论分析和仿真结果表明,该方法能够避免背景光和光源振幅分布不均的影响,对条纹噪声和条纹周期变化不敏感,角度求取精度可达到  $0.2^\circ$ 。

**关键词** 图像处理; 莫尔条纹; 局部倾角求解; 相位拟合

**中图分类号** TH741 **文献标志码** A

**doi:** 10.3788/LOP57.241009

## Calculation of Local Fringe Direction in Moiré Patterns Based on Phase Fitting

Xue Pengyong<sup>1\*</sup>, He Yong<sup>1,2\*\*</sup>, Guo Renhui<sup>1,2</sup>, Li Jianxin<sup>1,2</sup>, Xu Haifei<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*School of Electronic and Optical Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;*

<sup>2</sup>*Key Laboratory of Advanced Solid Laser Industry and Information Technology Ministry, Nanjing, Jiangsu 210094, China*

**Abstract** An image processing method for accurately calculating the local fringe direction of moiré patterns was proposed that can be applied to the moiré deflectogram of a spherical progressive addition ophthalmic lens. The empirical characteristics of a collected moiré pattern were used as the basis for analyzing misalignments between assumptions and actual measurement conditions during the derivation of the measurement theory. Further investigation shows that the moiré fringe angle required for actual measurement is based chiefly on the fringe phase field rather than the intensity field. Based on this, a method using phase fitting to obtain the local angle of fringes was proposed. The method first obtained the phase of the moiré fringe by phase shifting and next fitted the phase to the Zernike polynomial to obtain the polynomial expression of the phase. The method then calculated the fringe angle of the corresponding position by solving the partial derivative of the polynomial in each of two directions. Theoretical analysis and simulation results show that this method can eliminate the influence of the uneven distribution of background light and light source amplitude, making it insensitive to fringe noise and fringe period variation. Angle calculation accuracy can reach  $0.2^\circ$ .

**Key words** image processing; moiré patterns; calculation of local fringe direction; phase fitting

**OCIS codes** 100.2650; 120.4120; 120.5050

收稿日期: 2020-04-23; 修回日期: 2020-05-15; 录用日期: 2020-06-09

基金项目: 国家自然科学基金(61975079)

\* E-mail: heyong@njjust.edu.cn; \*\* E-mail: 1224751382@qq.com

# 1 引言

莫尔偏折法是一种结合了泰伯效应和莫尔条纹技术的非接触式检测方法。该方法在精密测量领域有着广泛的应用,在光学相关方面,其主要用于测量与物体相位相关的一些物理量,如物体表面曲率、焦距、激光的准直性、镜片的屈光度及非球面相位等<sup>[1-5]</sup>。在这些测量中,主要通过莫尔条纹来测得相关物理量,所以对莫尔条纹图像的处理尤为重要。本文主要研究在渐进多焦点镜片屈光度测量中出现的弯曲莫尔条纹的局部倾角求解问题。

镜片的屈光度是焦距的倒数,屈光度的测量与焦距的测量本质上是相同的。莫尔偏折法在透镜焦距测量方面的应用已有较长的研究历史,目前国内研究主要集中于长焦距的测量<sup>[6]</sup>。该方法的核心是将透镜焦距与莫尔条纹的角度关联起来,通过条纹角度求解焦距,焦距的测量精度很大程度上依赖于莫尔条纹角度的测量精度。对于单一焦距透镜测量中出现的莫尔条纹,目前主要通过频域亚像素法来计算条纹角度。随着算法的改进和优化,目前已经能够将条纹角度的测量误差控制在 $0.005^\circ$ 之内<sup>[7]</sup>。然而这种条纹处理算法却难以应用于多焦点镜片的屈光度测量,其原因在于在单一焦距测量中,出现的莫尔条纹为平行条纹,图像中各点条纹角度相同,而在多焦点镜片的测量中,由于镜片不同位置的焦距不同,对应位置的条纹角度不同,故形成了弯曲条纹。目前处理弯曲莫尔条纹的局部条纹角度的方法主要有两种:一种是基于条纹中心线拟合的方法,一种是基于图像微分算子的方法。然而在实际应用中这两种方法各有其局限性。基于条纹中心线拟合的方法,条纹中心线之间的焦距值可以通过差值方法得到,误差较大,可靠性不高<sup>[8]</sup>。基于图像微分算子的方法精度受条纹周期、噪声影响较大,条纹极值点位置的角度信息无法得出,且其精度难以达到 $2^\circ$ 以上<sup>[9]</sup>,角度的求取精度限制了整个测量的精度和量程。为了提高局部角度提取精度和可靠性,本文提出了一种基于相位拟合的莫尔条纹局部角度求取算法。首先分析了该方法的理论基础,然后讨论了该方法在莫尔条纹局部角度求取方面的应用,最后通过仿真验证,证实了该方法的优点。

