

两阶段变尺度三维点云配准算法研究

卢升¹, 韩俊刚¹, 王连哲¹, 唐海鹏², 齐全³, 冯宁宇⁴, 汤少杰^{5*}

¹西安邮电大学计算机学院, 陕西 西安 710121;

²南密西西比大学计算机科学与工程学院, 美国 密西西比 39406;

³石河子大学信息科学与技术学院, 新疆 石河子 832000;

⁴宁夏医科大学总医院耳鼻喉头颈外科, 宁夏 银川 750004;

⁵西安邮电大学自动化学院, 陕西 西安 710121

摘要 针对现有点云配准算法不能很好地同时解决点云模型变尺度和配准精度等问题, 提出一种变尺度的两阶段点云模型配准算法。第一阶段加入动态的尺度因子, 粗略估计并调整目标点云模型的尺度; 然后将空间旋转变换三个角度进行格点划分, 以 30° 为格点间距, 这提高了算法的收敛速度并避免陷入局部最优, 为第二阶段配准提供良好的初始位置。在尺度迭代最近点(SICP)算法基础上对第二阶段进行优化, 以此对点云模型进行更加精准的匹配。对不同配准算法进行了综合对比实验, 结果表明, 在两个点云模型间存在较大刚体变换且尺度显著不同的情况下, 所提算法的配准误差数量级为 $10^{-30} \sim 10^{-4}$ 。

关键词 机器视觉; 点云配准; 配准精度; 变尺度

中图分类号 TP391.9

文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.201503

Research on Two-Stage Variable Scale Three-Dimensional Point Cloud Registration Algorithm

Lu Sheng¹, Han Jungang¹, Wang Lianzhe¹, Tang Haipeng²,
Qi Quan³, Feng Ningyu⁴, Tang Shaojie^{5*}

¹School of Computer Science & Technology, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

²School of Computing Sciences and Computer Engineering, University of Southern Mississippi, MS 39406, USA;

³College of Information Science and Technology, Shihezi University, Shihezi, Xinjiang 832000, China;

⁴Otolaryngological Wards, General Hospital of Ningxia Medical University, Yinchuan, Ningxia 750004, China;

⁵School of Automation, Xi'an University of Posts & Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China

Abstract Existing point cloud registration algorithms cannot solve problems of variable scale and registration accuracy of point cloud models simultaneously. Hence, this paper proposes a two-stage variable scale point cloud model registration algorithm. In the first stage of the algorithm, a dynamic scale factor is added to approximately estimate and adjust the scale of the target point cloud model. Spatial rotation transformation is then performed at three angles to divide the grid points, and the grid point spacing is set to 30° . This improves the convergence speed of the algorithm and prevents a local optimum, thus providing a good initial position for the second stage of registration. The second stage is optimized based on a scale iterative closest point (SICP) algorithm to match the point cloud model more precisely. A comprehensive comparison experiment is performed on different registration algorithms, and the experimental results show that in the case where there is a large rigid body transformation between two point cloud models and the scales are significantly different, the proposed algorithm has an order of

收稿日期: 2020-01-19; 修回日期: 2020-02-18; 录用日期: 2020-02-24

基金项目: 陕西省教育厅专项科研计划(15JK1673)、陕西省自然科学基金基础研究计划(2016JM8034)、宁夏回族自治区重点研发计划(2020ZDYF0150)、西安邮电大学创新创业项目(2018SC-03)

* E-mail: tangshaojie@xupt.edu.cn

magnitude of registration error of 10^{-30} – 10^{-4} .

Key words machine vision; point cloud registration; registration accuracy; scale variable

OCIS codes 150.6910; 150.1135; 110.3010; 110.6880

1 引言

在计算机视觉、模式识别及图像处理中,三维点云配准是一个非常重要的研究方向。点云配准就是一个通过建立两个点云之间的关联,求解其旋转、平移等最优空间变换,使其达到配准的过程。目前,点云配准受到了越来越多的关注,在医疗美容、文物修复、3D打印、工业品检测、目标检索等多个领域被广泛应用。

