# 基于频谱压缩的光纤非线性补偿算法

黄斌,张黎杰,李霞,隋琪\*

暨南大学光子技术研究院广东省光纤传感与通信技术重点实验室,广东广州 510632

**摘要** 信号在光纤中的传输受到克尔非线性损伤的影响,产生非线性的频谱展宽效应,导致信息泄漏到带外、接收端的带内信息不完整。传统的非线性补偿方法通过反转信道传输函数在接收端对信号进行处理,效果不理想。针对该问题,首先,通过优化算法寻找在数字反向信道传输时可利用克尔非线性将原始信号压缩至另一奈奎斯特带宽的带外伴随信号;然后,将压缩后的奈奎斯特信号在发射端发送;最后,在接收端通过奈奎斯特滤波恢复原始信号。仿真结果表明,本算法在带限系统中的性能优于反向传输方法,在长度为 800 km 的标准单模光纤中的误差向量幅度增益为 3.17 dB。

关键词 信号处理;非线性克尔效应;非线性薛定谔方程;频谱压缩 中图分类号 TN911.72 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.230601

# Fiber Nonlinearity Compensation Algorithm Based on Spectrum Compressing

Huang Bin, Zhang Lijie, Li Xia, Sui Qi\*

Guangdong Provincial Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Communications, Institute of Photonics Technology, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China

**Abstract** The transmission of signal in optical fiber is affected by Kerr nonlinear damage, resulting in nonlinear spectrum broadening effect, resulting in information leakage out of band and incomplete information in the receiving end. The traditional nonlinear compensation method processes the signal at the receiving end by inverting the channel transfer function, but the effect is not ideal. In order to solve this problem, first, the optimization algorithm is used to find out the out of band adjoint signal which can compress the original signal to another Nyquist bandwidth in the digital reverse channel transmission; Second, the compressed Nyquist signal is sent in the sender; Finally, the original signal is recovered by Nyquist filtering at the receiving end. Simulation results show that the performance of the proposed algorithm is better than that of reverse transmission method in the band-limited systems, and the gain of the error vector amplitude is 3.17 dB in the standard single-mode fiber with the length of 800 km.

Key words signal processing; nonlinear Kerr effect; nonlinear Schrödinger equation; spectrum compression OCIS codes 070.4340; 190.3270

# 1 引 言

光纤通信技术用高载波频率的光波作为信息载体,用光纤作为信息传输介质,是现代通信网的重要 组成部分。光纤具有传输距离远、速度快、损耗低和 抗干扰能力强等特点,但受光纤本身的材质限制,光 纤中激光强度的变化会导致光纤折射率发生变化, 从而引起光信号自身的相位变化,这种效应被称为 克尔效应。随着各类网络业务的爆发式增长,通信 系统容量的需求不断增大,非线性克尔效应成为限 制系统性能的主要因素之一,受到了广泛的研 究<sup>[1-3]</sup>。为了在光纤通信中减小非线性克尔效应带 来的影响,人们提出了多种算法,其中,数字反向传 输(DBP)技术因性能良好且具有易于实现的特点,

收稿日期: 2020-03-19; 修回日期: 2020-04-01; 录用日期: 2020-04-10

基金项目:国家重点研发计划(2018YFB1802300)、国家自然科学基金(61772233,61605066,61871408)

<sup>\*</sup> E-mail: sui-qi@hotmail.com

得到了广泛应用,也是目前公认的有效非线性均衡 方案。DBP使用分步傅里叶方法(SSFM)求解非线 性薛定谔方程(NLSE),以精确模拟光纤中的信号 传输<sup>[4+6]</sup>。目前,包括 DBP 技术在内的光纤非线性 均衡方案都在接收端进行数字信号处理(DSP)<sup>[7]</sup>, 致力于使传输速度接近非线性香农极限<sup>[8]</sup>。而信号 在发送端及接收端均严格受限于奈奎斯特带宽的通 信系统中传输时,只有带宽内的信息可在接收端被 检测,即这些均衡方案都会受到非线性克尔效应带 来的频谱展宽效应影响,导致有效信息会因接收端 严格的带宽限制而丢失,目前尚未找到有效的非线 性补偿方法。