## 2 莫尔条纹及角度算法分析

### 2.1 莫尔条纹相位场理论

图1为双光栅焦距测量系统实际采集到的莫

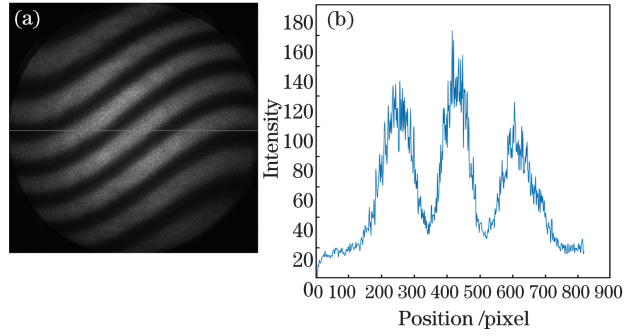


图1 CCD采集的条纹图。(a)灰度图像;  
(b)中线位置灰度曲线

Fig. 1 Moiré patterns taken by CCD. (a) Grayscale image;  
(b) intensity distributions along the central line

尔条纹图<sup>[8]</sup>,对于莫尔条纹的形成原理主要有以下三种不同的解释方法:1)基于遮光原理,认为莫尔条纹的亮度分布是由线条交点的轨迹来决定的;2)基于衍射干涉理论,认为条纹的亮度分布可由衍射波之间的相互干涉来解释;3)基于傅里叶变换原理,认为莫尔条纹是由两光栅交叠产生的低频项来决定的。

无论用哪种方法解释,都可将最终采集到的莫尔条纹图的光强分布表示为<sup>[10]</sup>

$$I(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[\varphi(x, y)] + n(x, y), \quad (1)$$

式中: $A(x, y)$ 为背景亮度; $B(x, y)$ 为条纹幅值; $\varphi(x, y)$ 为条纹相位; $n(x, y)$ 为随机噪声。通过图1可发现,实际采集到的图像条纹幅值的分布呈中间向四周递减的趋势,随机噪声较为明显。

上述讨论的是实际采集到的条纹图像,是存在背景亮度、条纹幅值及附加噪声的。然而测量的理论是在假设的理想情况下进行推导的,理论公式所用的角度是在背景亮度、条纹幅值分布为常数,无附加噪声情况下得到的条纹角度。在这种理想情况下得到的莫尔条纹光强分布表达式为

$$I(x, y) = a + b \cos[\varphi(x, y)], \quad (2)$$

式中 $a, b$ 为常数。

条纹图像 $I(x, y)$ 在某一点的方向可视为条纹强度场方向导数为零的方向,即与条纹强度场梯度方向垂直的方向,可用矢量关系式表示为

$$(\cos \theta, \sin \theta) \cdot (I_x, I_y) = 0, \quad (3)$$

式中 $(I_x, I_y)$ 为条纹强度场的梯度, $I_x, I_y$ 分别为条纹强度场在 $x, y$ 两个方向上的偏导数, $(\cos \theta, \sin \theta)$ 为条纹的方向矢量, $\theta$ 为该矢量与 $x$ 轴正方向的角度。通过(3)式可得条纹角度 $\theta$ 的表达式为

$$\theta(x, y) = \arctan[-I_x(x, y)/I_y(x, y)]. \quad (4)$$

将(1)式代入(4)式中可得实际情况下的条纹角度表达式为

$$\theta = \arctan[(A_x + B_x \cos \phi - B\phi_x \sin \phi + n_x) / (A_y + B_y \cos \phi - B\phi_y \sin \phi + n_y)], \quad (5)$$

式中  $A_x$ 、 $A_y$ 、 $B_x$ 、 $B_y$ 、 $\phi_x$ 、 $\phi_y$ 、 $n_x$ 、 $n_y$  分别表示背景亮度、条纹幅值、相位和加性噪声在  $x$ 、 $y$  两个方向上的偏导数。由(5)式可以看出:在实际情况下,基于强度场计算的条纹角度会受到背景亮度、条纹幅值以及加性噪声的影响,而这与测量理论明显不符。

将(2)式代入(4)式中可得理想情况下条纹角度的表达式为

$$\theta(x, y) = \arctan[-\phi_x(x, y)/\phi_y(x, y)]. \quad (6)$$

由(6)式可以发现:在理想情况下,由于背景亮度和条纹幅值都为常数且没有附加噪声,条纹角度仅取决于条纹的相位场。因为背景光强和条纹幅值的变化并不会改变条纹的相位,所以在莫尔偏折法的条纹角度求取中,该角度值应当是基于相位场,而非强度场。如果基于强度场来进行计算则会产生误差,误差的表达式为

$$\Delta\theta = \arctan[(A_x + B_x \cos \phi - B\phi_x \sin \phi + n_x) / (A_y + B_y \cos \phi - B\phi_y \sin \phi + n_y)] - \arctan(\phi_x/\phi_y). \quad (7)$$