在点云配准算法中,应用最广泛的是 Besl 等^[1]在 1992 年提出的迭代最近点(ICP)算法,该算法可以获得非常精准的配准效果,但它对两个点集的初始位置有较苛刻的要求且会产生一定数量的错误点。因此国内外许多研究者对经典 ICP 算法进行改进,或提出更好的配准算法。Chen 等^[2]采用待配准点云的法线与目标点云的交点确定对应点,并通过计算点到对应点的最小切平面的距离来求解坐标变换,但该方法的速度提升依然不明显。Yang 等^[3-4]提出一种全局最优解 ICP 算法,该算法利用 ICP 获取最小配准误差来判断全局收敛性,采用全局优化与 ICP 结合的方式直接实现精细配准,在保证配准精度的同时加快了收敛速度,但容易陷入局部最小值。Bouaziz 等^[5]提出的稀疏 ICP 算法降低了离群点对配准结果的干扰,提高了配准精度。Mavridis 等^[6]通过结合模拟退火搜索算法和稀疏 ICP 算法,提升了配准算法的抗噪性。Du 等^[7]提出了一种基于期望最大化估计的概率 ICP 算法,提高了收敛速度和抗噪性。周文振等^[8]提出了一种聚类改进的 ICP 算法,该算法按照几何特征对点云数据进行聚类再分类配准,减少了错误点对。Han 等^[9]提出了一种增强 ICP 算法,该算法将分层搜索方案与八叉树 ICP 算法相结合,实现了对大型环境模型的快速精确配准。李仁忠等^[10]提出了一种内部形态描述子(ISS)特征点结合改进 ICP 的配准算法,该算法采用 ISS 特征检测算法完成特征点的正确配准,在此基础上,利用基于 k 维树近邻搜索法的改进 ICP 算法完成配准,有效提高了 ICP 的配准效率。张哲等^[11]提出一种基于法向量分布特征的关键点初始匹配与 ICP 精确配准的两步点云配准算法,有效提升了配准精度。Lamine 等^[12]提出了聚

类迭代最近点(CICP)算法,该算法对源点云中每个局部表面的点与目标点云中相应局部表面的点进行匹配,处理不同密度的点云时具有较好的性能,但不具有普适性。王畅等^[13]提出了基于全局结构特征的初始配准算法和基于局部结构特征的快速精确配准算法,配准精度和效率均有所提升,但点云数据缺失严重。刘鸣等^[14]提出一种基于独立成分分析的点云配准算法,该算法通过点云数据分解对得到的独立分量进行变换实现点云配准,有效提升了配准速度。这些算法在配准速度、精度与抗噪性等方面都有改进,但均没有考虑尺度各异的点集配准问题,无法解决具有不同尺度的点云配准问题。

为了解决不同尺度的点云配准问题,ZinBer 等^[15]提出一种点集配准的综合尺度估计算法,但该算法稳健性差,且仅能按比例重建场景的三维结构;Du 等^[16-17]提出一种尺度迭代最近点(SICP)算法,该算法结合传统 ICP 算法与尺度因子边界进行配准,通过待配准点云与目标点云之间的最小距离来确定尺度因子、平移矩阵及旋转矩阵,但该算法稳健性较差,且会陷入局部最优。这些算法虽然能够在一定程度上解决不同尺度的点云配准问题,但均没有考虑旋转、平移幅度较大引起的配准失败问题。

针对现有有点云配准算法不能很好地同时解决点云模型尺度、配准精度等问题,本文提出了一种变尺度的两阶段点云模型配准算法。所提算法进行了两方面的改进:在第一阶段粗配准方面,依据刚性变换中质心相对位置保持不变的特点,粗略估计并调整点云尺度,对空间旋转变换三个角度进行格点划分,以 30° 为格点间隔,遍历所有格点寻优;在第二阶段细配准方面,在 SICP 算法的基础上,依据平面点云的同向性和共面性,对初始变换参数进行进一步优化筛选。

2 两阶段变尺度三维点云配准算法

所提算法主要分为两个阶段,第一阶段配准能够有效调整待测目标的位置、姿态及尺度,为第二阶段配准提供一个理想的初始变换,避免陷入局部最优,提高算法的收敛速度,如图 1 所示,其中, C^k 为目标点云 X 的子集, ω 为误差值, ϵ 为已给定阈值, R^{k+1} 、 T^{k+1} 、 S^{k+1} 分别为下一个旋转矩阵、平移

矩阵、尺度因子。

在第一阶段,首先引入动态尺度因子 \mathbf{S} ,由于在刚性变换中,点云的质心相对位置保持不变,因此可以通过点云质心粗略估计尺度区间,设置区间格点间距,遍历所有格点寻优;接着对空间旋转分别变换三个角度,为了兼顾收敛性能与计算效率,选取 30° 为格点间隔;变换三个角度后遍历所有格点寻优,来调整点云位置。

第二阶段配准的目的是为了进一步提高点云配准精度,减小相对尺度误差。首先以平面点云的同向性和共面性为线性约束条件对初始变换参数进行筛选;接着通过待配准点云与目标点云之间的最小距离来确定中间点集,以求得尺度因子、旋转矩阵及平移矩阵;最后将前一次迭代结束后的误差与本次迭代结束后的误差组合成新的误差函数,若误差大于设定阈值,则继续迭代,直到满足终止条件。

