

改进自适应小波降噪在激光陀螺仪信号处理中的应用

李想, 汪立新*, 段志强

火箭军工程大学导弹工程学院, 陕西 西安 710025

摘要 针对传统小波函数处理激光陀螺仪输出信号存在的问题, 提出一种含参数的阈值函数、自适应确定最优的分解层数和最优阈值相结合的小波阈值降噪方法。首先提出新的自适应阈值函数, 然后基于最大能量熵原则计算小波比例能量熵以自适应确定小波最优的分解层数, 并使用 SURE(Stein Unbiased Risk Estimator) 无偏估计原则与牛顿迭代法的结合方法自适应确定信号随时间变化的最优阈值, 最后利用实测数据和 Allan 方差分析进行实验验证。实验结果表明, 无论是静态激光陀螺仪信号还是动态激光捷联惯组信号, 改进的自适应小波降噪方法的降噪效果优于传统的小波降噪方法以及标准卡尔曼滤波方法, 且该方法处理后的信号精度更高、均方误差更小和噪声系数更小, 有效抑制噪声对激光陀螺仪输出信号的干扰。

关键词 探测器; 激光陀螺仪; 小波阈值降噪; 最优阈值; 最优分解层数; Allan 方差

中图分类号 TP211+.6

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.210401

Application of Improved Adaptive Wavelet Noise Reduction in Laser Gyroscope Signal Processing

Li Xiang¹, Wang Lixin*, Duan Zhiqiang

College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an, Shaanxi, 710025, China

Abstract Aiming at the problem of traditional wavelet function in processing laser gyroscope output signal, a new wavelet threshold denoising method with parameter threshold function, adaptive determination of optimal decomposition layer number and optimal threshold is proposed. First, a new adaptive thresholding function is proposed. Then, the wavelet proportional energy entropy is calculated based on the principle of maximum energy entropy, and the optimal number of decomposition levels of the wavelet is adaptively determined, and the combination method of SURE (Stein Unbiased Risk Estimator) unbiased estimation principle and Newton iteration method is used to determine the optimal threshold of signal change with time adaptively. Finally, the experimental verification is carried out by using the measured data and Allan variance analysis. Experimental results show that both static laser gyroscope signal and dynamic laser strapdown imu signal, the improved adaptive wavelet noise reduction method of the noise reduction result is better than that of the traditional wavelet thresholding method and the standard Kalman filtering method, and the method processed signal higher precision, smaller mean square error and smaller noise coefficient, which effectively restrain the interference of noise of laser gyroscope output signal.

Key words detectors; laser gyroscope; wavelet threshold noise reduction; optimal threshold; optimal number of decomposition layers; Allan variance

OCIS codes 040.7480; 250.0040; 120.1880

1 引言

小波降噪法是信号处理和分析领域的重要方法之一, 其中通过改进的小波阈值函数来提高降噪效果是目前的研究热点之一。Donoho^[1]在 1995 年

基于小波变换提出了小波阈值去噪方法, 该方法可以在 Besov 空间上得到最佳的估计值, 而其他线性估计都不能达到与此相同的估计效果, 为此引起了国内外学者的广泛关注。Donoho 等^[2-5]对小波阈值去噪方法进行了进一步的研究和应用。国内西北

收稿日期: 2020-02-02; 修回日期: 2020-02-23; 录用日期: 2020-02-25

基金项目: 国家自然科学基金(61503392)

* E-mail: wlx@163.com

工业大学的潘泉等^[6]对小波阈值去噪方法的应用和估计原理都进行了拓展。近年来,研究者主要针对阈值函数的设计进行改进,而阈值函数可分为硬阈值函数、软阈值函数和自适应阈值函数^[6],但这些函数都存在一定的缺陷。其中硬阈值函数的不连续性会使处理后的信号失真;软阈值函数存在高频信息丢失和边缘模糊等问题;自适应阈值函数可以根据不同的小波分解系数来调整阈值,使其更适用于信号的处理,但其设计是否符合信号特征决定了降噪效果的好坏。曲天书等^[7]使用了基于 SURE (Stein Unbiased Risk Estimator) 无偏估计对设计的自适应小波阈值函数进行降噪,并采用了最速下降法来求解最优阈值。刘彤等^[8]利用了中值滤波对小波分解细节中的噪声强度进行估计从而设计阈值函数,采用了小波能量熵来确定最优的分解层数。上述方法都是从不同方面对自适应小波滤波进行改进,但是都存在一定的设计问题,如当激光陀螺仪输出信号的统计特性无法准确估计时,最速下降法容易陷于局部最优,而且不能取得最佳的降噪效果^[7],根据噪声强度的不同设计阈值,容易存在局部失真和函数处理不连续有间断点等问题。利用小波滤波对含噪信号进行多层分解可以更好地区别噪声和信号,但是最优分解层数的确定需要理论的依据。刘彤等^[8]提出了基于小波能量熵确定最优分解层数的方法,但该方法未考虑到噪声的统计特性以及分解后信号长度不同的情况,所以小波滤波分解细节系数的复杂程度不能体现噪声能量的

集中程度。

针对上述问题,本文提出改进的自适应小波降噪算法。首先使用 sym6 小波对激光陀螺仪信号进行多层小波分解,根据基于最大熵原理^[9]的小波比例能量熵原则求解最优的分解层数,并将激光陀螺仪信号分解成近似系数分量和细节系数分量^[10],从而设计可导且连续的新自适应阈值函数;然后基于 SURE 无偏估计的原则^[11]和牛顿迭代法自适应得到最优阈值^[12],利用每层的自适应阈值函数对细节系数进行处理,以抑制细节系数分量中的噪声信号,对处理后的细节系数和近似系数进行小波重构^[13];最后验证算法的有效性。静态实验是对静态下采集的激光陀螺仪信号分别使用传统自适应小波滤波(TAWF)、标准卡尔曼滤波(KE)和改进的自适应小波滤波(IAWF)进行降噪处理,并采用 Allan 方差分析方法对处理后的信号进行噪声系数的估计^[14]。动态实验是利用车载激光捷联惯组测试系统对动态实验数据进行实时采集、降噪处理和对比分析,验证改进的自适应小波降噪算法在实际应用中的有效性。实验结果表明,改进的自适应小波降噪算法可以大大降低激光陀螺仪信号的噪声干扰,进而提高激光陀螺仪输出信号的精度。