由(7)式可以看出:背景光强和条纹幅值分布明显不均时会带来明显的误差,而且由于多焦点镜片不同,位置的屈光度不同,即使测量时所用的光源幅值分布非常均匀,莫尔条纹图条纹幅值的分布也必然会出现不均匀的现象。由此可知,基于强度场的条纹角度求解,必然存在误差且误差难以消除,而基于相位场的角度求解,则不存在这种缺点,故精确的条纹角度求解应基于相位场而非强度场。

## 2.2 角度算法分析

从上述理论分析得知,莫尔条纹倾角理论上应是条纹相位场方向梯度为零的方向。基于此,提出一种基于相位拟合的方法:首先通过条纹图提取莫尔条纹的相位,然后根据提取的相位进行多项式拟合,其次根据拟合多项式求解相位对两个方向的偏导数,最后依据偏导数求得相位场方向梯度为零的方向,即得到条纹角度。

对于莫尔条纹相位的提取,有多种方法,基于实际应用场景和精度的要求,较为适用的是移相法。本研究采取的是五步移项法,该方法的移相误差小,精度高。莫尔条纹的移相可以通过沿着垂直栅线方

向平移光栅来实现<sup>[11]</sup>。移相量  $\Delta\varphi$  与光栅移动距离  $\Delta x$  的关系为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{p}, \quad (8)$$

式中  $p$  为光栅周期。每次平移  $p/4$  的距离,平移4次,得到5幅移相条纹图。根据移相条纹图求得折叠相位为

$$\phi = \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - I_5 - I_1}\right]. \quad (9)$$

通过最小余弦二乘法解包裹得到原始相位,然后对得到的离散式相位进行多项式拟合,多项式的数学表达式为

$$\varphi_{(x,y)} = \sum a_n f_n(x, y), \quad (10)$$

式中  $a_n$  表示第  $n$  项多项式的系数,  $f_n(x, y)$  表示第  $n$  项多项式。

对多项式求偏导,可得相位场在两个方向上的偏导表达式,即

$$\begin{cases} \phi_x(x, y) = \sum a_n f_{x,n}(x, y) \\ \phi_y(x, y) = \sum a_n f_{y,n}(x, y) \end{cases}, \quad (11)$$

式中  $f_{x,n}(x, y)$ 、 $f_{y,n}(x, y)$  分别表示第  $n$  项多项式在  $x$ 、 $y$  两个方向上的偏导数。

最后将求得的偏导数代入(5)式可得莫尔条纹的角度,使用泽尼克多项式对相位进行拟合。

该算法的具体流程图如图2所示。

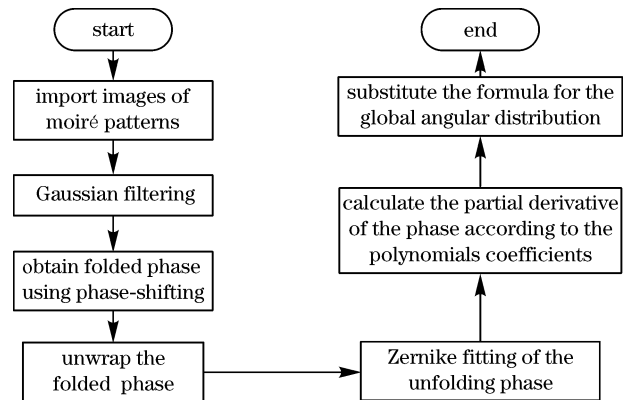


图2 相位拟合算法流程图

Fig. 2 Flow chart of phase fitting algorithm

基于相位场的角度求解可有效减小因背景亮度和振幅分布不均引起的误差,且根据算法最后得到的局部条纹角度分布,其横向精度可不受 CCD 分辨率的影响。

## 3 算法验证方案设计

利用本文算法求取莫尔条纹倾角,并使用计算



机仿真方法进行验证。具体的精度验证步骤是：  
 1) 设置好背景亮度、条纹幅值以及相位的表达式；  
 2) 依据设置好的参数生成莫尔条纹图和移相条纹图，考虑到实际移相时所使用的电控平移台的定位精度为  $5\ \mu\text{m}$ ，光栅周期为  $200\ \mu\text{m}$ ，会导致十分之一的相对移相误差，所以需对生成的移相条纹图附加相应的移相误差，并对图像添加高斯噪声，目的是使生成的条纹图与实际采集到的条纹图有较高的相似度。接着使用相位拟合算法对生成的条纹图进行处理，最后将所得角度与预设角度相比较来判断算法精度。

为了验证算法的适用性，生成了3种具有代表性的莫尔条纹图，如图3所示。图3(a)为圆环状

条纹，不同区域的条纹角度不同，条纹角度变化从  $-90^\circ\sim 90^\circ$ 。这种条纹可以验证条纹角度对算法求解精度的影响。图3(b)为倾斜的直条纹，不同位置的角度相同，可以代表单焦点透镜测量所形成的莫尔条纹图。图3(c)为弯曲条纹图，条纹角度存在一个渐进的变化，可代表多焦点透镜测量时的条纹图。上述3种类型的条纹图都附加了沿着一个方向逐渐变大的背景亮度和呈高斯分布的条纹幅值，可以此验证在存在背景亮度和光源亮度不均情况下算法的表现。图3所示的3幅莫尔条纹图的条纹数目设置为4，噪声灰度级为50。根据设置的相位，可得到这3幅条纹图的理论角度分布，如图4所示。