尽管实际中不会存在严格的带宽限制,但研究 该问题有助于理解和开发更好的算法。传统的香农 信道容量是在限定带宽条件下获得的,非线性香农 信道容量也理应在同样的带限条件下获得,以保证 定义的一致性。由于非线性的影响,一般的带限信 号传输后会产生频谱展宽效应。但在数值模拟的 DBP 算法中,信号的传输方向可正可逆,从信道传 输的反方向看,可认为反向的非线性信道将一个宽 谱信号压缩成一个带限信号。由于收发端信息守 恒,可认为宽谱信号中带内部分包含全部信息,带外 部分为不含额外信息的伴随信息,该伴随信息由带 内部分和信道传输函数共同决定。因此,本文将原 始信号定义在接收端,寻找伴随信息使其经 DBP 后 压缩至带限信号。在实际传输时,该压缩信号为实 际发送的带限信号,接收端的带内信号为原始信号。 利用寻找伴随信息的方式,实现接收端无信息损失 下,发射功率为-5 dBm、初始信噪比为 15 dB 的

的基于频谱压缩的传输方案。

### 2 问题描述

信号在光纤中的传输过程可通过 NLSE 表示<sup>[9]</sup>,在发送端及接收端带宽均严格受限的通信系统中,克尔效应会引起频谱展宽。不考虑噪声时,发送端的带限信号 *S*<sub>t,i</sub> 经非线性信道 *H* 传输后会产生带内和带外的接收端信号 *S*<sub>t,i</sub> 和 *S*<sub>t,o</sub>,可表示为

 $H(S_{t,i}) = S_{r,i} + S_{r,o}$ , (1) 式中,下标 t 和 r 分别为发送端与接收端,下标 i 和 o 分别为带内与带外。

在接收端带宽受限的情况下,系统只能检测出 S<sub>r.i</sub>。考虑加性高斯白噪声的影响时,在克尔非线性 影响下接收端的带内信号 R,可近似为

 $R_{t} = S_{r,i} \exp(j\gamma P_{n}/2) + N_{ASE,i} + N_{NL,i}$ , (2) 式中, $P_{n}$  为噪声的总功率, $N_{ASE,i}$  为高斯白噪声,  $N_{NL,i}$  为原始信号与高斯白噪声共同产生的非线性 噪声, $\exp(j\gamma P_{n}/2)$ 为加性噪声引起的相位旋转,可 在接收端估计, 而  $N_{NL,i}$  无法被估计。

传统的非线性均衡方法处理 R,时,无法估计 N<sub>NL-i</sub>,且不能使用信道的预补偿方式。在 DSP 中 反转信道会导致频谱展宽,超过发送端的奈奎斯特 带宽限制,且对接收端的带内信息直接进行非线性 补偿处理会带来额外的噪声。只考虑克尔非线性的 信号传输可表示为

$$E_{\rm r} = E_{\rm t} \exp({\rm j}r |E_{\rm t}|^2)$$
, (3)

式中,r为克尔非线性系数,E<sub>1</sub>和E<sub>r</sub>分别为发送信号与接收信号的电场。图1为无色散及衰减影响 16-正交振幅调制(16QAM)信号在克尔非线性系数



图 1 非带限和带限系统中的 DBP 处理结果

Fig. 1 DBP processing results in non-band-limited and band-limited systems

r=0.1 时由 DBP 处理的星座图,其中,Im 为虚部, Re 为实部。可以发现,DBP 可恢复完整的接收端 信号,但在接收端受限于奈奎斯特带宽的情况下,会 失去作用,这是由带外信息丢失引起的。

### 3 频谱压缩算法

在 SSFM 的数值仿真系统中,信道传输可正可 逆,因此,可将(1)式反向传输,得到

$$S_{t,i} = H^{-1} (S_{r,i} + S_{r,o}) ,$$
 (4)

式中, $H^{-1}$ 为由 DBP 得到的反转信道。由于接收 端的严格带限,系统无法检测  $S_{r,o}$ ,对于任意  $S_{r,i}$ ,可 表示为

$$S_{t,i} = H^{-1}(S_{r,i} + e)$$
, (5)

式中,e为伴随信息。由于 S<sub>r.i</sub>中的信息不完整,在 接收端补充伴随信息 e 用于 DBP 时难免会产生误 差。为了确保信息的完整性,将信号处理置于发送 端,将特定的带外伴随信息 c 压缩进原始信号带内, 可表示为

$$S_{\rm p} = H^{-1} \left( S_{\rm t,i} + c \right) ,$$
 (6)