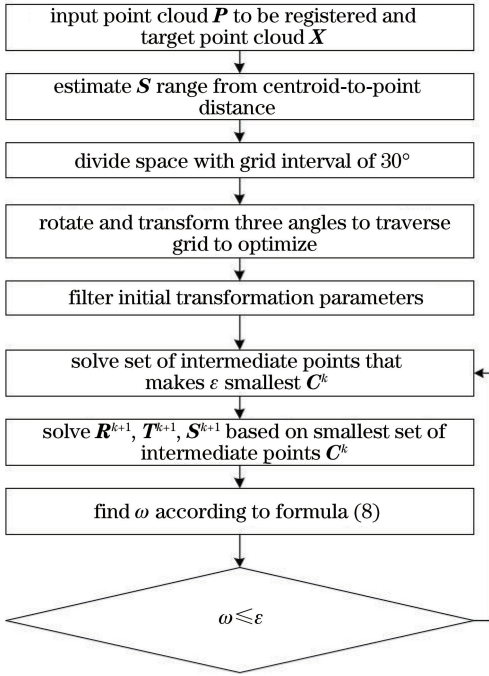


图1 所提算法流程图

Fig. 1 Flow chart of proposed algorithm

2.1 第一阶段粗配准

给定两个尺度各异的点云,其中点云 $\mathbf{P} = \{p_i\}$, $i = 1, 2, \dots, N_p$ 为待配准点云, $\mathbf{X} = \{x_j\}$, $j = 1, 2, \dots, N_x$ 为目标点云,其中 N_p 和 N_x 分别表示点云 \mathbf{P} 与 \mathbf{X} 中的点数。定义旋转矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{R}_a \times \mathbf{R}_b \times \mathbf{R}_c$, 其中 \mathbf{R}_a 、 \mathbf{R}_b 、 \mathbf{R}_c 分别为

$$\mathbf{R}_a = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_a & -\sin \alpha_a \\ 0 & \sin \alpha_a & \cos \alpha_a \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R}_b = \begin{bmatrix} \cos \alpha_b & 0 & \sin \alpha_b \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_b & 0 & \cos \alpha_b \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} \cos \alpha_c & -\sin \alpha_c & 0 \\ \sin \alpha_c & \cos \alpha_c & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (1)$$

式中: $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ 均为旋转角度。

1) 分别计算点集 \mathbf{P} 和 \mathbf{X} 的质心,并记作 μ_p 和 μ_x :

$$\mu_p = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} p_i, \mu_x = \frac{1}{N_x} \sum_{j=1}^{N_x} x_j \quad (2)$$

2) 计算点集 \mathbf{P} 和 \mathbf{X} 中点到质心的距离,取其均值,得

$$\begin{aligned} d(\mu_p, \mathbf{P}) &= \sum_{i=1}^{N_p} \|\mu_p - p_i\|^2, \\ d(\mu_x, \mathbf{X}) &= \sum_{j=1}^{N_x} \|\mu_x - x_j\|^2. \end{aligned} \quad (3)$$

3) 对尺度区间进行粗略估算,得

$$s = d(\mu_p, \mathbf{P}) / d(\mu_x, \mathbf{X}). \quad (4)$$

4) 以 30° 为格点间隔依次对 \mathbf{R}_a 、 \mathbf{R}_b 、 \mathbf{R}_c 进行格点划分。

5) 求得误差最小的点即为最优点,以此缩小格点范围以调整点云位置。

2.2 第二阶段细配准

同 ICP 算法一样,文献[16]所提 SICP 算法也是一种局部配准算法,在 SICP 算法的基础上对初始变换参数进行进一步优化筛选。点云 \mathbf{P} 与 \mathbf{X} 的协方差矩阵分别定义为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_p = \sum_{i=1}^{N_p} (p_i - \mu_p)(p_i - \mu_p)^T \\ \mathbf{M}_x = \sum_{j=1}^{N_x} (x_j - \mu_x)(x_j - \mu_x)^T \end{cases} \quad (5)$$

式中: \mathbf{M}_p 和 \mathbf{M}_x 的特征值分别为 $\lambda_3 > \lambda_2 > \lambda_1$ 和 $\mu_3 > \mu_2 > \mu_1$, 对应的特征向量分别 m_3, m_2, m_1 和 q_3, q_2, q_1 且彼此两两相互正交。文献[16]选取 $[q_3, q_2, q_1][m_3, m_2, m_1]^{-1}$ 为初始旋转参数 \mathbf{R} 。在物理意义上,一个高维空间的线性变换是在各个方向上对一个向量进行不同程度的变换,而特征向量之间是线性无关的,它们对应于最主要的变换方向,同时特征值表达了相应的变换程度。因此点集的变化可以通过特征值和特征向量来表征,信息量保存能力最大的基向量一定是协方差矩阵的特征向量,并且这个特征向量保存的信息量就是它对应的特征值。

以点集 \mathbf{P} 为例,通过叉乘较大特征值 λ_3, λ_2 对

应的特征向量 m_3, m_2 , 生成第三个垂直于 m_3, m_2 向量构成的拟合平面的法向量 z_1 , 即 z_1 与 m_3, m_2 正交, 该法向量能够保存较多的特征信息。并依据文献[18-19]中提出的方法, 以平面点云的同向性和共面性为约束条件对 z_1 进行调整, 点集 X 按照同样方式得到 z_2 , 最后取初始旋转矩阵为 $R = [q_3, q_2, z_2][m_3, m_2, z_1]^{-1}$, 初始平移矩阵最接近 $\mu_p - \mu_x$, 初始尺度因子 $|S| = \sum_{i=1}^3 \sqrt{\mu_i / \lambda_i} / 3$ 。

