

基于互补斯托克斯向量实现偏振态旋转的追踪和预测

常雪峰, 黄斌, 张黎杰, 李霞, 隋琪*

暨南大学光子技术研究院, 广东 广州 511486

摘要 针对偏振复用相干光通信系统链路中存在的高速偏振态旋转造成的信道损伤、相干接收机的动态均衡算法模块在实际系统中存在的反馈延迟导致的偏振态追踪性能不足的问题, 提出一种基于互补斯托克斯向量的偏振态旋转的追踪和预测算法。所提算法将测得的琼斯空间中的偏振旋转矩阵和其逆矩阵变换到斯托克斯空间, 并计算得到一对互补向量, 并对斯托克斯空间中的互补向量的运动轨迹进行追踪和预测, 以实现链路偏振态旋转的补偿。仿真结果表明, 在均衡反馈延迟为 5 帧时, 通过对互补向量进行循迹, 预测的琼斯矩阵的平方误差可比原始方案降低 10%。通过采用所提算法, 系统的偏振旋转速度容限从 1.3 MHz 提升至 1.5 MHz。

关键词 光通信; 斯托克斯向量; 数字信号处理算法; 偏振态旋转; 追踪

中图分类号 TN929.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.210601

Tracking and Prediction of Polarization State Rotation Using Complementary Stokes Vectors

Chang Xuefeng, Huang Bin, Zhang Lijie, Li Xia, Sui Qi*

Institute of Photonics Technology, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 511486, China

Abstract The high-speed polarization state rotation associated with the polarization multiplexing coherent optical communication system link causes channel damage. Further, the feedback delay associated with the dynamic equalization algorithm module of the coherent receiver in the actual system results in insufficient polarization state tracking performance. In this study, a tracking and prediction algorithm for polarization state rotation is proposed based on complementary Stokes vectors to resolve the aforementioned problems. The proposed algorithm initially transforms the measured polarization rotation matrix of the Jones space and its inverse matrix into the Stokes space, obtains a pair of complementary vectors, and tracks and predicts the motion trajectories of the complementary vectors in Stokes space. Finally, the compensation of the polarization state rotation of the link is realized. The simulation results show that the squared error of the predicted Jones matrix can be reduced by 10% compared with that in the original scheme by tracking the complementary vector when the equalization feedback delay is 5 frames. Furthermore, the polarization rotation speed tolerance of the system increases from 1.3 MHz to 1.5 MHz when using the proposed algorithm.

Key words optical communications; Stokes vector; digital signal processing algorithm; polarization state rotation; tracking

OCIS codes 060.1660; 260.5430; 060.4510

1 引言

近年来, 偏振复用相干光通信系统得到了越来越多的研究, 并已产品化^[1-2]。然而在一些极端情况下, 链路中的高速偏振态旋转(RSOP)可能由于振

动或大风等因素分别在地缆或天缆中产生。过高的偏振态旋转速度可能令相干接收机中的动态均衡模块追踪失效。追踪偏振态旋转的另一个问题在于动态均衡模块的反馈延迟。目前, 高速相干系统大多采用频域恒模算法(CMA)或最小方均(LMS)算法

收稿日期: 2020-02-13; 修回日期: 2020-02-25; 录用日期: 2020-03-06

基金项目: 国家重点研发计划(2018YFB1802300)、国家自然科学基金(61605066, 61871408)

* E-mail: sui-qi@hotmail.com

等实现动态均衡^[3-5],相比于时域均衡技术,在动态均衡系统中,串流信号以帧的形式进行并行处理,并利用快速傅里叶变换和逆变换实现卷积,以降低均衡的计算复杂度^[6-7]。在实际系统中,帧长一般为256至512符号,而由于并行结构,动态均衡算法的反馈延迟大约需要几十帧。这些延迟给偏振态旋转的追踪带来了双重的困难,一方面,更大的反馈延迟导致追踪变得更困难,另一方面,延迟的存在使得系统实际需要的不是偏振态旋转的追踪,而是对应几十帧延迟的偏振预测。关于延迟带来的偏振态旋转追踪问题及偏振态旋转追踪的预测方案,目前鲜有报道。