式中,S<sub>p</sub>为压缩处理后的带限信号。将S<sub>p</sub>作为发送信号,添加的伴随信息 *c* 在传输过程中受克尔效应的影响展宽到带外,以在接收端获得接近原始信号的带内信息,可表示为

$$H(S_{p}) = S_{t,i} + c_{\circ} \tag{7}$$

传输前后的信号是严格一一映射的,因此,只有 特定的带外伴随信息可以通过逆传输过程压缩进原 始信号带内。伴随信息 *c* 可表示为

$$c = \operatorname*{argmin}_{\substack{c = \int \\ -\frac{1}{2T} \\ -\frac{1}{2T}}} \int |\mathcal{F}[H^{-1}(S_0 + c)]|^2 df,$$
(8)

式中,S。为原始信息序列, F为傅里叶变换。为使 添加伴随信息 c 后的原始信号经逆向传输过程后的 带外功率最小,确保压缩过程的完成。将这种在发 送端进行信号优化的算法称为频谱压缩(SC)算法, 具体步骤为:

1) 在频域内的原始带限信号带外添加初始伴随信息  $c_0$ ,得到处理后的信号  $S_{p0}$ ;

2) 将处理后的信号经过信道传输逆过程  $H^{-1}$ , 计算该过程后信号带外的残留功率;

3)通过优化函数优化添加的伴随信息序列 c<sub>0</sub>, 得到最终的伴随信息优化值 c,使带外残留功率最小,以确保添加的伴随信息可通过逆向传输过程被 压缩进原始信号的频带内;

4) 将 c 添加到原始带限信号带外并经过信道 传输逆过程  $H^{-1}$ ,将处理后的带限信号  $S_p$  作为发 送信号发送。

实验用 Matlab 中的 fminunc 函数优化伴随 信息 *c*, fminunc 函数基于 Quasi-Newton 方法进 行函数最小值优化<sup>[10-12]</sup>,这类梯度方法使用相关 函数的斜率信息指示函数最小值位置的搜索 方向<sup>[13]</sup>。

对于长度为 L 的数据序列, fminunc 函数的 迭代次数为 M, 只考虑非线性影响的情况下, DBP 算法的时间复杂度为 O(L), SC 算法的时间 复杂度为  $O(M \times L \times \log L)$ , 远远高于 DBP 算 法, 但实验更注重传输效率的提高, 因此不考虑 算法的时间复杂度。

## 4 仿真分析

#### 4.1 仿真条件及参数

实验通过数值模拟进行研究,使用确定的非 线性通道,将误差向量幅度(EVM)作为算法的性 能评价指标,只讨论非线性、噪声、色散与衰减对 算法的影响,未考虑偏振态和相位噪声等其他因 素的影响。受计算能力的限制,仿真中的输入信 号为单偏振16QAM调制格式的随机序列(长度为 1024 bit)。实验研究建立在发送端及接收端带宽 均受限于奈奎斯特带宽的系统中,无法检测到接 收端的带外信息,传输过程在单个信道中进行,并 通过掺铒光纤放大器(EDFA)放大。系统的波特 率为28G baud,采样速率为16 倍的波特率,传输 速率为112 Gbit/s,SC 算法的系统仿真框图如图 2 所示,其中,Tx 为发射端,Rx 为接收端,M 为 EDFA 和 SMF 的单元数。



图 2 SC 算法的仿真框图

#### Fig. 2 Simulation block diagram of SC algorithm

标准单模光纤(SMF)数值模型通过求解 NLSE 获得,在不考虑高斯白噪声的影响时,光波电场 E(z,t)缓慢变化的复包络传播由 NLSE 得到,可表 示为

$$\frac{\partial E(z,t)}{\partial z} = (\widehat{D} + \widehat{N}) \cdot E(z,t), \qquad (9)$$

$$\hat{N} = j\gamma |E(z,t)|^2, \qquad (10)$$

$$\widehat{D} = -j \frac{\mu_2}{2} \frac{\partial}{\partial t^2} - \frac{\alpha}{2}, \qquad (11)$$