具体步骤如下。

1) 根据上述方法选初始变换矩阵 (R, T) 和尺度因子 S , 给定阈值 $\epsilon > 0$ 。

2) 求出点云 X 的子集 C^k, C^k 与点云 P 的规模相同并且可以使得目标函数 $\epsilon^k(C)$ 最小。

$$\epsilon^k(C) = \sum_{i=1}^{N_p} \|S^k \cdot R^k p_i + T^k - c_i\|^2, \quad (6)$$

式中: $c_i \in X, C^k = \{c_i^k\}_{i=1}^{N_p}$ 。

3) 在解算出 C^k 的情况下, 根据 C^k , 求解使得 e^k 最小的 S^{k+1}, T^{k+1} 与 R^{k+1} 。

$$e^k = \sum_{i=1}^{N_p} \|S \cdot R p_i + T - c_i^k\|^2. \quad (7)$$

4) 求解误差值 ω

$$\omega = 1 - [e^{k+1}(R^{k+1}, T^{k+1}, S^{k+1}) / e^k(R^k, T^k, S^k)]. \quad (8)$$

5) 若 ω 小于或等于阈值 ϵ , 则停止迭代计算, 输出最终结果 $(R, T, S) = (R^{k+1}, T^{k+1}, S^{k+1})$ 。否则令

$k = k + 1$, 返回步骤 1)。

3 实验仿真

3.1 斯坦福 Bunny 点云配准实验

为了充分证明两阶段点云配准算法对点云模型配准尺度和精度的有效性, 使实验更具有普遍性, 采用 Stanford 大学提供的 Bunny 三维点云数据。该仿真实验是在 Matlab2018a 版本、英特尔四核处理器 i5-8300H 和 GTX1050 环境下完成的。为了验证所提算法在解决点云模型尺度、配准精度方面的效果, 对 Bunny 数据进行下采样, 得到一个固定点数的点云并将其作为待配准点云 Bunny_1(3188), 如图 2、3 中蓝色点云所示, 之后对待配准点云 Bunny_1(3188) 进行大角度旋转并放大 2 倍作为目标点云 Bunny_2(3188), 如图 2、3 中红色点云所示, 括号内的数字为对应点云数据中的点数。待配准点云 Bunny_1(3188) 和旋转 180° 后得到的目标点云 Bunny_2(3188) 的初始状态如图 2(a) 所示。然后用 ICP 算法、SICP 算法、第一阶段配准+ICP、所提算法进行配准。同时为了验证所提算法对点云模型不处于格点上时配准的有效性, 如图 3(a) 所示, Bunny_1(3188) 为待配准点云, 目标点云 Bunny_2(3188) 旋转 135° 后进行对比。

ICP 算法通过寻找两点云间最近的对应点, 计算最优刚体变换参数, 在配准过程中, 该算法对点云数据的初始值要求相当高, 收敛性过度依赖于初始

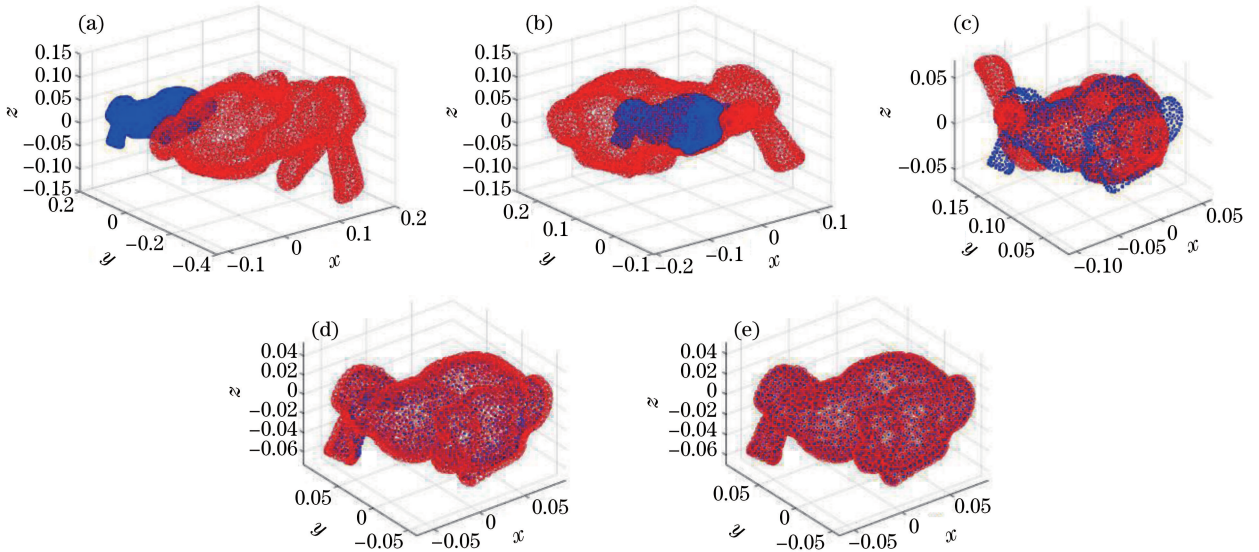


图 2 几何参数处于格点上的配准结果。(a) 原始点云; (b) ICP 算法; (c) SICP 算法; (d) 第一阶段配准+ICP 算法; (e) 所提算法