2 IAWF 算法

2.1 改进的自适应阈值函数

小波阈值法具有简单实用的优点,并且在信号处理的领域中应用广泛,具体的降噪过程如图 1 所示。

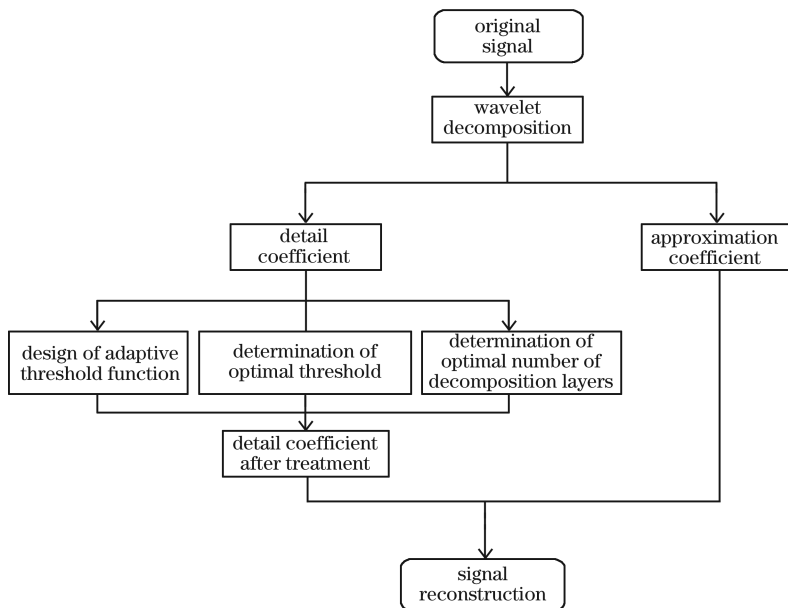


图 1 小波降噪的流程

Fig.1 Flow chart of wavelet noise reduction

小波降噪的主要思想是将基于 Besov 空间信号的能量集中在几个小波系数上,而噪声信号的能量充满整个小波域^[15],因此可以设置一个阈值,将小于阈值的小波系数视为噪声系数并直接置零,将大于阈值的小波系数视为信号系数并直接保留或者乘以固定的比例向零收缩,接着对处理后的小波系数进行重构以得到去噪后的信号。使用的阈值函数有软阈值函数和硬阈值函数^[16-17]。硬阈值函数的表达式为

$$y(x) = \begin{cases} x, & |x| \geq T \\ 0, & |x| < T \end{cases}, \quad (1)$$

式中: x 表示离散信号的分解系数; T 表示阈值。

软阈值函数的表达式为

$$y(x) = \begin{cases} \text{sgn}(x) (|x| - T), & x \geq T \\ 0, & x < T \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\text{sgn}(\cdot)$ 表示阶跃函数。硬阈值函数如图 2 所示。从图 2 可以看到,硬阈值函数起到高通滤波器的作用,少于 $|T|$ 值的信号直接被截断,但是在 $|T|$ 值有间断点和不连续的情况。软阈值函数如图 3 所示,其是在硬阈值函数的基础上进行改进的。从图 3 可以看到,软阈值函数曲线可以由硬阈值曲线平移得到,其可以解决硬阈值函数在 $|T|$ 值处不连续的问题,但是存在信号失真的问题。实验设置的 T 值为 450 Hz,有用信号的频率为 500 Hz,高频率信号在处理小波细节系数的过程中会被降低频率。由于小波滤波器采用的是多层小波滤波并且具有高通滤波器的特性,在 450~500 Hz 之间的有用信号经过软阈值函数处理后会多次降低频率,低于 450 Hz 频率的部分会被再一次滤掉,这容易造成信号失真和边缘模糊,因此设计自适应阈值函数既要考虑函数的连续性和可导性,还要考虑到在 450~

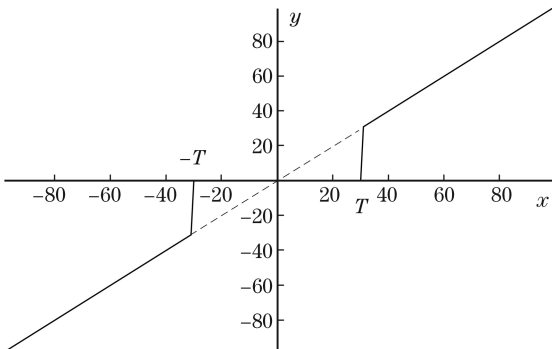


图 2 硬阈值函数

Fig. 2 Hard threshold function

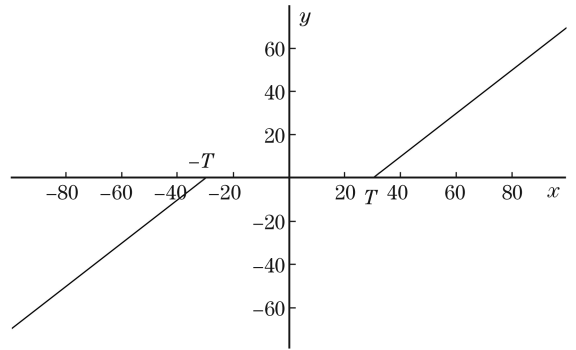


图 3 软阈值函数

Fig. 3 Soft threshold function

500 Hz 之间的有用信号经过多层小波滤波分解处理后小波系数的变化情况,避免多层小波分解后存在信号失真和边缘模糊的问题。

为了使阈值函数在 $|T|$ 值附近处于连续下降的趋势,则引入反比例函数与指数函数结合的复合函数,同时为了使复合函数可导以及提高处理后的小波系数频率,则函数曲线中的高频率部分由硬阈值函数曲线向上平移而得到,如图 4 所示。阈值函数需要起到保留高频率的有用信号以及滤除低频噪声信号的作用,最终得到的自适应阈值函数可表示为