目前,偏振态旋转追踪算法一般在琼斯空间对琼斯矩阵的参量变化进行追踪。算法包括恒模算法、为了弥补恒模算法中高阶调制信号噪声模不为零而改进的半径指导的均衡算法和多模算法、为了改进恒模算法中的奇异点问题而提出的改进算法等^[8-10]。另外卡尔曼算法也是追踪琼斯矩阵变量的常用算法,包括扩展卡尔曼算法、线性卡尔曼算法、为了解决非线性问题的非线性卡尔曼算法等^[11-14]。

本文提出了一种偏振态旋转预测算法,该算法将频域均衡输出得到的琼斯空间偏振旋转矩阵转换为斯托克斯空间向量,再进行循迹追踪和预测。相比关于琼斯空间的追踪方案,所提方案中,在斯托克斯空间的偏振态旋转轨迹更接近于线性空间,有助于通过简单算法实现高效的偏振态旋转追踪和预测。对偏振态旋转进行了理论分析,并在存在延迟的情况下,使用所提算法对偏振态旋转轨迹进行了预测,分析了所提算法的仿真效果。通过采用对互补向量进行循迹追踪的方法,预测的偏振态旋转结果误差向量幅度(EVM)可比原始方案低10%,误码率(BER)可从 10^{-3} 量级降低到 10^{-5} 量级。通过采用所提算法,系统的偏振态旋转速度容限从1.3 MHz提升至1.5 MHz。

2 琼斯空间旋转矩阵和斯托克斯空间向量的转换

为了对偏振态旋转进行分析,需要分别分析偏振态旋转在琼斯空间和斯托克斯空间的表达和相互转换的方法。偏振态旋转在琼斯空间中可以表示为一个琼斯矩阵,令 \mathbf{U} 为琼斯空间中的偏振旋转矩阵,则 \mathbf{U} 为酉矩阵,有 $\mathbf{U}^{-1}=\mathbf{U}^H$,令 $\mathbf{V}=\mathbf{U}^H$,其中上角标H为厄米特转置,则 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 可写为

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} a' + jb' & c' + jd' \\ -c' + jd' & a' - jb' \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} a' - jb' & -c' - jd' \\ c' - jd' & a' + jb' \end{bmatrix}, \quad (1)$$

式中: $|a'|^2 + |b'|^2 + |c'|^2 + |d'|^2 = 1$,因此, \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的空间为四维空间中的单位球面。偏振态旋转在斯托克斯空间中表示为一个向量。令 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 分别表示 \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 的斯托克斯空间向量, u 和 v 分别为 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的模长,则 \mathbf{U} 和 \mathbf{u} 的转换公式^[15]为

$$\mathbf{U} = \mathbf{I} \cos u - \mathbf{j} \boldsymbol{\sigma} \sin u = e^{-\mathbf{j}u\boldsymbol{\sigma}}, \quad (2)$$

式中: \mathbf{I} 为二维单位矩阵; $\boldsymbol{\sigma}$ 为泡利旋转矩阵。

$$\boldsymbol{\sigma} = (\boldsymbol{\sigma}_1 \quad \boldsymbol{\sigma}_2 \quad \boldsymbol{\sigma}_3), \quad (3)$$

其中,

$$\boldsymbol{\sigma}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\sigma}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{j} \\ \mathbf{j} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中: \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 的空间 \mathbf{R} 为半径为 π 的三维球内部。通过(2)、(3)式不难推出, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 方向相反,且 $u+v=\pi$,因此称 \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 为互补斯托克斯向量。