Fig. 2 Registration result when geometric parameter is at the lattice point. (a) Original point cloud; (b) ICP algorithm; (c) SICP algorithm; (d) first stage registration+ICP algorithm; (e) proposed algorithm

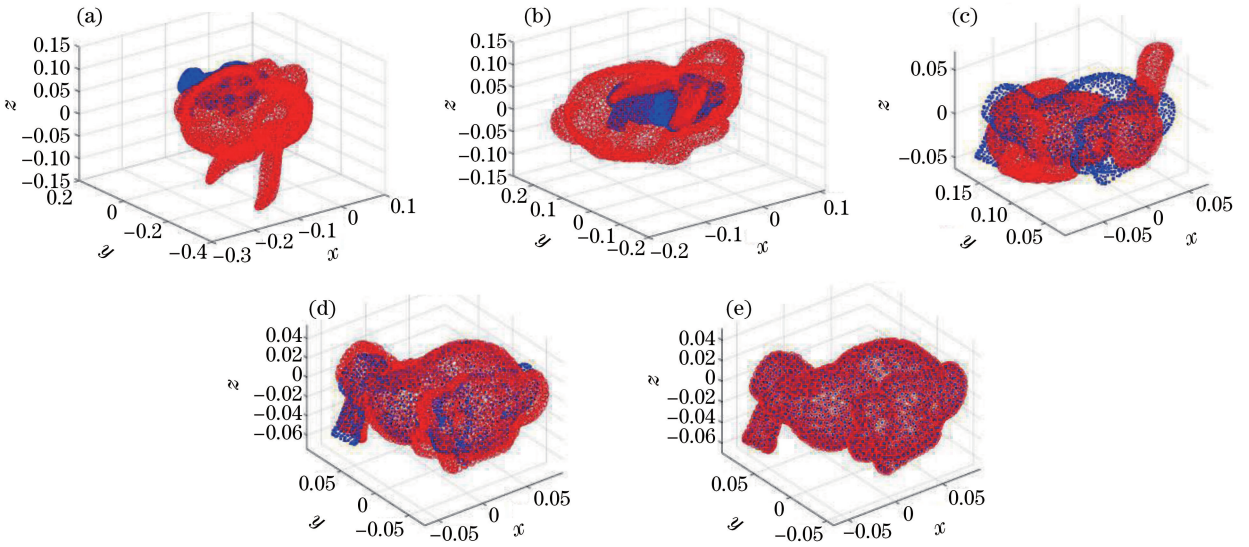


图3 几何参数不处于格点上的配准结果。(a)原始点云;(b)ICP算法;(c)SICP算法;
(d)第一阶段配准+ICP算法;(e)所提算法

Fig. 3 Registration result when geometric parameter is not at the lattice point. (a) Original point cloud;
(b) ICP algorithm; (c) SICP algorithm; (d) first stage registration+ICP algorithm; (e) proposed algorithm

值。由图 2(b)可知,ICP 算法虽然在点云数据初值合理情况下的配准有一定效果,但没有考虑到配准点云的尺度因素,导致尺度不同的两个点云模型间无法配准,最终陷入局部最优。由图 2(c)可知,SICP 算法能很好解决点云模型的尺度问题,但是想要取得全局最小的收敛性,在很大程度上依赖于初始配准,并且在点云点数不一致或旋转平移变换程度较大的情况下无法进行配准。从图 2(b)和图 2(d)可知,在尺度各异且刚体变换程度较大的情况下,第一阶段配准+ICP 算法能够有效地调整待配准点云尺度大小、旋转姿态,而 ICP 算法没有考虑到配准点云的尺度因素,不能解决第一阶段配准

后存在的尺度误差问题,无法满足配准要求。从图 2(e)可知,在点云尺度各异且旋转平移变换程度较大的情况下,所提算法能够有效配准且配准误差的数量级为 10^{-30} 。

图 3 为几何参数不处于格点上的配准结果。对比图 2,3 可知,所提算法考虑了配准点云的尺度因素,无论几何参数是否处于格点,都能够实现精确配准。

表 1 分析了 4 种算法对 Bunny 三维点云进行配准的误差结果,可知,在待配准点云和目标点云尺度各异且旋转平移变换幅度较大的情况下,所提算法的配准精度最高、尺度误差最小,且当点云模型的几何参数不处于格点上时也有很好的处理能力。