$$\eta_s(x) = \begin{cases} x + T - \frac{2T}{\exp(|x - T|)}, & |x| \geq T \\ 0, & |x| < T \end{cases}. \quad (3)$$

三个函数的曲线如图 5 所示。从图 5 可以看到,改进的自适应阈值函数更适合多层小波滤波分解降噪算法在高频激光陀螺仪信号处理中的应用。

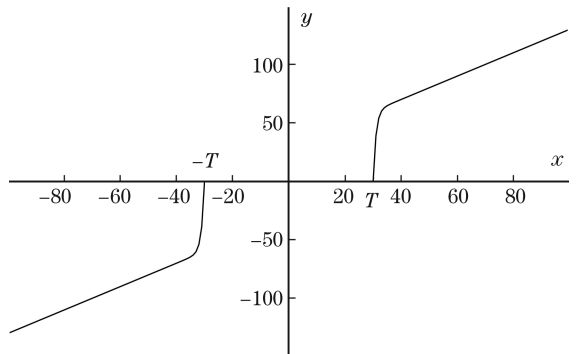


图 4 自适应阈值函数

Fig. 4 Adaptive threshold function

2.2 基于改进小波能量熵自适应分解层数的确定

当增加分解层数时,小波分解的细节系数能够更好地反映信号的细节分量以及复杂程度,但是最优分解层数的确定缺乏理论依据。小波分解的层数在一定数目后,细节系数的处理对于信号重构的

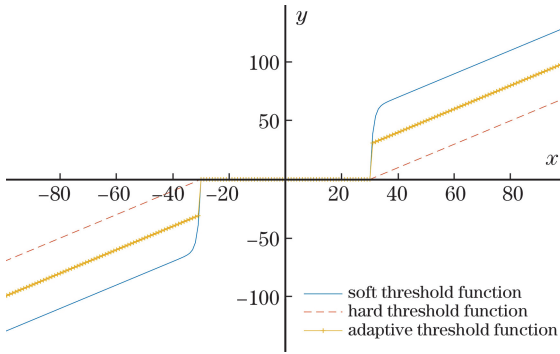


图 5 不同函数的曲线对比

Fig. 5 Curves comparison of different functions

影响较小,但计算量急剧增加。陈进等^[18]得到了信号的复杂程度与小波能量熵成正比,并计算得到观测信号和噪声信号中每层细节系数的小波能量熵差值,设定阈值以自适应得到小波分解层数,但是首先需要对噪声信号进行高斯噪声的假设,当噪声的统计特性未知时,则无法计算小波能量熵差值,也无法自适应得到分解层数,其次小波分解层数与小波分解系数长度成反比,每层小波能量与小波的幅值和小波分解信号的长度呈正相关,因每层小波细节系数的复杂程度不同,所以幅值差异对于小波能量熵的影响没有小波分解信号的长度大。因此基于上述问题,在小波能量熵求解自适应层数的基础上提出小波比例能量熵的原则,用来自适应确定小波分解层数,将每层的小波能量除以信号长度可以得到小波能量均值^[19],信号小波分解后的细节系数能量均值只与信号细节系数的复杂程度有关,与信号分解后的长度无关。基于改进的小波比例能量熵自适应分解层数的具体公式如下。

计算每层小波分解细节系数的能量均值,表达式为

$$E_i = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N f_i(t)^2, \quad (4)$$

式中: $f_i(t)$ 表示第 i 层、第 t 个细节系数; N 表示系数的总数。

计算小波比例能量熵 $W_{\text{WWE}}(i)$, 表达式为

$$W_{\text{WWE}}(i) = \frac{\sum_{j=1}^i E_j}{\sum_{j=1}^{i+1} E_j}. \quad (5)$$

根据(4)式和(5)式可求得小波能量均值的比例能量熵,设定一个熵阈值并与小波比例能量熵进行比较,大于阈值则认为分解层数达到最优的结果,而且能够将信号分解后的复杂程度表示出来,

同时不会使分解层数过多而增加计算量。

对信号进行 $M = i + 1$ 层小波分解,并对比 $W_{\text{WWE}}(i)$ 与 T 。当 $W_{\text{WWE}}(i) \geq T$ 时,则最佳的分解层数为 i 层,当 $W_{\text{WWE}}(i) < T$ 时,对信号进行 $M = i + 2$ 层分解,继续计算熵值并进行循环,最终得到最优的分解层数 $M_0 = i^*$,详细步骤如图 6 所示。

