

# 基于主成分分析的散斑设计方法

周栋<sup>1</sup>, 曹杰<sup>1\*</sup>, 姜雅慧<sup>1</sup>, 冯永超<sup>2</sup>, 郝群<sup>1</sup>

<sup>1</sup>北京理工大学光电学院机器人与系统教育部重点实验室, 北京 100081;

<sup>2</sup>中电科仪器仪表有限公司, 山东 青岛 266555

**摘要** 基于压缩感知的计算关联成像中,散斑设计是高质量图像重构的关键。针对传统散斑生成方法存在冗余高、关联成像质量低的问题,提出了一种基于主成分分析的散斑设计方法。该方法通过线性映射将高维空间中的数据投影到低维空间中,使低维空间上的投影方差最大化。结合图像先验知识,通过样本训练方法得到一组测量矩阵,在低采样率下可提高成像质量。实验结果表明,与传统方法相比,在采样率相同且低于 0.5 时,本方法可将图像的峰值信噪比提升 5 dB,结构相似度提升 0.2,为低采样率下获取高质量图像的同类场景提供了新思路。

**关键词** 计算关联成像; 散斑; 主成分分析法; 低采样率

中图分类号 O436 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.201104

## Speckle Design Method Based on Principal Component Analysis

Zhou Dong<sup>1</sup>, Cao Jie<sup>1\*</sup>, Jiang Yahui<sup>1</sup>, Feng Yongchao<sup>2</sup>, Hao Qun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Robotics and Systems, Ministry of Education, School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

<sup>2</sup>China Electronics Technology Instruments Co., Ltd, Qingdao, Shandong 266555, China

**Abstract** Speckle design is the key to high quality image reconstruction in compressive sensing based computational correlation imaging. Aiming at the problems of high redundancy and low quality of correlation imaging in traditional speckle pattern generation methods, we propose a speckle design method based on principal component analysis (PCA). In this method, the data in the high-dimensional space are projected into the low-dimensional space. Combined with image prior knowledge, a set of measurement matrixes are obtained by sample training method, which can improve the image quality at low sampling rate. The experimental results show that, compared with traditional methods, when the sampling rate is the same and lower than 0.5, this method can increase the peak signal-to-noise ratio of the image by 5 dB, and the structural similarity can be increased by 0.2. It provides a new idea for similar scenes that obtain high-quality images at low sampling ratio.

**Key words** computational correlation imaging; speckle; principal component analysis method; low sampling ratio

**OCIS codes** 110.1758; 110.3010; 110.2970

## 1 引言

关联成像是在量子水平上发展的新兴光学成像和量子信息并行处理技术<sup>[1]</sup>。传统光学成像技术通过记录辐射场的光强分布获取目标的图像信息,无论是二维被动成像还是三维主动成像,成像光路均会直接与目标接触。而关联成像的特点是非定域性<sup>[2]</sup>,即可以在不与物体接触的光路中获得物体的

像。经典关联成像通过旋转毛玻璃产生随机涨落光场,经过分束镜后一部分光被高分辨图像传感器采样,即参考臂;另外一部分光照射目标,由目标反射或散射的光被筒探测器接收,即探测臂。相比经典的关联成像,计算关联成像结构更简单,通过数字微镜器件(DMD)产生随机光场,代替参考臂的功能。由关联成像原理可知,关联成像的核心在于参考臂的随机光场与筒探测器获取的光强关联成像,不需

收稿日期: 2020-01-17; 修回日期: 2020-02-26; 录用日期: 2020-03-06

基金项目: 国家自然科学基金(61871031, 61875012)

\* E-mail: ajieanyyn@163.com

要成像透镜<sup>[3]</sup>就能对目标形貌进行重构,从而突破传统光学分辨率的极限<sup>[4]</sup>,对 km 级距离实现 mm 量级的分辨率<sup>[5]</sup>。且只需存在光场涨落,如日光即可对目标进行成像<sup>[6]</sup>,从而简化系统结构。由于计算关联成像实现方便且 DMD 工艺较为成熟,使关联成像可应用于遥感<sup>[7]</sup>、医疗<sup>[8]</sup>、工业等民用与军用领域<sup>[9]</sup>。