表 1 Bunny 点云数据的配准误差和相对尺度误差

Table 1 Registration error and relative scale error of Bunny point cloud data

Algorithm	Position of geometric parameter	Registration error /mm	Relative scale error /%
ICP algorithm ^[1]	On lattice	0.00392	
	Not on lattice	0.00403	
SICP algorithm ^[16]	On lattice	1.43612	0.1
	Not on lattice	1.89557	0.1
First stage registration+ICP algorithm	On lattice	8.4361×10^{-6}	8.1
	Not on lattice	4.5778×10^{-5}	8.7
Proposed algorithm	On lattice	5.3226×10^{-30}	0
	Not on lattice	9.5239×10^{-11}	0

3.2 蝴蝶点云配准实验

为了验证所提算法的普适性,采用 AXE-B11 三维激光扫描仪对蝴蝶模型进行数据采集,数据采

集过程如图 4(a)所示,接着对扫描数据进行相应处理,提取到的蝴蝶点云数据如图 4(b)所示,并将其作为待配准点云 Butterfly_1(10003)。

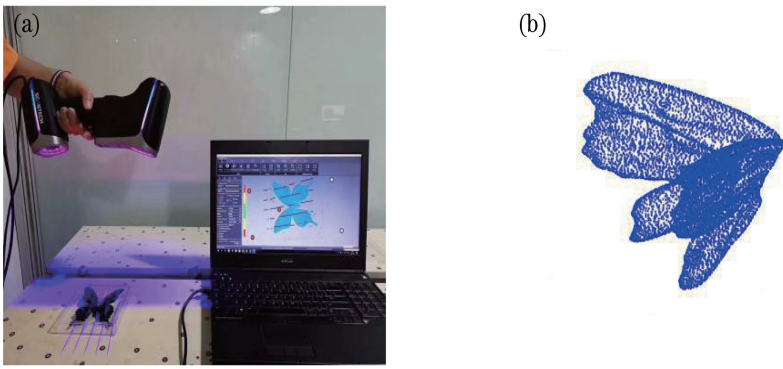


图 4 蝴蝶模型数据采集。(a)蝴蝶模型实物;(b)蝴蝶点云数据

Fig. 4 Butterfly model data collection. (a) Butterfly model in kind; (b) butterfly point cloud data

对待配准点云 Butterfly_1(10003)进行大角度旋转、平移并放大 2 倍,并将其作为目标点云 Butterfly_2(10003),如图 5、6 中红色点云所示,括号内数字为对应点云数据中的点数。其中待配准点云 Butterfly_1(10003)和旋转180°后得到的目标点

云 Butterfly_2(10003)的初始状态如图 5(a)所示。对待配准点云 Butterfly_1(10003)和旋转 135°后得到的目标点云 Butterfly_2(10003)的初始状态如图 6(a)所示。然后用 ICP 算法、SICP 算法、第一阶段配准+ICP 算法、所提算法进行配准。

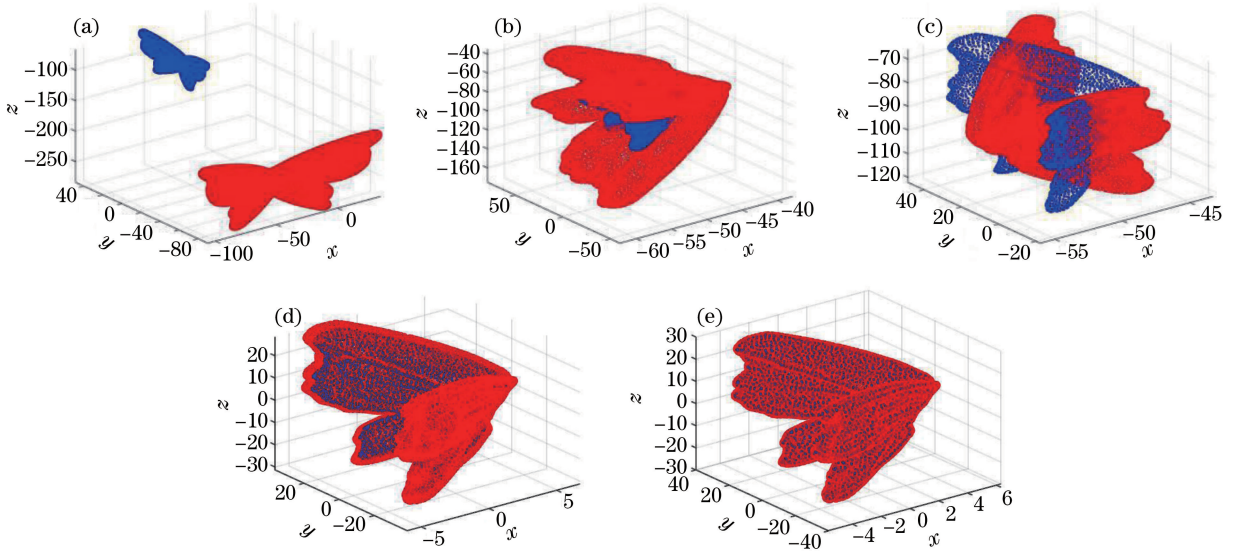


图 5 几何参数处于格点上时的配准结果。(a)原始点云;(b) ICP 算法;(c) SICP 算法;(d)第一阶段配准+ICP 算法;(e)所提算法

Fig. 5 Registration result when geometric parameter is at the lattice point. (a) Original point cloud;