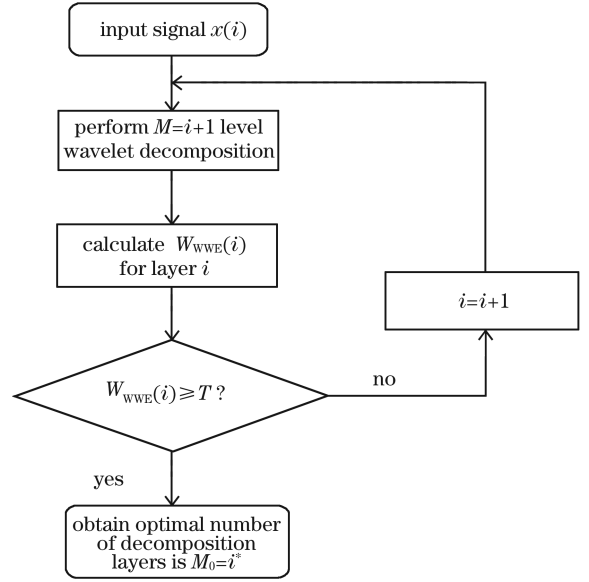


图 6 确定最优分解层数的流程

Fig. 6 Process of determining optimal number of decomposition levels

2.3 确定最优阈值

采用基于无偏估计与牛顿最速下降法相结合的方法求解最优阈值。假设观测向量为 $\mathbf{y} = [a_0 \ a_1 \ \dots \ a_{i-1}]^T$, 其由信号向量和量测噪声组成,可表示为

$$a_i = S_i + n_i, \quad (6)$$

式中: S_i 表示第 i 层的实际信号; n_i 表示第 i 层的量测噪声。此处假设量测噪声服从高斯分布,即 $E(n_i) = 0$, 根据最小均方误差的定义可以得到最小均方误差函数^[20],可表示为

$$R(\hat{f}, S) = \frac{1}{i} \left| \hat{f} - S \right|^2 = \frac{1}{i} \sum_{j=1}^i (f_j - S_j)^2, \quad (7)$$

式中: \hat{f} 表示离散信号的估计值。已知 k 时刻的阈值,采用基于 SURE 无偏估计与牛顿最速下降法的结合方法来求解下一时刻的阈值,表达式为

$$t(k+1) = t(k) - \mu \Delta t(k), \quad (8)$$

式中: $t(k)$ 表示 k 时刻的离散值; μ 表示迭代的步长; $\Delta t(k)$ 表示下降梯度值,其由估计均方差

$\xi(k)$ 在时域中求导得到,表达式为

$$\Delta t(k) = \frac{\partial \xi(k)}{\partial t(k)}. \quad (9)$$

为了求解 $\Delta t(k)$, 首先设置一个估计误差函数 $g(a)$, 表达式为

$$g(a) = \hat{f}(a) - a, \quad (10)$$

式中: $\hat{f}(a)$ 表示观测值 a 对信号 S_i 的估计值。因 $g(a)$ 可微, 根据 SURE 无偏估计可得

$$E_S \left| \hat{f}(a) - S \right|^2 = N + E_S [|g(a)|^2 + 2\Delta g(a)], \quad (11)$$

式中: E_S 表示实际信号的能量均值。对(11)式进行换算, 令 $R_S(t)$ 表示(11)式, 表达式为

$$R_S(t) = N + |g(a)|^2 + 2\Delta g(a). \quad (12)$$

然后取 $R_S(t)$ 的最小值作为阈值 t_s , 表达式为

$$t_s = \min R_S(t). \quad (13)$$

对 $R_S(t)$ 求导, 可表示为

$$\frac{\partial R_S(t)}{\partial t} = 2 \sum_{j=0}^{i-1} g_j \frac{\partial g_j}{\partial t} + 2 \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial g_j^2}{\partial t \partial a_j}. \quad (14)$$

阈值函数为 $\eta_s(x_i, t_k)$, 则(10)式可以表示为

$$g(a) = \eta(x_i, t_k) - a. \quad (15)$$

利用(15)式就可以得到递推公式和 $\Delta t(k)$, 多次循环就可以得到最优的阈值。

3 实验验证

3.1 静态实验数据的降噪处理与分析

将三轴激光陀螺仪放置在大理石测试平台上, 用来采集静态数据。激光陀螺仪采集的信号数据如图 7 所示。

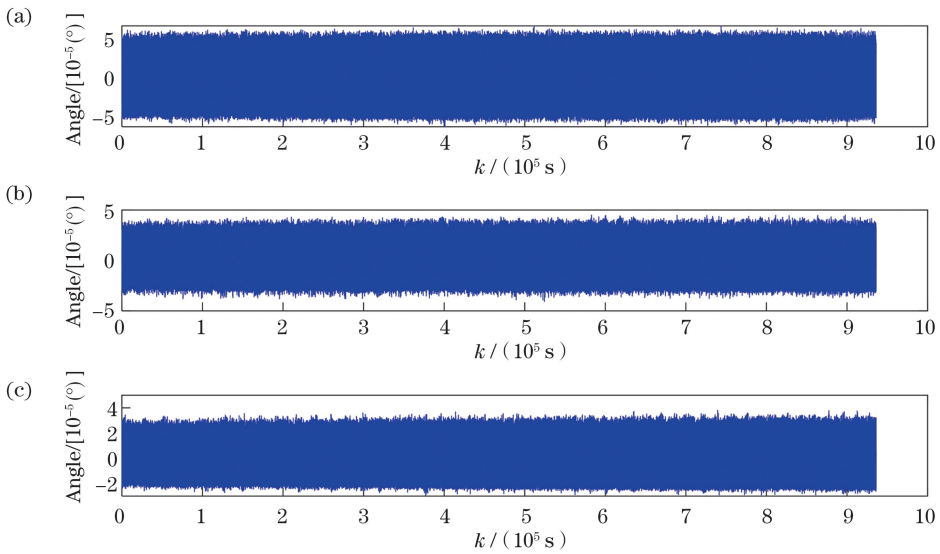


图 7 三轴激光陀螺仪采集的信号数据。(a) X 轴; (b) Y 轴; (c) Z 轴

Fig. 7 Signal data collected by three-axis laser gyroscope. (a) X-axis; (b) Y-axis; (c) Z-axis