3 偏振旋转矩阵在斯托克斯空间的运动轨迹

RSOP在斯托克斯空间中可以表示为一个点的旋转,目前其他工作对RSOP转速的仿真都是恒定转速的。仿真模型中使用的是多段合成的随机旋转速度,在其中的每一段中,所提RSOP模型是随机方向的静态旋转模型,每段的转速服从高斯分布,方差为 σ^2 。所以,为了分析在斯托克斯空间中RSOP的运动方式,需要先推导出RSOP的等效转速。球表面积 S 的表达式为

$$S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi r \cos \theta r d\theta = 4\pi r^2, \quad (5)$$

式中: r 为球的半径; θ 为旋转角度。球面上任一点绕任意轴旋转一周的长度均值为

$$L = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2\pi r \cos \theta)^2}{4\pi r^2} r d\theta = 2\pi r \cdot \frac{\pi}{4}, \quad (6)$$

即针对赤道上一点的旋转长度,系数为 $\frac{\pi}{4}$ 。先求球面上任一点绕任意轴旋转一周的周长的平方,再对其求均值可以得到

$$L_2 = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{(2\pi r \cos \theta)^3}{4\pi r^2} r d\theta = 4\pi^2 r^2 \cdot \frac{2}{3}, \quad (7)$$

即针对赤道上一点的旋转长度的平方均值,系数为 $\frac{2}{3}$ 。在时间上将信号分段,每段的符号数为 N ,每段在该点的速度贡献之和呈Rayleigh分布,则每个维度方差为

$$\sigma_0 = \frac{1}{2} N \sigma^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} N \sigma^2. \quad (8)$$

所以速度均值为

$$V = \sqrt{N \sigma^2 / 3} \cdot \sqrt{\pi / 2} = \sqrt{\pi N \sigma^2 / 6}. \quad (9)$$

对于单位转速的等效平均速度,表达式为

$$V = \sqrt{\frac{\pi N \sigma^2}{6}} \cdot \frac{4}{\pi} = \sqrt{\frac{8 \pi N \sigma^2}{3}}. \quad (10)$$

从(6)~(10)式得出了在等效的斯托克斯空间中的运动速度和实际的 RSOP 转速之间的关系。结合(1)、(2)式,即可仿真出 RSOP,图 1 为 RSOP 矩阵在斯托克斯空间的轨迹图, S_1 、 S_2 、 S_3 为斯托克斯空间的三个维度的坐标,RSOP 在斯托克斯空间的运动相对平滑,可以对其进行预测。

从图 1 看出,RSOP 轨迹可以在局部拟合成一个圆,所以可以通过圆拟合方案来对 RSOP 进行追

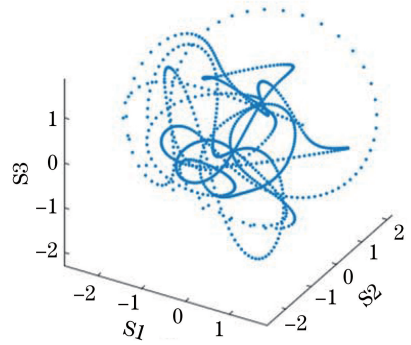


图 1 斯托克斯空间中 RSOP 矩阵运动轨迹图

踪和预测,即通过已知的三个点的位置来确定一个圆形,然后通过圆的轨迹来预测接下来 RSOP 点的位置。圆拟合方案如图 2(a)所示,其中 d 为延迟时间。

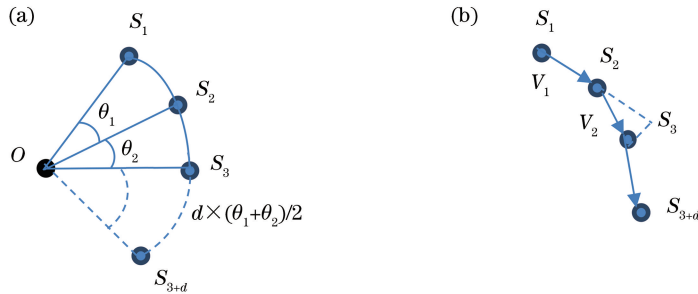


图 2 RSOP 预测方案示意图。(a)圆拟合;(b)向量追踪

Fig. 2 Schematic of RSOP prediction scheme. (a) Curve fitting; (b) vector tracking