关联成像的随机散斑方法直接影响了成像的质量与效率<sup>[10]</sup>,在信号获取过程中,受香农定理的约束。为保证恢复信号不失真,必须保证信号的采样频率不低于信号带宽的两倍,导致采集的数据量较大、数据传输成本较高。压缩感知关联成像以 DMD 或液晶空间光调制器(SLM)为散斑生成核心器件,散斑的设计是影响成像效率和重构图像质量的重要因素。Romberg 等<sup>[11-12]</sup>构造了常用的随机性测量矩阵,主要有高斯随机测量矩阵、伯努利测量矩阵、Hadamard 矩阵等。这些矩阵已经被证明满足有限等距性质(RIP)<sup>[12]</sup>,能用相对较少的测量值获得同等质量的重构图像,其中,Hadamard 矩阵的重构效果较好<sup>[13]</sup>,但存在采样次数和重构图像质量无法兼顾的问题。为了从散斑设计方面改善关联成像,李明飞等<sup>[14]</sup>构建了基于 Walsh-Hadamard 变换的压缩感知模型,解决了关联成像时间长、信噪比低等问题,成像速度为 0.5 frame/s。Wang 等<sup>[15]</sup>利用 Hadamard 矩阵变换的正交对称性,提出了快速 Walsh-Hadamard 关联成像方法,利用快速逆变换算法,实现了高质量目标场景的快速重构。但在提升成像效率的同时,重构图像的质量还需进一步提升。

本文提出一种基于主成分分析(PCA)的散斑设计方法,结合图像的先验知识对散斑进行优化。其核心是通过线性映射将高维空间中的数据投影到低维空间中,使低维空间上的投影方差最大化。结合图像先验知识,通过样本训练方法得到一组测量矩阵,从而在低采样率下有效提高重构图像的质量。

## 2 基于 PCA 的散斑设计方法

散斑设计分为两部分:第一部分是样本集训练,采用 PCA 法训练样本集,得到初始投影散斑;第二部分是训练后的投影散斑进行处理,得到 DMD 投影的成像目标散斑。

### 2.1 样本集训练

PCA 法来源于通信理论中的 K-L(Karhunen-Loeve)变化,核心是通过线性映射将高维空间中的

数据投影到低维空间中,且低维空间中的数据尽可能的包含高维数据的信息,使低维空间上的投影方差最大化。在投射散斑生成阶段,利用图像数据集训练出一组合适的测量矩阵。如果成像目标已知,可收集类似目标图像组成训练样本,逐渐完善样本种类,使 PCA 法覆盖的成像目标更全面,具体实现步骤如下。

#### 1) 构建原始数据集

设有  $m$  个对象, $n$  个变量,则原始数据集可以用  $m \times n$  阶的矩阵  $\mathbf{X}$  表示为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}。 \quad (1)$$

#### 2) 原始数据集的标准化

原始数据集由多个对象组成,变量的计算单位一般不相同。为了使数据表示统一化且具有可比性,需要对原始数据集进行标准化处理,可表示为

$$x_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_j) / S_j, \quad (2)$$

式中,  $\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk}$  为数据集的均值, $S_j =$

$\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (x_{jk} - \bar{x}_j)^2}$  为数据集的方差, $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ 。标准化的变量可表示为

$$\mathbf{X}^* = (\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_2^*, \dots, \mathbf{x}_n^*)^T, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{x}_n^*$  为标准化后的第  $n$  列数据集。

#### 3) 计算样本 $\mathbf{X}^*$ 的协方差矩阵

两个列向量的协方差可表示为

$$\text{cov}(\mathbf{x}_p^*, \mathbf{x}_q^*) = E[(\mathbf{x}_p^* - E(\mathbf{x}_p^*))(\mathbf{x}_q^* - E(\mathbf{x}_q^*))], \quad (4)$$