对原始信号进行 Allan 方差分析, 对横、纵轴取对数以绘制曲线, 结果如图 8 所示。从图 8 可以看到, 激光陀螺仪信号主要包含量化噪声, 即斜率为 -1 的线段。

在 Allan 方差分析双对数曲线图中, 可以拟合斜率来估计陀螺仪的量化噪声(Q)、角度随机游走(N)、零偏不稳定性(B)、角速率随机游走(K)和速率斜坡(R)等噪声系数, 结果如表 1 所示。从表 1 可以看到, 激光陀螺仪的精度较高。

以 X 轴陀螺仪信号为例, 对陀螺仪的输出信号分别使用 TAWF、标准 KF 和 IAWF 进行处理, 信

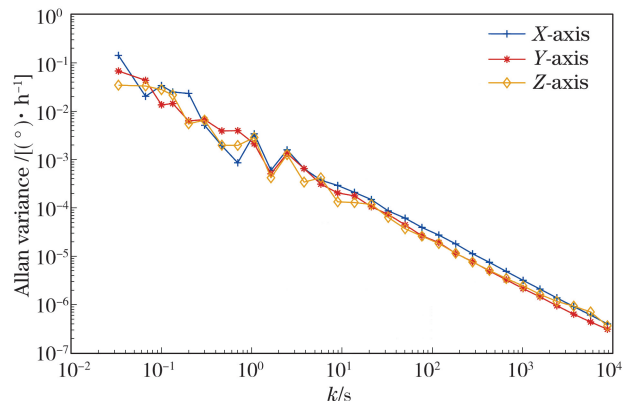


图 8 静态原始数据的 Allan 方差双对数曲线

Fig. 8 Allan variance logarithm curves of static raw data

表 1 原始信号噪声系数
Table 1 Noise figures of original signal

Axis	Q/["]	N/[("·h ^{-0.5})]	B/[("·h ⁻¹)]	K/[("·h ^{-3/2})]	R/[("·h ⁻²)]
X	0.003272	0.000293	0.020450	0.034561	0.016807
Y	0.000069	0.000069	0.007067	0.011956	0.005816
Z	0.000667	0.000152	0.009940	0.016794	0.008166

号处理后的结果如图 9 所示。从图 9 可以看到,受到噪声的干扰,原始信号幅值在 $\pm 5^\circ \times 10^{-5}$ 之间上下浮动,经过 IAWF 降噪后的信号平稳在一个极小值,与 KF 和 TAWF 相比降噪效果更明显;经过标准 KF 降噪处理后的信号,幅值在 $\pm 2^\circ \times 10^{-5}$ 之间

上下浮动;经过 TAWF 降噪处理后的信号,幅值在 $\pm 1^\circ \times 10^{-6}$ 之间上下浮动,与标准 KF 相比提高 20 倍;经过 IAWF 处理后的信号,幅值在 $\pm 2^\circ \times 10^{-7}$ 之间上下浮动,降噪效果是 TAWF 的 5 倍、是标准 KF 的 100 倍。

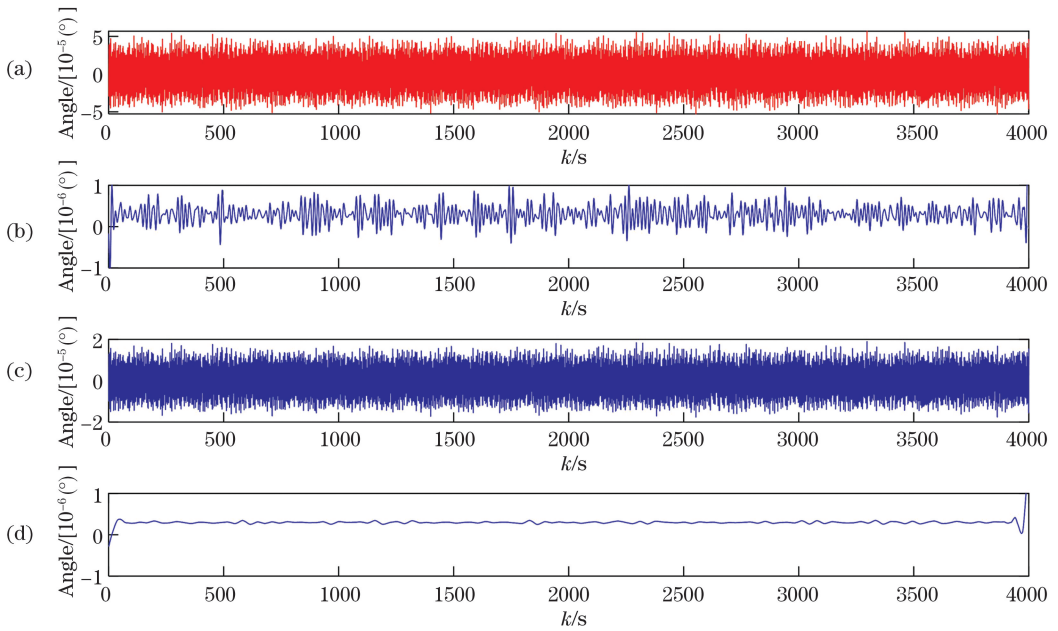


图 9 常用降噪方法的效果对比。(a)原始信号;(b)TAWF;(c)标准 KF;(d)IAWF

Fig.9 Comparison of effects of commonly used noise reduction methods. (a) Original signal; (b) TAWF; (c) standard KF; (d) IAWF

对处理后的信号进行 Allan 方差分析,绘制的双对数曲线如图 10 所示。从图 10 可以看到,使用 IAWF 方法处理后的曲线在 KF 方法和 TAWF 方法处理后的曲线下,Allan 方差曲线离横轴越近代表陀螺仪信号的精度越高,则 IAWF 方法处理后的精度高于 KF 方法和 TAWF 方法。