已知前三个点的位置 S_1, S_2, S_3 , 由于三个点可以确定一个圆,可以计算出这个圆的圆心 O 和半径,然后假设在较短的时间内旋转速度不变且 RSOP 点都是在同一个圆上运动,根据每次前进的角度 θ_1 和 θ_2 ,就可以计算出延迟时间后点的前进角度和位置。然而圆拟合方案在每次预测时都要计算圆的位置,包括计算圆心、半径、前进角度,运算量较大且只考虑了在一定时间内以固定的角速度旋转的情况,因此提出了另一种更加合理的仿真方法,即通过向量追踪 RSOP 的运动轨迹,如图 2(b)所示,根据向量的前进位移和速度就可以计算出向量的前进速度,从而预测出 RSOP 点的位置。

为了测试圆拟合方案和向量追踪方案的效果,估计使用和不使用互补向量算法的差别,仿真了 1000 个连续 RSOP 矩阵,测试了延迟为 5 帧时的效果,使用琼斯矩阵参数的平方误差来衡量算法的效果。图 3 为圆拟合方案和向量追踪方案的琼斯矩阵平方误差对比图,可以看到,在大多数时间内,圆拟合方案的平方误差大于向量追踪方案,然而,向量追

踪方案在某些时刻的平方误差会特别大,这种误差可以用互补向量追踪算法来修正。

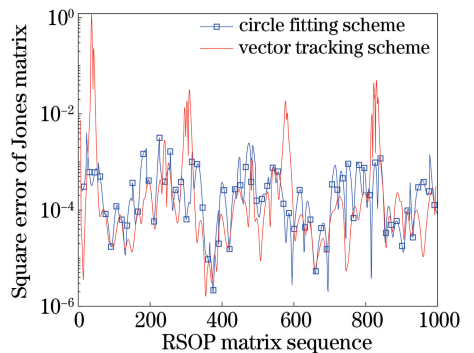


图 3 圆拟合方案和向量追踪方案的琼斯矩阵平方误差曲线

Fig. 3 Square error curves of Jones matrix obtained by circle fitting scheme and vector tracking scheme

u 和 v 两个向量都是 RSOP 向量,分别使用向量追踪算法对两个互补向量进行了追踪。发现两个向量得到的平方误差曲线,一条误差较大时,另一条的误差则较小。因为 u 和 v 两个向量为互补向量,将 u 和 v 构成的空间 R 进一步分为半径为 $\pi/2$ 的球

内部和半径在 $\pi/2$ 至 π 之间的空心球,分别称它们为内球和外球,则对于任意旋转矩阵, \mathbf{u} 和 \mathbf{v} 必然一个在内球一个在外球。空间 \mathbf{R} 为非线性空间, \mathbf{R} 的表面均对应 $\mathbf{U} = -\mathbf{I}$, 而其球心位置附近可近似为线性空间,因此,对于时变的 \mathbf{U} 和对应的 \mathbf{V} , 选择位于内球的一个矩阵进行 RSOP 的追踪和预测。由此提出了一种互补向量 RSOP 算法。

使用和不使用自动选择互补向量算法的平方误差曲线如图 4 所示,其中,连续 RSOP 旋转矩阵的仿真点数为 1000 个,延迟为 5 帧。可以看到,互补向量追踪算法在大部分时间都可以得到具有较小平方误差的展开点,对比单独使用一个展开点的算法,此算法的平方误差始终是一个相对较小的值,而单独使用一个展开点的算法则存在突然出现巨大误差的情况。实验结果表明,互补向量算法是明显优于不使用互补向量算法的。