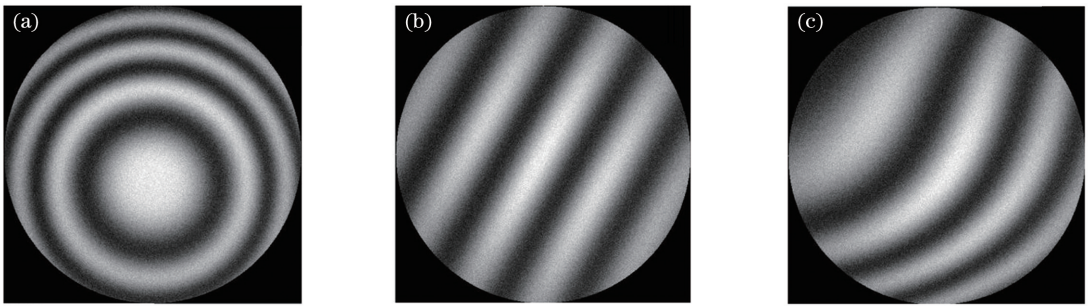


图3 三种形式的莫尔条纹灰度图像。(a)圆环；(b)直线；(c)曲线

Fig. 3 Grayscale images of three types of moiré patterns. (a) Ring; (b) straight line; (c) curve

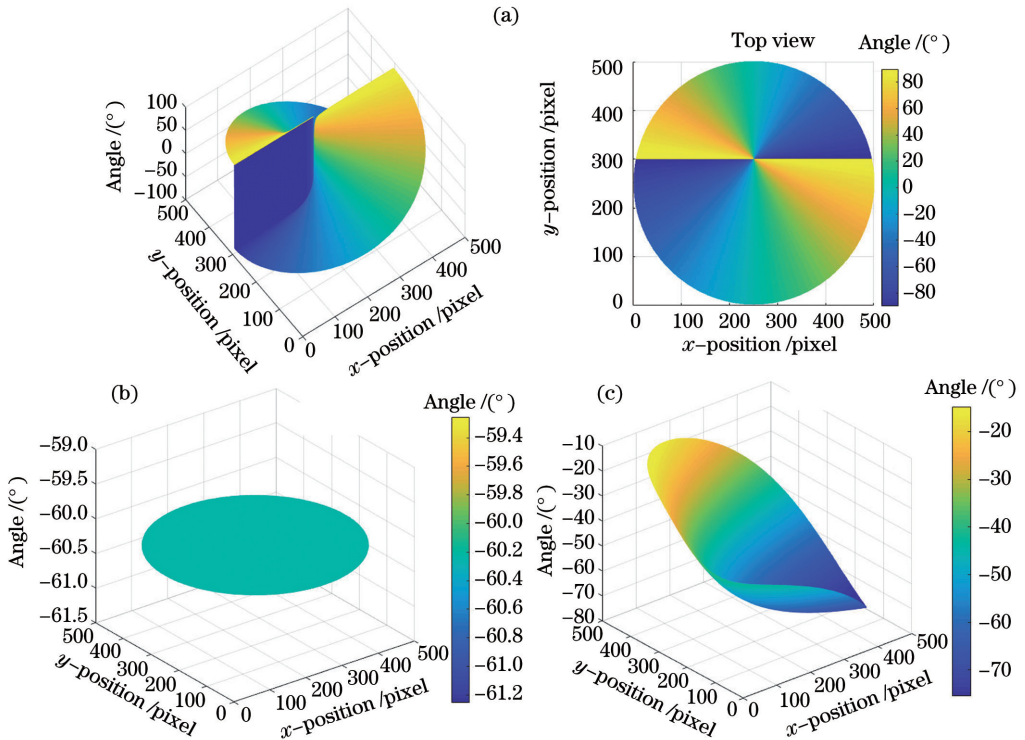


图4 三种形式莫尔条纹图对应的理论角度分布。(a)圆环；(b)直线；(c)曲线

Fig. 4 Theoretical angular distribution of three types of moiré patterns. (a) Ring; (b) straight line; (c) curve

为了验证算法对噪声和条纹周期的敏感度,可通过改变条纹噪声的灰度级、整幅图的条纹数来进行验证。实际操作时分别设置噪声灰度级为 30、50 和 70,整幅图条纹数从 1 到 9,记录下 3 种条纹在每种情况下的最大角度误差值。