从图 10 可以看到,IAWF 方法和 TAWF 方法在起始阶段的变化趋势与 KF 方法不同,原因在于这部分曲线反映的不仅仅是陀螺仪的性能,还有滤波器的性能,其是由高频信号和低品噪声通过高通滤波器来滤除低频噪声所导致的,Allan 方差最开始用于分析未经滤波处理的陀螺仪原始的观测

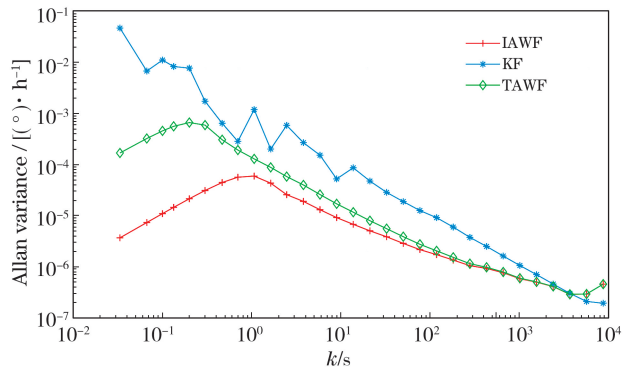


图 10 降噪信号在不同方法下的 Allan 方差曲线
Fig. 10 Allan variance curves of noise reduction signal under different methods

数据,但根据工程经验而言,绝大多数的商用陀螺仪都经过滤波处理,因此在使用 Allan 方差进行实际检验中常常不能得到类似书本上的示例曲线^[21],存在一定的差别。IAWF 方法和 TAWF 方法都是基于小波变换和阈值函数原理进行滤波,两个方法的滤波原理一样,而 KF 方法是基于最优估计原则的滤波器,与前两个方法的滤波原理不同,所以 IAWF 与 TAWF 滤波器的特性类似,起始阶段的变化趋势相同,与 KF 方法不同。

表 2 信号的噪声系数
Table 2 Noise figures of signal

Method	Q/(")	N/[("·h ^{-0.5})]	B/[("·h ⁻¹)]	K/[("·h ^{-3/2})]	R/[("·h ⁻²)]
Original signal	0.003272	0.000293	0.020450	0.034561	0.016807
TAWF	0.000022	0.000003	0.000179	0.000304	0.000148
KF	0.001080	0.000097	0.006754	0.011414	0.005551
IAWF	0.000001	0.000001	0.000009	0.000016	0.000008

IAWF 方法处理后的效果如图 11 所示。从图 11 可以看到,在静态信号的降噪效果上,该方法可以有效地减少噪声干扰,而且静态信号在零位附近的波动极小。

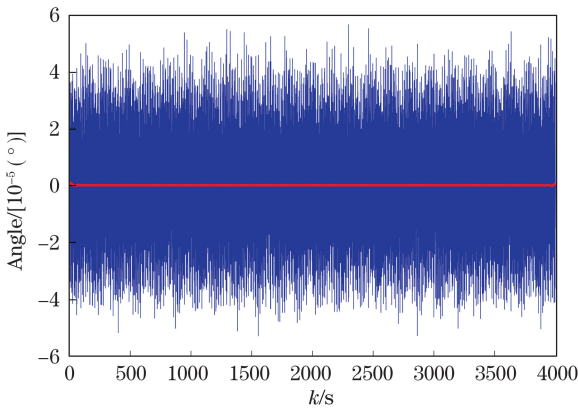


图 11 IAWF 方法处理噪声后的效果

Fig.11 Effect of IAWF method after processing noise

3.2 动态实验数据的降噪处理、分析与应用

对实验车搭载激光捷联惯组进行跑车实验,实验装置如图 12 所示,其中 PC 为个人计算机。采集的实测数据为激光陀螺仪的角增量数据,激光陀螺仪的输出频率为 500 Hz,改进的自适应阈值设置为 450 Hz,收集的实测数据共 930000 组,对实测数据分别使用 TAWF、IAWF 和标准 KF 方法进行降噪处理,其中 IAWF 方法的运行时间为 0.256 s,各个滤波方法的降噪效果如图 13 所示。

对图 10 的曲线斜率进行拟合可以得到噪声系数,结果如表 2 所示。从表 2 可以看到,相比于传统的降噪处理方法,IAWF 方法的各项噪声系数的下降幅度最大,主要影响激光陀螺仪精度的量测噪声从 0.003272"下降到 0.000001",比其他两种方法的处理效果好,其他噪声系数也具有相同的下降趋势,从信号噪声系数来看,处理后的信号基本滤除量测噪声的干扰,实测数据的结果表明 IAWF 方法的有效性和优越性。



图 12 实验车的测试装置

Fig.12 Test device for experimental car

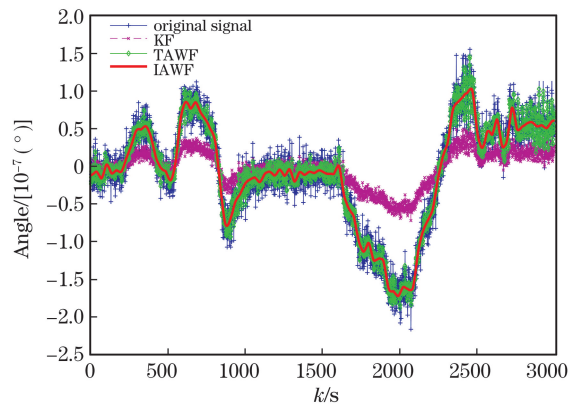


图 13 不同滤波方法的降噪效果

Fig.13 Noise reduction effect of different filtering methods

从图 13 可以看到,标准 KF 方法在处理动态非线性数据时出现失真的现象,TAWF 方法所得的精度较低,曲线上下摆动幅度大且存在明显的噪声干扰。传统的自适应阈值函数与激光陀螺仪信号特征不匹配,在局部细节系数的处理和分解层数的选择上存在不足。相比较而言,IAWF 方法的降噪效果明显,曲线顺滑且没有明显的上下波动,可以对陀螺仪动态数据进行降噪处理,同时验证 IAWF 方法可以在实际激光捷联惯组导航中起到数据预处理降噪的作用,对于提高激光陀螺仪的使用精度有着重要意义。