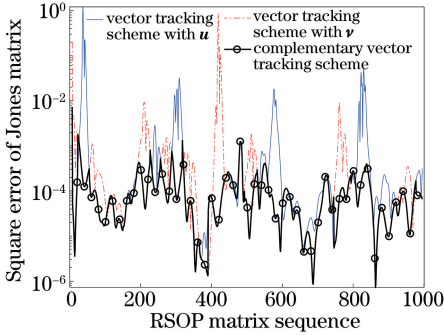


图 4 互补向量追踪算法和向量追踪算法的平方误差曲线

Fig. 4 Square error curves of vector tracking algorithm and complementary vector tracking algorithm

4 算法原理与流程

对 LMS 算法和互补向量 RSOP 矩阵预测算法进行对比。LMS 算法的流程如图 5 所示,该算法结合了载波相位恢复(CPE)、快速傅里叶变换(FFT)、快速傅里叶逆变换(IFFT)、最小二乘(LS)等算法。其中, r_i 为输入的信号, S_i 为 S_f 经过傅里叶逆变换后的时域信号, S_o 为判决处理后的输出信号。

从图 5 可以看到,算法流程为信号经过频域 LMS 进行均衡,判决后对得到的信号再进行 LS 算法计算,得到 RSOP 矩阵和载波相位回复需要的旋转角后再进行载波相位恢复。

LS 算法表达式为

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{S}_{oi}^H \mathbf{r}_f^*}{\mathbf{r}_f^H \mathbf{r}_f^*}, \quad (11)$$

式中: S_f 为经 LMS 算法后的频域信号; r_f 为经

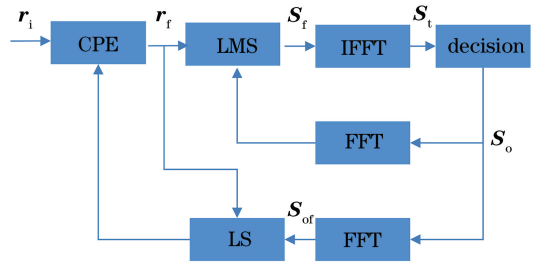


图 5 LMS 算法流程图

Fig. 5 Flow chart of LMS algorithm

LMS 算法之前的频域信号; \mathbf{M} 为二阶矩阵。

首先任意一个二阶矩阵可以表示为

$$\mathbf{M} = e^{j\varphi} \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2, \quad (12)$$

式中: φ 为相位偏转角; \mathbf{M}_2 为形如(1)式的偏振旋转矩阵;厄米特矩阵 \mathbf{M}_1 可以表示为

$$\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} a & c + jd \\ c - jd & b \end{bmatrix}. \quad (13)$$

显然, \mathbf{M}_1 与其厄米特共轭矩阵相等,所以将 \mathbf{M} 与其厄米特共轭矩阵相乘,可得

$$\mathbf{M} \mathbf{M}^H = \mathbf{M}_1^2, \quad (14)$$

再将(14)式代入(12)式,即可得

$$e^{j\varphi} \mathbf{M}_2 = (\mathbf{M} \mathbf{M}^H)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{M}. \quad (15)$$

即得到了用于 RSOP 预测的偏振旋转矩阵 \mathbf{M}_2 ,用琼斯矩阵来进行 RSOP 的预测,另外因为琼斯矩阵的模为 1,所以可以用模值计算出相位旋转角,用来进行载波相位恢复。

RSOP 预测算法流程如图 6 所示,相比图 5,在 LS 算法后加入了选择是否使用互补向量的算法,在 LMS 算法前使用预测得到的矩阵进行 RSOP 均衡。RSOP 矩阵可以用斯托克斯空间的三维向量 \mathbf{V} 表示,且它的分布在斯托克斯空间中构成了一个三维球体,则追踪和预测 RSOP 的问题就转换为了追踪三维空间中点的运动轨迹的问题。因此提出了通过追踪 RSOP 在斯托克斯空间上的速度和位移来对其进行预测的方法。