式中, $\mathbf{x}_p^*, \mathbf{x}_q^*$  分别为  $\mathbf{X}^*$  中的第  $p$  列和第  $q$  列, $p = 1, 2, \dots, n, q = 1, 2, \dots, n, E(\cdot)$  为数学期望。

样本  $\mathbf{X}^*$  的协方差矩阵  $\mathbf{\Sigma}$  可表示为

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \text{cov}(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_1^*) & \text{cov}(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_2^*) & \cdots & \text{cov}(\mathbf{x}_1^*, \mathbf{x}_n^*) \\ \text{cov}(\mathbf{x}_2^*, \mathbf{x}_1^*) & \text{cov}(\mathbf{x}_2^*, \mathbf{x}_2^*) & \cdots & \text{cov}(\mathbf{x}_2^*, \mathbf{x}_n^*) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(\mathbf{x}_n^*, \mathbf{x}_1^*) & \text{cov}(\mathbf{x}_n^*, \mathbf{x}_2^*) & \cdots & \text{cov}(\mathbf{x}_n^*, \mathbf{x}_n^*) \end{bmatrix}。 \quad (5)$$

#### 4) 计算 $\mathbf{\Sigma}$ 的特征值和特征向量

由矩阵相关理论可知,对称正定矩阵  $\mathbf{\Sigma}$  与对称矩阵  $\mathbf{A}$  正交且相似,即

$$\mathbf{Q}^T \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{Q} = \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda_n \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中,  $\lambda_i$  为  $\boldsymbol{\Sigma}$  的特征值,  $\mathbf{Q}$  为由  $\boldsymbol{\Sigma}$  对应特征向量组成的正交矩阵。将特征值按从大到小的顺序排列, 使  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ 。按重新排序后特征值的次序, 调整特征向量, 得到降维矩阵  $\mathbf{U} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ 。

5) 确定满足条件的主成分数量

每个主成分对原始数据的描述程度可表示为

$$f_c = \frac{\lambda_c}{\sum_{j=1}^n \lambda_j}, \quad (7)$$

式中,  $\lambda_c$  为第  $c$  个特征值,  $c = 1, 2, \dots, n$ , 实际使用中可设置一个阈值  $\alpha$ , 主成分的最小个数  $k$  满足

$$\sum_{c=1}^k f_c \geq \alpha. \quad (8)$$

6) 计算主成分

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^T \mathbf{X}^*, \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{P}$  为  $\mathbf{U}$  的前  $k$  列组成, 即前  $k$  个特征值对应的特征向量,  $\mathbf{C}$  的每一列即为一个主成分。

假设成像目标的尺寸为  $N \times N$ , 则训练样本中图像的维度也为  $N \times N$ , 样本变量个数为  $N^2$ , 对象个数为样本中的图像数量。根据上述步骤, 首先将收集的二维图像转化为一维行向量, 按行依次排列组成样本矩阵  $\mathbf{X}$ 。然后对样本集进行归一化, 根据(2)式~(6)式得到协方差矩阵的特征值、特征向量和降维矩阵  $\mathbf{U}$ 。根据(7)式和(8)式得到主成分个数。最后利用(9)式得到主成分矩阵  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{C}$  的每一列为  $1 \times N^2$  的向量, 即一个主成分。将每个主成分向量转换成大小为  $N \times N$  的二维矩阵, 得到投影散斑  $\mathbf{P}_a (a = 1, 2, \dots, k)$ 。