3.3 分解层数最优的实验验证

当对动态数据进行小波分解时,需计算小波比例能量熵,计算结果如图 14 所示。从图 14 可以看到,近似系数能量熵值在前 5 层几乎未发生任何变化,细节比例能量熵可以集中反映噪声能量,选定

的分解阈值为 0.9,因比例能量熵在 5 层接近 0.9,最终确定的最优分解层数为 5 层,同时对动态实测数据进行不同分解层数的小波降噪处理,使用处理结果来验证最优分解层数的有效性,不同分解层数的小波滤波降噪效果如图 15 和图 16 所示。从图 15 和图 16 可以看到,不同的分解层数对降噪效果的影响程度不同,选择最优分解层数对于小波降噪来说是不可随意忽视的一环。图 16 为图 15 的其中一段细节放大图。从图 16 可以看到,当 IAWF 方法分解的层数为 5 层时,其曲线接近于激光陀螺仪信号的曲线趋势,当分解层数较少时,如分解层数为两层或三层时,降噪效果不佳,局部出现上下小幅度波动的现象;当信号接近 5 层或高于 5 层时,信号变化较小。实验证明基于小波能量比例能量熵确定最优分解层数的有效性,可以为最优分解层数的确定提供依据。

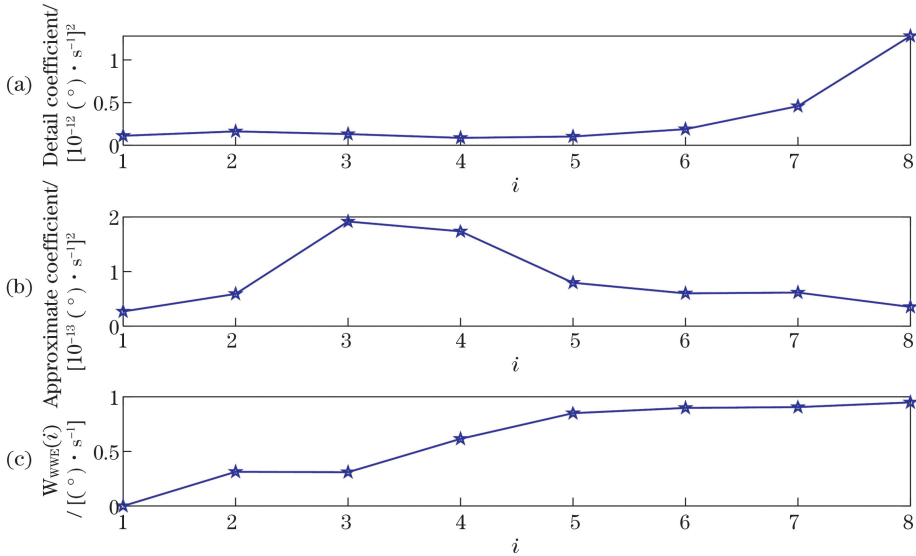


图 14 数熵值的计算结果。(a)细节系数能量熵;(b)近似系数能量熵;(c)细节比例能量熵

Fig. 14 Calculation results of entropy values. (a) Energy entropy of detail coefficient; (b) energy entropy of approximate coefficient; (c) energy entropy of detail ratio

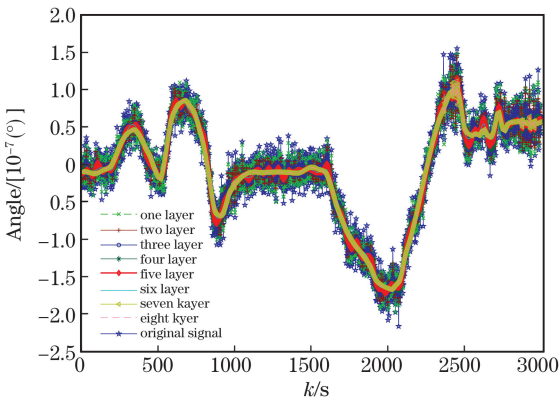


图 15 不同分解层数下的动态降噪效果

Fig. 15 Dynamic noise reduction effect under different decomposition layers

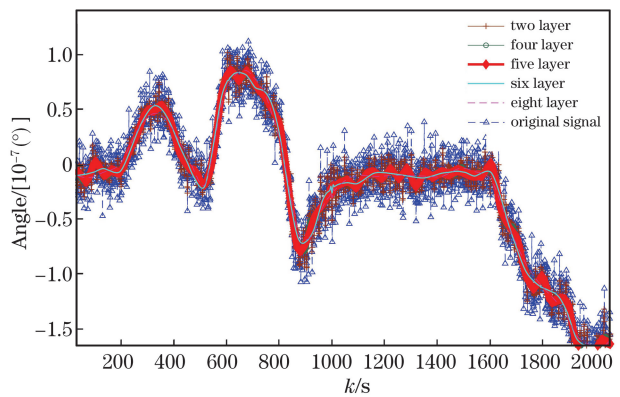


图 16 图 15 的细节放大图

Fig. 16 Detailed enlarged view of Fig. 15

4 结 论

提出 IAWF 方法以及设计更符合激光陀螺仪信号特征的自适应阈值函数;采用 SURE 无偏估计和牛顿最速下降搜索法来确定最优阈值;使用小波比例能量熵来确定最优的分解层数。使用大理石实验平台和实验车对激光陀螺仪的静态和动态实验数据进行采集,对实测数据进行降噪处理和分析比较,验证 IAWF 方法的有效性和实用性。利用动态实测数据来计算 IAWF 方法中最优分解层数的比例能量熵,使用动态实验实测数据的降噪效果来验证最优分解层数的正确性。IAWF 方法对于提高激光陀螺仪实际使用的精度有着重要的研究意义,为改进自适应小波降噪提供一种分解层数和最优阈值的参考计算方法。