(b) ICP algorithm; (c) SICP algorithm; (d) first stage registration+ICP algorithm; (e) proposed algorithm

图 5(a)表示几何参数处于格点上时的待配准点云和目标点云。图 5(b)为 ICP 算法的配准结果,显然 ICP 算法对数据规模不一致且尺度大小不一的两片点云无法进行有效配准。图 5(c)表明对于实物点云,SICP 算法在旋转平移变换程度较大的情况下依然无法精确配准。由图 5(d)可知,第一阶段配准+ICP 算法可大幅提高配准精度,减小点云尺度误差。图 5(e)表明,所提算法能够同时解决点云模型尺度、配准精度等问题,能够对两

片旋转平移变换程度较大且尺度大小不一的点云进行精确配准。图 6 为几何参数不处于格点上时的配准结果,结果表明,所提算法对此也有很好的处理能力。

表 2 为运用 4 种算法对实物点云数据进行配准的结果,可知,在尺度各异且旋转平移变换幅度较大的点云数据下,所提算法性能最优,且当点云模型几何参数不处于格点上时也能做到精确配准,配准误差数量级可达 10^{-4} 。

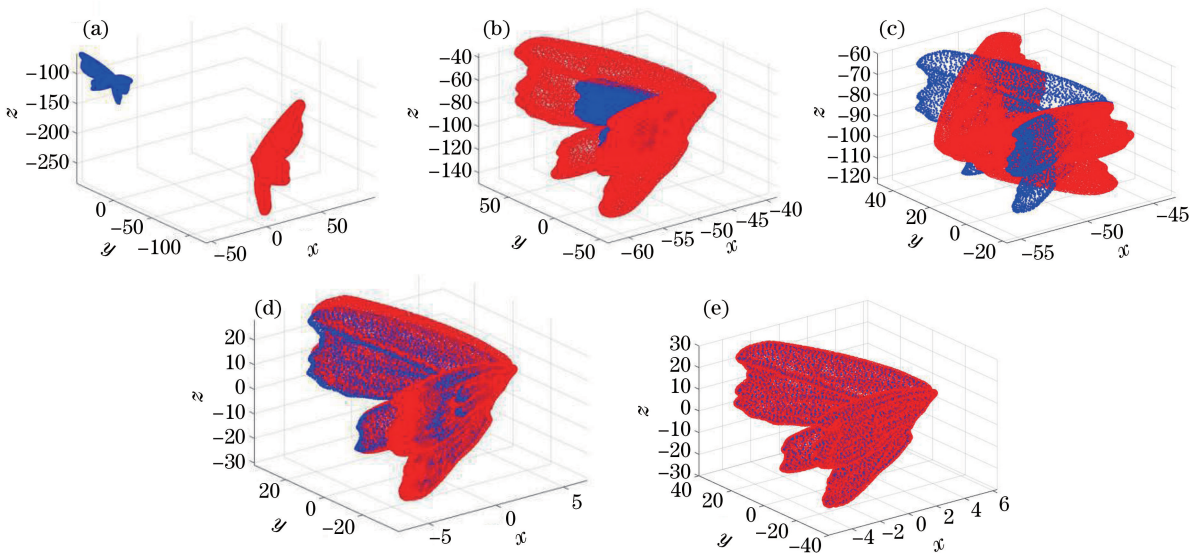


图 6 几何参数不处于格点上时的配准结果。(a)原始点云;(b)ICP算法;(c)SICP算法;
(d)第一阶段配准+ICP算法;(e)所提算法

Fig. 6 Registration result when geometric parameter is not at the lattice point. (a) Original point cloud;
(b) ICP algorithm; (c) SICP algorithm; (d) first stage registration+ICP algorithm; (e) proposed algorithm

表 2 蝴蝶点云的配准误差和相对尺度误差

Table 2 Registration error and relative scale error of butterfly point cloud

Algorithm	Position of geometric parameter	Registration error /mm	Relative scale error /%
ICP algorithm ^[1]	On lattice	308.2834	
	Not on lattice	453.6902	
SICP algorithm ^[16]	On lattice	4.8101×10^5	0.1
	Not on lattice	4.8316×10^5	0.1
First stage registration+ICP algorithm	On lattice	1.3248	9.3
	Not on lattice	2.9844	9.6
Proposed algorithm	On lattice	2.7156×10^{-5}	0
	Not on lattice	3.1674×10^{-4}	0