式中,t 为时间,z 为传输距离, $\hat{N}$  为非线性运算符, $\hat{D}$  为色散运算符, $\alpha$  为衰减系数, $\beta_2$  为色散参量,可表示为

$$\beta_2 = -\frac{\lambda_{\rm ref}^2}{2\pi c} D_\lambda , \qquad (12)$$

式中, $\lambda_{ref}$ 为参考波长, $D_{\lambda}$ 为对应波长的色散系数,  $\gamma$ 为非线性参量,可表示为

$$\gamma = \frac{2\pi n_2 f_{\text{ref}}}{cA_{\text{eff}}},\tag{13}$$

式中, $f_{ref}$ 为参考频率, $n_2$ 为非线性系数, $A_{eff}$ 为纤芯的有效面积。

SSFM 求解 NLSE 获得的 SMF 传输模型,可 表示为<sup>[14]</sup>

$$E(z+h,t) = \exp\left(h \cdot \frac{\widehat{D}}{2}\right) \left[\exp(h \ \widehat{N}) E(z,t)\right] \cdot \exp\left(h \cdot \frac{\widehat{D}}{2}\right), \qquad (14)$$

式中,h为步长。SMF的具体参数如表1所示。

表1 SMF 的参数设置

Table 1 Parameter	setting	of	SMF
-------------------	---------	----	-----

Index	Value	
$f_{ m ref}/ m Hz$	$1.931 \times 10^{14}$	
$\alpha/(dB \cdot m^{-1})$	$2 \times 10^{-4}$	
$D_{\lambda}/(\mathrm{s}\cdot\mathrm{m}^{-2})$	$1.6 \times 10^{-5}$	
$n_2/(\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{W})$	2.6×10 <sup>-20</sup>	
$A_{ m eff}/{ m m}^2$	$8 \times 10^{-11}$	

只考虑克尔非线性影响的理想信道模型为  $E_n(z+h,t) = E(t,z) \exp[j\gamma h | E(t,z)|^2].$ 

(15)

由于 SC 算法将信号处理置于发送端,考虑高 斯白噪声对 SC 算法的影响时,信道中的噪声分布 形式会影响算法的性能。图 3 为考虑三种不同噪声 分布情况下的噪声模型,其中,噪声单元置于非线性 单元之前,称为前置噪声分布;噪声单元置于非线性 单元之后,称为后置噪声分布;噪声单元与非线性单 元交替分布,称为分布式噪声分布,这种噪声分布更 符合实际。



图 3 噪声分布模型。(a)前置模型;(b)后置模式; (c)分布式模式

Fig. 3 Noise distribution model. (a) Front model; (b) post model; (c) distributed model

#### 4.2 仿真结果及分析

仅考虑克尔非线性和高斯白噪声时,分析噪声 分布对 SC 算法、光纤色散与衰减的影响。

1) 仅考虑克尔非线性

在发送端与接收端都严格受限于奈奎斯特带宽的传输系统中,仅考虑克尔非线性,利用(15)式构建 SMF 传输模型,在信号传输距离为 800 km、信号发 射功率为-10~8 dBm 时,对比了 SC 与 DBP 算法 的性能,结果如图 4 所示。可以发现,SC 算法的性 能优于 DBP 算法,在发射功率为-10 dBm 时的 EVM 增益最优,为 12.25 dB,这证明了 SC 算法在 非线性处理上的优越性。





2) 高斯白噪声对算法的影响

考虑高斯白噪声分布对算法的影响时,前置 噪声分布下噪声会经历完整的非线性效应影响, 且 SC 算法无法对其进行补偿,此时算法的性能 最差;后置噪声分布下 SC 算法的性能最优;而分 布式噪声更贴合现实情况。根据(15)式构建 SMF传输模型,仿真传输距离为800 km、信号发 射功率为-10~8 dBm,初始信噪比为20 dB时 不同噪声分布下 SC 与 DBP 算法的性能,结果如 图5所示。前置情况下将噪声添加在整个信道 的最前端,后置情况下将噪声添加在整个信道的 末端,而分布式情况下将信道分为10个跨度,每 个跨度为80km,噪声在每个跨度的末端添加。 可以发现,随着发射功率的增加,在前置噪声分 布下SC算法的性能逐渐劣于DBP算法,但在更 贴近现实情况的后置与分布式噪声分布下,SC 算法的性能更优。





Fig. 5 Performance of the two algorithms under different noise distributions. (a) Front noise; (b) distributed noise;(c) post noise; (d) performance of SC algorithm under three different noise distributions