参 考 文 献

- [1] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41 (3): 613-627.
- [2] Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage[J]. Journal of the American Statistical Association, 1995, 90 (432): 1200-1224.
- [3] Coifman R R, Donoho D L. Translation-invariant denoising[M]//Antoniadis A, Oppenheim G. Wavelets and statistics. Lecture notes in statistics. New York: Springer, 1995, 103: 125-150.
- [4] Zhang X P, Desai M D. Adaptive denoising based on SURE risk [J]. IEEE Signal Processing Letters, 1998, 5(10): 265-267.
- [5] Stein C M. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution [J]. Electronica the Annals of Statistics, 1981, 9(6): 1135-1151.
- [6] Pan Q, Dai G Z, Zhang H C, et al. A threshold selection method for hard-threshold filter algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 1998, 26(1): 3-5.
潘泉, 戴冠中, 张洪才, 等. 基于阈值决策的子域去噪方法[J]. 电子学报, 1998, 26(1): 3-5.
- [7] Qu T S, Dai Y S, Wang S X. Adaptive wavelet thresholding denoising method based on SURE estimation[J]. Acta Electronica Sinica, 2002, 30(2): 266-268.
曲天书, 戴逸松, 王树勋. 基于 SURE 无偏估计的自适应小波阈值去噪[J]. 电子学报, 2002, 30(2): 266-268.
- [8] Liu T, Li J, Wang M L, et al. Adaptive wavelet denoising method research for angular acceleration signal[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(6): 1149-1155, 1278.
刘彤, 李晶, 王美玲, 等. 角加速度信号自适应小波的去噪方法[J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(6): 1149-1155, 1278.
- [9] Jaynes E T. Information theory and statistical mechanics [J]. Physical Review, 1957, 106 (4): 620-630.
- [10] Ma H Q, Ma S P, Xu Y L, et al. Adaptive image denoising based on improved stacked sparse denoising auto-encoder [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (10): 1010001.
马红强, 马时平, 许悦雷, 等. 基于改进栈式稀疏去噪自编码器的自适应图像去噪[J]. 光学学报, 2018, 38(10): 1010001.
- [11] Zhou Q, Yang Z, Fan Z, et al. An application of the approach combining wavelet transform and energy entropy to remove electrocardiography interference in diaphragmatic electromyographic [J]. Journal of Biomedical Engineering, 2013, 30(1): 16-21.
周权, 杨智, 范正平, 等. 结合小波变换和能量熵在膈肌肌电中去除心电干扰的应用[J]. 生物医学工程学杂志, 2013, 30(1): 16-21.
- [12] Battiti R. First-and second-order methods for learning: between steepest descent and Newton's method [J]. Neural Computation, 1992, 4(2): 141-166.
- [13] Habib W, Sarwar T, Siddiqui A M, et al. Wavelet denoising of multiframe optical coherence tomography data using similarity measures [J]. Iet Image Processing, 2017, 11(1):64-79.
- [14] Liu X P, Li X P, Sun H F. X-ray pulsar signal denoising using lifting scheme wavelet[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0304002.
刘秀平, 李小平, 孙海峰. 提升小波的 X 射线脉冲星信号降噪[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0304002.
- [15] Dehda B, Melkemi K. Image denoising using new wavelet thresholding function[J]. Journal of Applied Mathematics and Computational Mechanics, 2017, 16(2): 55-65.
- [16] Tu C C, Juang C F. Recurrent type-2 fuzzy neural network using Haar wavelet energy and entropy features for speech detection in noisy environments [J]. Expert Systems with Applications, 2012, 39 (3): 2479-2488.
- [17] Zhou B, He C H, Liu Y X. Research on signal denoising algorithm of MEMS gyroscope based on wavelet analysis [J]. Instrumentation Technology,

- 2020(7): 4-8, 46.
- 周斌,何春华,刘玉县. 基于小波分析析的 MEMS 陀螺仪信号降噪算法研究[J]. 仪表技术, 2020(7): 4-8, 46.
- [18] Chen J, Wang K, Li Y M. Wavelet denoising method for grain flow signal based on Mallat algorithm[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2017, 33(3): 190-197.
- 陈进,王坤,李耀明. 基于 Mallat 算法的谷物流量信号小波去噪方法[J]. 农业工程学报, 2017, 33(3): 190-197.
- [19] Zhang Q, Wang W, Wang L, et al. Research on random errors of fiber optic gyro based on dynamic Allan variance and algorithm improvement[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(4): 0406003.
- 张谦,王玮,王蕾,等. 基于动态 Allan 方差的光纤陀螺随机误差分析及算法改进[J]. 光学学报, 2015, 35(4): 0406003.
- [20] Guo D, Shamaï S, Verdu S. Mutual information and minimum mean-square error in gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(4): 1261-1282.
- [21] LI Q, Bai Z D, Zhao S H, et al. Allan variance method was used to analyze the performance evaluation of ring laser gyroscope noise[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2005, 51(11): 887-894.
- 黎奇,白征东,赵思浩,等. Allan 方差方法分析环形激光陀螺仪噪声的性能评估[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2019, 59(11): 887-894.