### 4 验证结果及分析讨论

将生成的条纹图像数据输入图 2 所示的算法处理程序中,经过运算,可以得到如图 5 和图 6 所示的计算角度和角度误差的分布情况。

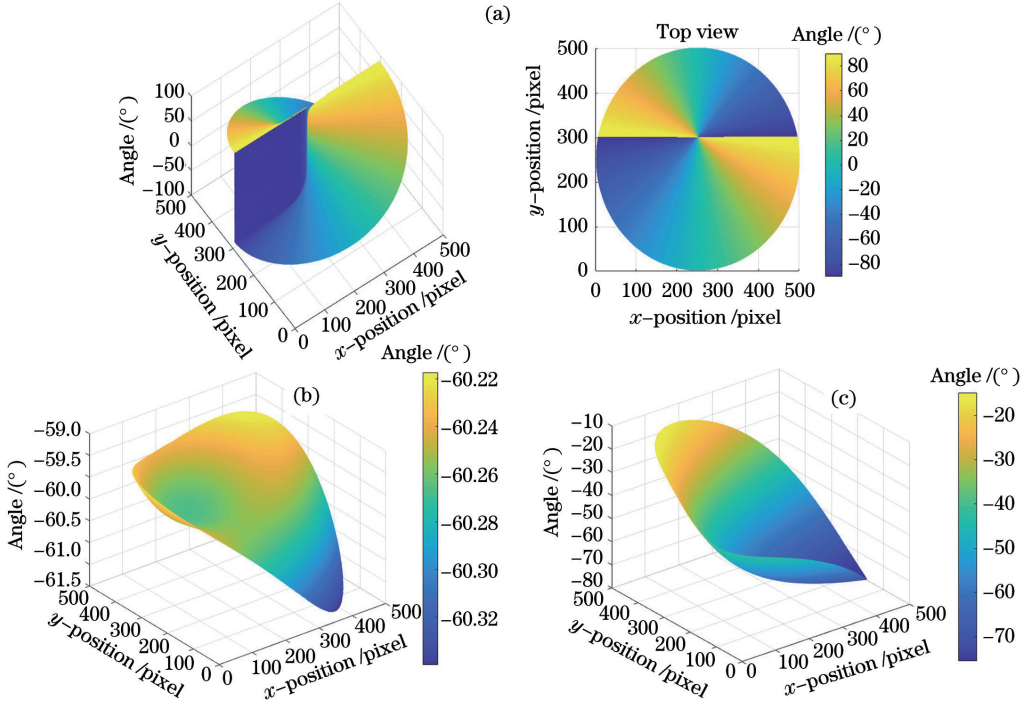


图 5 三种形式莫尔条纹图的计算角度分布。(a)圆环;(b)直线;(c)曲线

Fig. 5 Calculated angular distribution of three types of moiré patterns. (a) Ring; (b) straight line; (c) curve

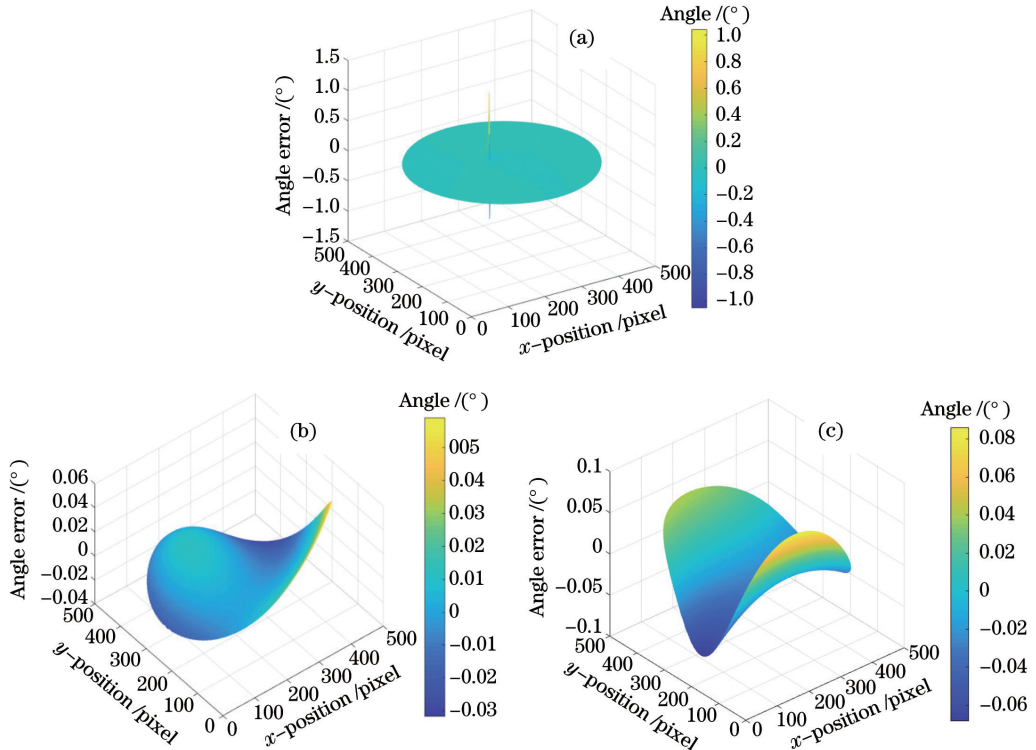


图 6 三种形式的莫尔条纹图的角度误差分布图。(a)圆环;(b)直线;(c)曲线

Fig. 6 Angle error distribution of three types of moiré patterns. (a) Ring; (b) straight line; (c) curve