2.2 处理投影散斑

1) 处理散斑矩阵  $\mathbf{P}_a$

训练得到的散斑矩阵  $\mathbf{P}_a$  中有负值, 而实际光学系统中照明图案只能出现正值, 因此需要将矩阵  $\mathbf{P}_a$  中的正数与负数分别提取出来组成新矩阵  $\mathbf{P}_a^+$  和  $\mathbf{P}_a^-$ , 通过作差的方式组成原始矩阵  $\mathbf{P}_a$ 。在关联成像模型中, 分别投影图案  $\mathbf{P}_a^+$  和  $\mathbf{P}_a^-$ , 探测得到光强信号为  $\mathbf{S}_a^+$  和  $\mathbf{S}_a^-$ , 则投影原始散斑  $\mathbf{P}_a$  探测的总光强信号  $\mathbf{S}_a = \mathbf{S}_a^+ - \mathbf{S}_a^-$ , 由此构成差分投影结构。实际探测中可在一定程度上消除背景噪声及探测器固有直流分量的干扰。处理后得到一组灰度图像, 对于一些光电调制器, 如 DMD 无法直接对灰度散斑进行投影, 不具有通用性,

因此, 需要进一步处理灰度图像  $\mathbf{P}_a^+$  和  $\mathbf{P}_a^-$ 。

2) 图像拆分

根据图像处理相关理论可知, 多幅二值图像经不同的积分时间(显示时间)累加后可获得灰度图像, 可表示为

$$P_a^+(x, y) = 2^0 \times B_{a,1}^+(x, y) + 2^1 \times B_{a,2}^+(x, y) + \dots + 2^{(R-1)} \times B_{a,R}^+(x, y), \quad (10)$$

式中,  $2^{R-1}$  为计算权重,  $R = 8$ ,  $B_{a,b}^+(x, y)$  为二值位面图,  $(x, y)$  为二值位面图的纵横坐标,  $a = 1, 2, \dots, k$  为散斑的序列,  $b = 1, 2, \dots, 8$  为拆分的灰度图像序列。如图 1 所示的灰度图像可以拆分为 8 张二值图像, 为了更形象地描述拆分过程, 将一张灰度散斑图拆分为二值图像, 如图 2 所示。可以发现, 原始图像的轮廓信息体现在高位平面中, 具体细节信息则体现在低位平面中。

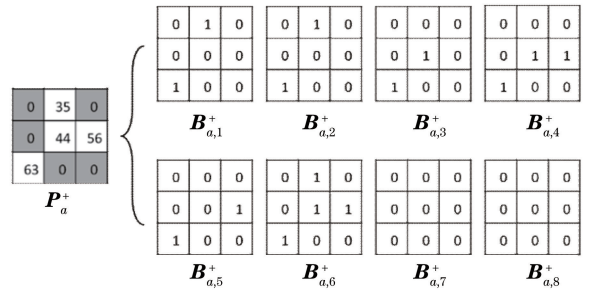


图 1 灰度图像的分解

Fig. 1 Decomposition of gray image

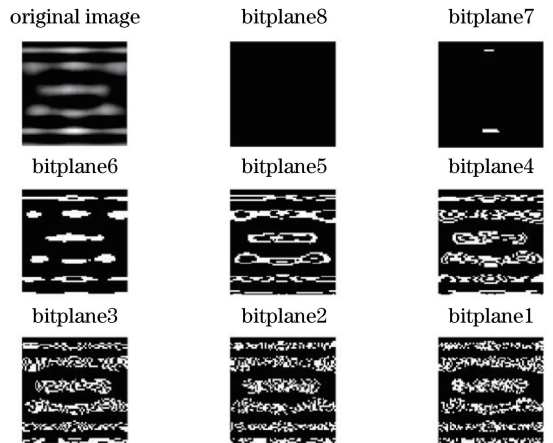


图 2 灰度图像拆分的二值图像

Fig. 2 Binary image split by grayscale image

将训练的图像进行处理, 得到 16 张二值图像, 如果利用全部二值图像进行采样, 需要测量 16 次才能得到一个探测值, 大大增加了采样时间。考虑到可能会出现高位平面为 0 的无效测量情况, 如图 1 中  $B_{a,7}^+$  和  $B_{a,8}^+$ , 可以利用少量包含有用信息的位平面近似代替原始灰度图像。若想利用  $R$  个位平面



探测成像,需要先将每次探测值与对应权重  $2^{R-1}$  相乘,再分别叠加  $B_{a,b}^+$  和  $B_{a,b}^-$  的探测值,最后作差。为了减少探测次数,仅选择位平面 1 作为最终的投影散斑,只需要进行 2 次探测,再将 2 次探测值作差就可得到最终测量值。