#### 3) 色散与衰减对算法的影响

实际光纤传输中信号受到色散与衰减的影响, 根据(14)式构建 SMF 传输模型,仿真信号传输距 离为800 km、每80 km 为一个跨度下 SC 与 DBP 算 法的性能,结果如图 6 所示。通过噪声系数为5 dB 的 EDFA 补偿光纤损耗,在每个跨度末端添加噪 声。可以发现,当发射功率为-10~8 dBm 时,在色 散与衰减的影响下 SC 算法仍然有效,且性能整体 优于 DBP 算法。相比 DBP 算法,SC 算法的最佳功 率点发生明显右移,这验证了 SC 算法在处理非线 性噪声上的优越性。在发射功率为4 dBm 时,SC 算法的 EVM 增益最优,为3.17 dB。



综上所述,频谱压缩算法在性能上整体优于在 接收端对信号进行处理的 DBP 算法,为光纤非线性 均衡提供了一种全新有效的思路。

5 结 论

针对传统非线性处理算法不适用于带宽受限传输系统中的信号处理问题,研究了带限系统中的非 线性效应,提出了在发送端添加伴随信息并将其压 缩到原始信号带内以优化接收端带内信息的 SC 算 法。在克尔效应和噪声影响下验证了算法的可行性 及非线性处理上的优越性,实验结果表明,当信号传 输距离为 800 km 时,SC 算法在色散衰减的影响 下,获得了优于 DBP 算法的性能,最优 EVM 增益 为 3.17 dB,提供了一种全新有效的光纤非线性处 理思路,后续工作还需寻找降低其时间复杂度的 方法。

#### 参考文献

- [1] Le S T, Aref V, Buelow H. Nonlinear signal multiplexing for communication beyond the Kerr nonlinearity limit [J]. Nature Photonics, 2017, 11 (9): 570-576.
- [2] Essiambre R J, Kramer G, Winzer P J, et al. Capacitylimits of optical fiber networks [J]. Journal of Lightwave Technology, 2010, 28(4): 662-701.
- [3] Xie L N, Cao L, Zhang L, et al. Techniques for Kerr nonlinearity compensation in fiber communication systems [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(6): 060002.
  谢连妮,曹蕾,张璐,等.光纤通信中的克尔非线性补偿技术[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56 (6): 060002.
- [4] Ip E, Kahn J M. Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital backpropagation
   [J]. Journal of Lightwave Technology, 2008, 26 (20): 3416-3425.

- [5] Yaman F, Li G F. Nonlinear impairment compensation for polarization-division multiplexed WDM transmission using digital backward propagation[J]. IEEE Photonics Journal, 2010, 2(5): 816-832.
- [6] Du L B, Lowery A J. Improved single channel backpropagation for intra-channel fiber nonlinearity compensation in long-haul optical communication systems [J]. Optics Express, 2010, 18 (16): 17075-17088.
- [7] Peng Q C, Li Y B, Guan Q. Development and application of DSP technology [M]. Beijing: Higher Education Press, 2002.
  彭启琮,李玉柏,管庆. DSP 技术的发展与应用 [M].北京:高等教育出版社, 2002.
- [8] Essiambre R J, Tkach R W. Capacity trends and limits of optical communication networks [J]. Proceedings of the IEEE, 2012, 100 (5): 1035-1055.
- [9] Yun B Y, Pang J. Several methods for solving nonlinear Schrödinger equation [J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2014, 51(4): 040604.
  员保云,庞晶.求解非线性薛定谔方程的几种方法 [J].激光与光电子学进展, 2014, 51(4): 040604.
- [10] Agrawal G P. Fiber-optic communication systems[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- [11] Shanno D F. Conditioning of quasi-Newton methods for function minimization [J]. Mathematics of Computation, 1970, 24(111): 647-656.
- [12] Roosta-Khorasani F, Mahoney M W. Sub-sampled Newton methods [J]. Mathematical Programming, 2019, 174(1/2): 293-326.
- [13] Dener A, Hicken J E. Matrix-free algorithm for the optimization of multidisciplinary systems [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2017, 56(6): 1429-1446.
- [14] Ip E. Nonlinear compensation using backpropagation for polarization-multiplexed transmission[J]. Journal of Lightwave Technology, 2010, 28(6): 939-951.