RSOP 在斯托克斯空间中的位移可以分为两个方向来计算,分别是沿着当前速度方向的位移 X_0 和旋转方向的位移 X_1 ,总位移为两个方向的位移之和。先计算单位延时后的 RSOP 在斯托克斯空间的位移,假设已知当前时间和上一时间的 RSOP 点的位置,则可以计算出当前时间 k 的速度 \mathbf{v}_k ,并可以得到当前速度的模值 $|\mathbf{v}_k|$ 和方向向量 $\frac{|\mathbf{v}_k|}{\mathbf{v}_k}$,对当前时间的位移向量和上一时间的位移向量进行叉乘,再计算出旋转轴 l ,则通过速度位移公式可以计

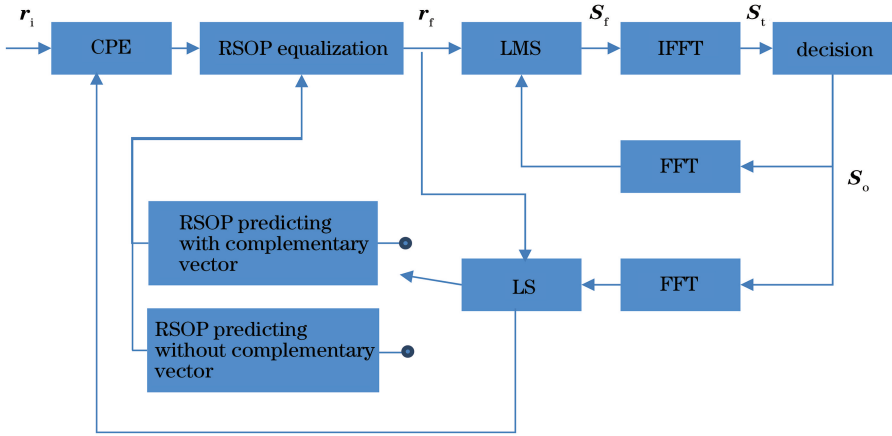


图 6 RSOP 预测算法流程图

Fig. 6 Flow chart of RSOP prediction algorithm

算下一时间的两个方向的位移,取 d 个时间的位移进行累加,即可计算得到 d 时间之后点的轨迹。为

了简化编程,使用泰勒展开对计算过程进行化简,化简后的计算公式为

$$\mathbf{T}_{k+d} = [d |\mathbf{v}_k| \cos(n_2 t_a) + n_1 a_v \cos(n_4 t_a)] \cdot \frac{\mathbf{v}_k}{|\mathbf{v}_k|} + \left[d |\mathbf{v}_k| \sin\left(\frac{n_1 t_a}{d}\right) + n_1 a_v \sin(n_3 t_a) \right] \mathbf{u} + \mathbf{v}_k, \quad (16)$$

式中: \mathbf{T} 为 RSOP 在斯托克斯空间的轨迹点; \mathbf{v}_k 为速度; a_v 为加速度; t_a 为两个速度向量之间的旋转角度; n_1, n_2, n_3 及 n_4 是为了简化积分计算,通过泰勒展开得到的参数,计算方法为

$$n_1 = \frac{d(d+1)}{2}, \quad n_2 = \sqrt{\frac{\sum_1^d d^2}{d}},$$

$$n_3 = \frac{\sum_1^d d^2}{n_1}, \quad n_4 = \sqrt{\frac{\sum_1^d d^3}{n_1}}. \quad (17)$$

计算 d 个延迟后轨迹点的位置后,再对更新系数进行更新,并计算下一时间的速度、加速度、旋转方向、移动方向等。通过旋转方向和速度的预测,可以计算出偏振态旋转的琼斯矩阵,即可对偏振态旋转进行均衡。