对于圆环状条纹,角度误差在圆心处的一小部分区域内较大,最大值接近  $1.2^\circ$ ,除了圆心之外的区域误差分布较为平滑,且基本上小于  $0.1^\circ$ 。这说明在非圆心处,条纹角度对算法精度的误差影响极小,且除圆心小部分区域外,角度的计算精度能够优于  $0.1^\circ$ 。需要说明的有三点:一是圆心处误差较大,这是由于越靠近圆心,角度变化的幅度越大,且圆心处的条纹角度不存在所致;二是在多焦点镜片的实际测量中,不会出现闭环形状的条纹图;三是条纹角度定义为条纹切线与  $x$  轴正方向的最小角度,向下为负,向上为正,条纹在接近竖直方向变化时存在角度跃变。

对于直线型条纹,角度误差分布在  $-0.04^\circ \sim 0.06^\circ$  之间,在边缘部分误差分布相对陡峭一些。值得说明的是,如果在进行泽尼克多项式拟合时,只选择前三项,即对相位进行平面拟合,所计算的条纹角

度误差会更小,能够控制在  $0.01^\circ$  以内。

对于曲线型条纹,角度误差分布在  $-0.1^\circ \sim 0.1^\circ$  之间,同样是在边缘部分误差变化较为明显,但最大误差并不大。相比于现有的弯曲条纹角度的算法,精度提高了一个数量级。

上述条纹角度误差分布可以说明,该角度提取算法适用于各种类型的莫尔条纹,且精度基本上能够达到  $0.1^\circ$ 。同时,当条纹图像的背景光和条纹幅值分布明显不均时,本文算法仍能得到较高精度,由此说明该算法对于测试环境和光源强度的均匀性要求并不高。总的来说,本文算法具有适用性强,精度高,对测量环境要求不高的优点。

为了验证算法的稳定性和对条纹周期和噪声的敏感性,通过改变条纹数  $N$  和噪声大小进行多组测试,每组测试重复 10 次。10 次测量的最大角度误差的均值和标准差如表 1、表 2 所示。

表 1 不同噪声和条纹数目  $N$  下莫尔条纹角度求解误差均值

Table 1 Mean errors of moiré fringe angle calculated at different noises and fringe numbers

Type of moiré fringe	Noise gray level	Mean error /( $^\circ$ )							
		$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$	$N = 7$	$N = 8$
Ring	30	4.979	0.256	0.121	0.119	0.088	0.059	0.062	0.080
	50	3.160	0.349	0.187	0.148	0.131	0.060	0.083	0.101
	70	3.500	0.500	0.210	0.208	0.155	0.123	0.124	0.163
Straight line	30	1.114	0.067	0.043	0.034	0.033	0.023	0.026	0.028
	50	1.103	0.076	0.067	0.052	0.043	0.030	0.036	0.035
	70	1.089	0.123	0.091	0.070	0.076	0.040	0.037	0.043
Curve	30	2.056	0.396	0.181	0.065	0.063	0.041	0.051	0.038
	50	1.599	0.270	0.216	0.070	0.088	0.059	0.046	0.043
	70	1.517	0.246	0.202	0.094	0.085	0.046	0.057	0.050

表 2 不同噪声和条纹数目下莫尔条纹角度求解误差的标准差

Table 2 Standard deviation of the error of moiré fringe angle calculated at different noises and fringe numbers

Type of moiré fringe	Noise gray level	Standard deviation of the error /( $^\circ$ )							
		$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$	$N = 7$	$N = 8$
Ring	30	3.736	0.186	0.074	0.064	0.049	0.034	0.015	0.038
	50	1.742	0.127	0.089	0.058	0.066	0.035	0.040	0.057
	70	2.002	0.222	0.099	0.063	0.073	0.047	0.060	0.054
Straight line	30	0.434	0.023	0.015	0.014	0.011	0.005	0.007	0.009
	50	0.737	0.029	0.021	0.021	0.013	0.012	0.015	0.011
	70	$0.746^\circ$	$0.058^\circ$	$0.039^\circ$	$0.023^\circ$	$0.020^\circ$	$0.018^\circ$	$0.014^\circ$	$0.012^\circ$
Curve	30	$1.130^\circ$	$0.180^\circ$	$0.105^\circ$	$0.013^\circ$	$0.022^\circ$	$0.005^\circ$	$0.013^\circ$	$0.004^\circ$
	50	$0.809^\circ$	$0.167^\circ$	$0.089^\circ$	$0.020^\circ$	$0.026^\circ$	$0.025^\circ$	$0.008^\circ$	$0.007^\circ$
	70	$0.919^\circ$	$0.163^\circ$	$0.148^\circ$	$0.036^\circ$	$0.021^\circ$	$0.013^\circ$	$0.016^\circ$	$0.014^\circ$