4 结 论

提出了一种两阶段变尺度的点云配准算法,该算法能完成对存在尺度差异、旋转平移变换幅度较大的两组点云的自动配准。第一阶段,粗略估计并调整点云模型的尺度;通过旋转变换三个角度,以 30° 为格点间隔,遍历所有格点寻优,来调整点云模型的方位角。第二阶段在SICP算法基础上,根据平面点云特性设置约束,以对初始变换参数进行进一步优化筛选,从而实现点云配准。所提算法在相对尺度误差上优于SICP算法,对旋转平移变换幅度较大的点云具有较高的配准精度与较小的尺度误差,即使点云模型的几何参数不处于格点上时也有很好的处理能力,因此具有非常好的实用价值。

参 考 文 献

- [1] Besl P J, McKay N D. Method for registration of 3-D shapes[J]. Proceedings of SPIE, 1992, 1611: 586-606.
- [2] Chen Y, Medioni G. Object modelling by registration of multiple range images [J]. Image and Vision Computing, 1992, 10(3): 145-155.
- [3] Yang J L, Li H D, Jia Y D. Go-ICP: solving 3D registration efficiently and globally optimally [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision, December 1-8, 2013, Sydney, NSW, Australia. New York: IEEE, 2013: 1457-1464.
- [4] Yang J L, Li H D, Campbell D, et al. Go-ICP: a globally optimal solution to 3D ICP point-set registration [J]. IEEE Transactions on Pattern

- Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38(11): 2241-2254.
- [5] Bouaziz S, Tagliasacchi A, Pauly M. Sparse iterative closest point [C] // Proceedings of the Eleventh Eurographics/ACMSIGGRAPH Symposium on Geometry Processing, July 3-5, 2013, Genova, Italy. Oxford: Blackwell Publishing, 2013, 32(5): 113-123.
- [6] Mavridis P, Andreadis A, Papaioannou G. Efficient sparse ICP [J]. Computer Aided Geometric Design, 2015, 35: 16-26.
- [7] Du S Y, Liu J, Zhang C J, et al. Probability iterative closest point algorithm for m-D point set registration with noise [J]. Neurocomputing, 2015, 157(157): 187-198.
- [8] Zhou W Z, Chen G L, Du S S, et al. An improved iterative closest point algorithm using clustering [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(5): 051202.
周文振, 陈国良, 杜珊珊, 等. 一种聚类改进的迭代最近点配准算法 [J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(5): 051202.
- [9] Han J D, Yin P, He Y Q, et al. Enhanced ICP for the registration of large-scale 3D environment models: an experimental study [J]. Sensors, 2016, 16(2): 228.
- [10] Li R Z, Yang M, Tian Y, et al. Point cloud registration algorithm based on the ISS feature points combined with improved ICP algorithm [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(11): 111503.
李仁忠, 杨曼, 田瑜, 等. 基于 ISS 特征点结合改进 ICP 的点云配准算法 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(11): 111503.
- [11] Zhang Z, Xu H L, Yin H. A fast point cloud registration algorithm based on key point selection [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(12): 121002.
张哲, 许宏丽, 尹辉. 一种基于关键点选择的快速点云配准算法 [J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(12): 121002.
- [12] Lamine T M, Gokhool T, Checchin P, et al. CICP: cluster iterative closest point for sparse-dense point cloud registration [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2018, 108: 66-86.
- [13] Wang C, Shu Q, Yang Y X, et al. Quick registration algorithm of point clouds using structure feature [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0911005.
王畅, 舒勤, 杨赟秀, 等. 利用结构特征的点云快速配准算法 [J]. 光学学报, 2018, 38(9): 0911005.
- [14] Liu M, Shu Q, Yang Y X, et al. Three-dimensional point cloud registration based on independent component analysis [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(1): 011203.
刘鸣, 舒勤, 杨赟秀, 等. 基于独立成分分析的三维点云配准算法 [J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(1): 011203.
- [15] Zinßer T, Schmidt J, Niemann H. Point set registration with integrated scale estimation [C] // Eighth International Conference on Pattern Recognition and Image Processing, May 18-20, Minsk, Belarus. [S.l.: s.n.], 2005: 116-119.
- [16] Du S Y, Zheng N N, Xiong L, et al. Scaling iterative closest point algorithm for registration of m-D point sets [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2010, 21(5): 442-452.
- [17] Ying S H, Peng J G, Du S Y, et al. A scale stretch method based on ICP for 3D data registration [J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2009, 6(3): 559-565.
- [18] Zhang Q, Li C K, Li J X, et al. Planar point cloud segmentation based on the weighted average of adjusted normal vector [J]. Geography and Geo-Information Science, 2015, 31(1): 45-48.
张强, 李朝奎, 李俊晓, 等. 一种改进的基于法矢方向调整的平面点云分割方法 [J]. 地理与地理信息科学, 2015, 31(1): 45-48.
- [19] Fang J, Li C K, Zhang X C, et al. The segmentation of regular laser point cloud based on geometry feature [J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2016(8): 47-52.
方军, 李朝奎, 张新长, 等. 顾及几何特征的规则激光点云分割方法 [J]. 测绘通报, 2016(8): 47-52.