5 仿真结果

绘制如图 7 所示的斯托克斯空间中 RSOP 轨迹预测的效果图,以直观地观察互补向量算法对 RSOP 的追踪效果,可以看出,在斯托克斯空间中,预测点的轨迹始终跟随实际的 RSOP 轨迹。结果表明,所提算法可以较好地对斯托克斯空间中的 RSOP 运动轨迹进行追踪,使用所提算法预测 RSOP 是可行的。

在不同的 RSOP 旋转速度下,对使用互补向量

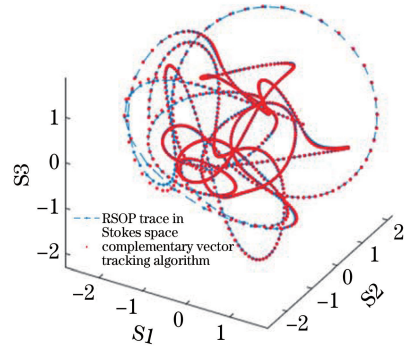


图 7 斯托克斯空间 RSOP 轨迹预测

Fig. 7 RSOP trajectory prediction in Stokes space

的 RSOP 矩阵预测算法和不使用 RSOP 只使用 LMS 的算法的 BER 和 EVM 进行对比。仿真调制格式为 16QAM,Block 长度为 256,结果如图 8 和图 9 所示。

从图 8 可知,LMS 算法的 EVM 从 RSOP 转速大于 1.3 MHz 后开始有明显的上升,而 RSOP 预测算法则在 RSOP 转速大于 1.5 MHz 时才开始有明显的上升。从图 9 可知,在 RSOP 转速超过 1.3 MHz 前,LMS 算法的曲线始终小于 16QAM 的 BER 容限 (3.8×10^{-3}),但是,大部分都在 10^{-3} 量级,而 RSOP 预测算法的曲线在 1.5 MHz 前都是 10^{-5} 量级,即通过采用互补向量的循迹追踪算法,系统的偏振态旋转速度容限从 1.3 MHz 提升至 1.5 MHz。预测得 EVM 可以降低约 10%,BER 可