为了便于观察,将两个表格中的数据绘制成折线图,如图 7 所示。

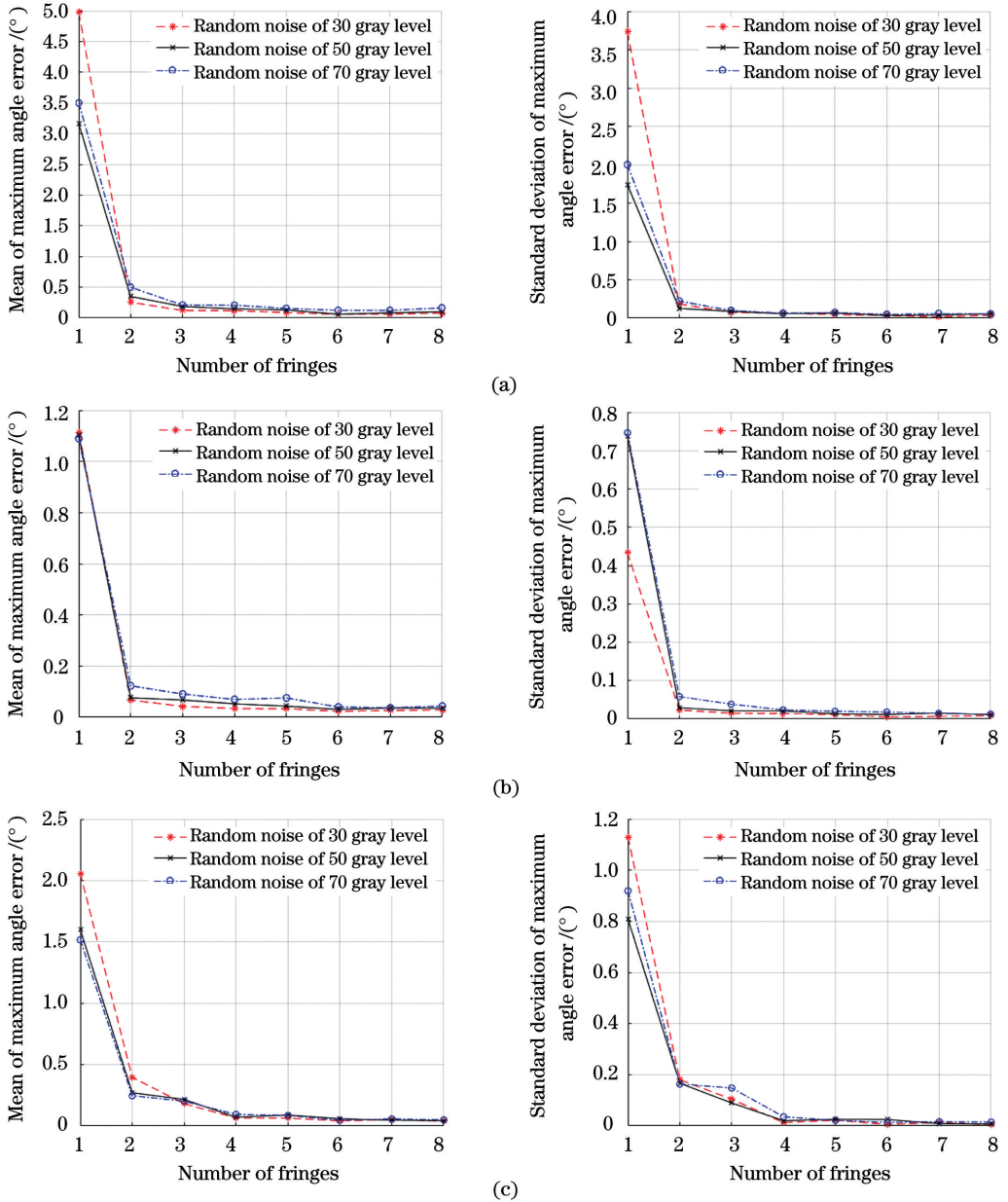


图 7 不同噪声、条纹数目下最大角度误差的均值和标准差。(a)圆环;(b)直线;(c)曲线

Fig. 7 Mean and standard deviation of moiré fringe angle error calculated at different noise and fringe numbers.

(a) Ring; (b) straight line; (c) curve

整体上来看,三种条纹的角度误差变化呈现出相同的趋势:随着条纹数的增加,条纹角度误差迅速降低然后趋于稳定;当误差稳定时,不同噪声灰度级下的角度误差相差很小。当整个视场条纹数为 1 时,三种类型的条纹在不同噪声灰度级上的角度误差均值都超过了  $1^{\circ}$ ,且标准差也较大,不同噪声灰度级下的角度误差也有较大差别。这说明条纹周期过大时,该算法的精度较低,稳定性较差,且易受噪声的影响。当条纹数目变为 2 条时,角度求取误差的均

值和标准差都急剧减小,不同噪声灰度级下的角度误差也逐渐靠近。这说明在条纹数大于 1 条时算法的精度和稳定性都提高了很多。当条纹数为 3~4 时,误差有所减小但并不明显,这说明算法的精度逐渐趋于稳定。当条纹数大于等于 4 时,条纹角度误差的均值和标准差都很小,且较为稳定,条纹数目和噪声灰度级的改变对算法的求解误差并无明显影响。故可将条纹数大于等于 4 称之为算法的适用条纹周期范围,一般情况下条纹周期都满足此要求。



这说明该算法在一个大条纹周期范围内对条纹周期和噪声并不敏感。

将不同类型的条纹分开来看:圆形条纹的求解精度稍差于其他两种类型的条纹求解精度,这是由于圆形条纹接近圆心处条纹角度变化幅度非常大,容易出现较大误差,不过即使如此,在适用条纹周期内也能够达到 $0.2^\circ$ 的精度。直线型条纹求解精度最高,在适用条纹周期内精度可达到 $0.05^\circ$ 以上,如果拟合时只是使用平面拟合,精度还可以更高,这说明该算法在单焦点镜片的测量上精度更高。在适用周期范围之内,弯曲型条纹的求解精度略低于直线型条纹,但也基本上保证在 $0.1^\circ$ 范围内。

根据以上的数据分析,表明相位拟合算法在计算莫尔条纹角度时,有精度高、适用性好、对条纹周期和噪声不敏感的优点。

## 5 结 论

提出一种高精度计算莫尔条纹局部倾角的算法,能够对多种类型的莫尔条纹的局部条纹角度进行求解。理论分析和算法验证结果表明,该算法可以避免背景光和条纹振幅分布不均的影响;该算法计算区域的条纹数目不小于4时,对条纹噪声和条纹周期不敏感;适用于多种类型的条纹,且在全角度范围,条纹角度测量误差基本在 $0.2^\circ$ 以内。该算法极大地提高了多焦点镜片测量中莫尔条纹局部角度的测量精度,可有效减小由于测量硬件、测量环境等因素对莫尔条纹局部条纹角度测量的影响。同时该算法也可拓展应用于其他基于莫尔偏折法测量的图像处理中,如微小偏转角测量等。

## 参 考 文 献

- [1] Nakano Y, Murata K. Measurements of phase objects using the Talbot effect and moire techniques [J]. *Applied Optics*, 1984, 23(14): 2296-2299.
- [2] Bhattacharya J C. Talbot interferometry in the measurement of the refractive indices of a doubly refracting crystal[J]. *Applied Optics*, 2001, 40(10): 1658-1662.
- [3] Zhao W, Li Z, Qiu L, et al. Large-aperture laser differential confocal ultra-long focal length measurement and its system[J]. *Optics Express*, 2015, 23(13): 17379-17393.
- [4] Man Y C, Zhang Z Y, Li R G, et al. Research on filtering method of phase shifting digital moiré patterns [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(5): 051001.  
满玉春, 张忠玉, 李锐钢, 等. 移相数字莫尔条纹图像滤波方法的研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(5): 051001.
- [5] Arriaga-Hernández J A, Jaramillo-Núñez A. Ronchi and Moiré patterns for testing spherical and aspherical surfaces using deflectometry [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(34): 9963-9971.
- [6] He Y, Chen L, Liu Y, et al. Least-squares calibration method for double-grating interferometers used in measurement of long-focal-length lenses[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(23): 6370-6376.
- [7] He F, Bai J, Hou X Y. Calibration method for angular measurement of Moiré patterns based on template matching [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(9): 2825-2830.  
何帆, 白剑, 侯西云. 基于模板匹配的莫尔条纹倾角计算[J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(9): 2825-2830.
- [8] Gu T M. Research on the surface diopter of progressive multifocal lens [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2016: 39-45.  
顾天铭. 渐进多焦点镜片表面屈光度地形图仪研究[D]. 南京: 南京理工大学, 2016: 39-45.
- [9] Canabal H, Quiroga J A, Bernabeu E. Automatic processing in moiré deflectometry by local fringe direction calculation [J]. *Applied Optics*, 1998, 37(25): 5894-5901.
- [10] Takeda M, Hideki I, Seji K. Moiré stereomicroscope [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1982, 13: 72-156.
- [11] Singh P, Faridi M S, Shakher C, et al. Measurement of focal length with phase-shifting Talbot interferometry[J]. *Applied Optics*, 2005, 44(9): 1572-1576.