参考文献

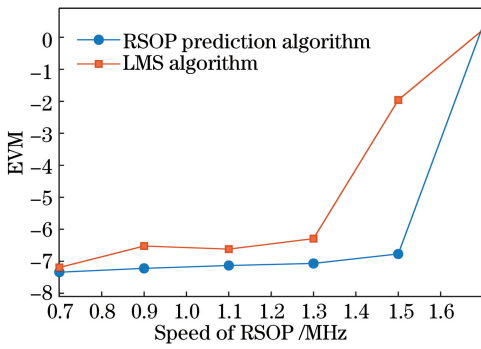


图 8 EVM 对比

Fig. 8 EVM comparison

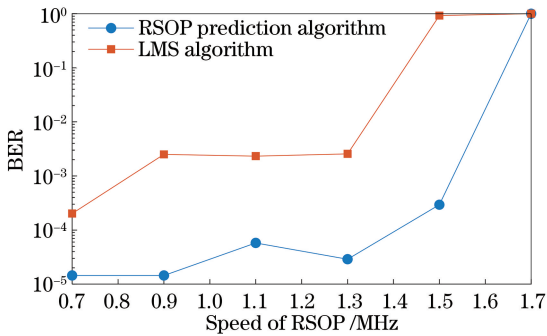


图 9 BER 对比

Fig. 9 BER comparison

以从 10^{-3} 量级降低到 10^{-5} 量级。

6 结 论

首先分析 RSOP 在琼斯空间和斯托克斯空间之间的转换,提出一种将 RSOP 矩阵转换到斯托克斯空间中的算法,然后在斯托克斯空间中使用多段合成的随机旋转速度对 RSOP 进行建模。依据此模型,提出了两种圆拟合和计算旋转点的向量速度加速度的预测方案,并对 RSOP 矩阵进行预测,最终经过对比,选择了计算向量运动的方式,并且为了提高算法精度,提出了互补向量算法。经过对比,使用互补向量算法的平方误差明显小于不使用互补向量的算法。从 RSOP 轨迹的追踪图中可以看出,所提算法可以较好地预测 RSOP 矩阵的运动轨迹,使解决实际通信系统中的延迟问题成为可能。最后,对比了互补向量预测算法和 LMS 算法的 EVM 和 BER 曲线。经过计算可得,互补向量的寻迹追踪算法的 EVM 可以降低 10%,且 BER 可从 10^{-3} 量级降低到 10^{-5} 量级,偏振态旋转的速度容限从 1.3 MHz 提升至 1.5 MHz。由此可知,所提算法可以较好地预测 RSOP 矩阵,通信效果有明显提升,具有良好的应用前景。

- [1] de Jauregui Ruiz I F, Ghazisaeidi A, Sab O A, et al. 25.4-Tb/s transmission over transpacific distances using truncated probabilistically shaped PDM-64QAM [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, 36(6): 1354-1361.
- [2] Shen S Y, Yan J H, Peng P C, et al. Polarization-tracking-free PDM supporting hybrid digital-analog transport for fixed-mobile systems [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2019, 31(1): 54-57.
- [3] Chen C, Zhuge Q B, Plant D V. Zero-guard-interval coherent optical OFDM with overlapped frequency-domain CD and PMD equalization [J]. *Optics Express*, 2011, 19(8): 7451-7467.
- [4] Chen C, Zhuge Q, Plant D V. Reduced-guard-interval CO-OFDM with overlapped frequency-domain CD and PMD equalization [C] // *Optical Fiber Communication Conference/National Fiber Optic Engineers Conference 2011, March 6-10, 2011, Los Angeles, California, USA*. Washington, DC: OSA, 2011: OWE7.
- [5] Zheng Z B, Cui N, Xu H Y, et al. Window-split structured frequency domain Kalman equalization scheme for large PMD and ultra-fast RSOP in an optical coherent PDM-QPSK system [J]. *Optics Express*, 2018, 26(6): 7211-7226.
- [6] Kudo R, Kobayashi T, Ishihara K, et al. PMD compensation in optical coherent single carrier transmission using frequency-domain equalisation [J]. *Electronics Letters*, 2009, 45(2): 124-125.
- [7] Ishihara K, Kobayashi T, Kudo R, et al. Frequency-domain equalization for coherent optical single-carrier transmission systems [J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2009, 92(12): 3736-3743.
- [8] Godard D. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1980, 28(11): 1867-1875.
- [9] Ready M J, Gooch R P. Blind equalization based on radius directed adaptation [C] // *International Conference on Acoustics, April 3-6, 1990, Albuquerque, NM, USA*. New York: IEEE, 1990: 1699-1702.
- [10] Yu Z M, Yi X W, Zhang J, et al. Modified constant modulus algorithm with polarization demultiplexing in Stokes space in optical coherent receiver [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2013, 31(19):

- 3203-3209.
- [11] Noe R, Hinz S, Sandel D, et al. Crosstalk detection schemes for polarization division multiplex transmission [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2001, 19(10): 1469-1475.
- [12] Yang Y F, Cao G L, Zhong K P, et al. Fast polarization-state tracking scheme based on radius-directed linear Kalman filter [J]. *Optics Express*, 2015, 23(15): 19673-19680.
- [13] Pakala L, Schmauss B. Joint tracking of polarization state and phase noise using adaptive cascaded Kalman filtering [J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2017, 29(16): 1297-1300.
- [14] Cao G L, Yang Y F, Wang F, et al. Extended Kalman based polarization and carrier phase quickly tracking for PDM-16QAM [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(12): 1206005.
曹国亮, 杨彦甫, 王非, 等. 基于扩展卡尔曼的 PDM-16QAM 偏振态和载波相位快速跟踪 [J]. *光学学报*, 2014, 34(12): 1206005.
- [15] Gordon J P, Kogelnik H. PMD fundamentals: polarization mode dispersion in optical fibers [J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2000, 97(9): 4541-4550.