### 3 实验结果与分析

通过实验验证训练得到的测量矩阵性能,图像样本训练集为 STL-10 和 ImageNet 数据集,分别模拟已知成像目标和未知成像目标。STL-10 数据集包含 100000 张彩色图像,共分为 10 个类别,分别是飞机、鸟、汽车、猫、鹿、狗、马、猴子、船和卡车,每类数据包含 10000 个样本,如图 3(a)所示。ImageNet 数据集是目前世界上最大的图像数据库,可以模拟人类的识别系统,共有 1400 多万张图像,包括 2 万多个类别,数据集样本如图 3(b)所示。图 4 为经过 PCA 法训练并处理后得到的散斑样本。

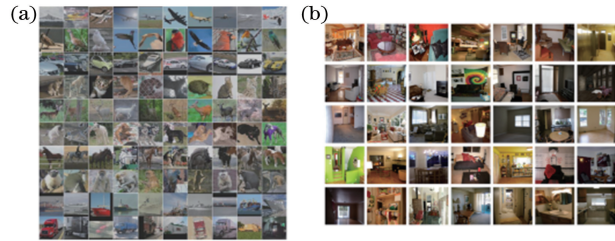


图 3 样本数据库。(a) STL-10 数据集;  
(b) ImageNet 数据集

Fig. 3 Sample database. (a) STL-10 dataset;  
(b) ImageNet dataset

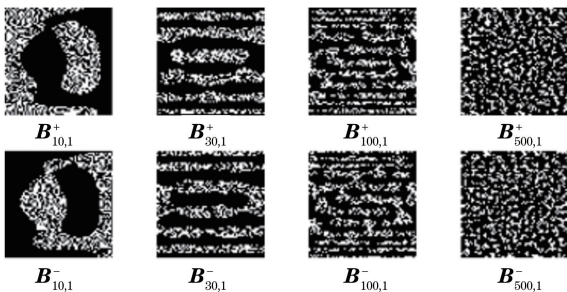


图 4 经 PCA 训练得到的散斑

Fig. 4 Speckle obtained by PCA training

实际搭建的成像系统如图 5 所示,其中,①为 DMD 投影设备,集成了 DLP Light Crafter 6500、蓝色 LED 光源以及投影镜头;②为半反半透镜,口径为 100 mm;③为成像目标;④为 Computar 镜头,焦距为 12 mm;⑤为 PDA36A2 探测器;⑥为电脑,电脑主板上装有 CSE22G8 采集卡。

实际中的成像分辨率为  $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$ ,用

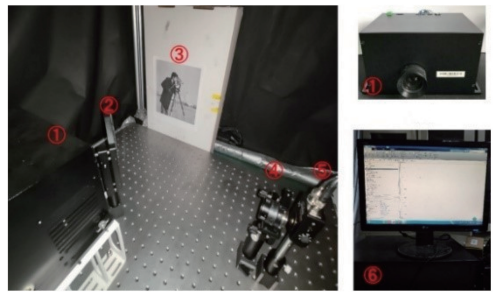


图 5 关联成像系统

Fig. 5 System of correlation imaging

DMD 中心区域  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$  的像素单元作为投影区域,将  $8 \text{ pixel} \times 8 \text{ pixel}$  的像素单元合并作为一个像素单元,以确保照明范围足够大且能保证测量矩阵的有效分辨率为  $64 \text{ pixel} \times 64 \text{ pixel}$ 。成像目标有两个,一个为 3D 打印的五角星,另一个为 Cameraman 图像,如图 6 所示。在 ImageNet 数据库中随机选取 10000 张图像组成训练库,将样本库训练的散斑作为测量矩阵,在采样率  $r = 0.1, \dots, 0.5$  的情况下,被测物的实际成像效果如图 7 所示。可以发现,在低采样率下,本方法重构的图像质量明显优于 Walsh-Hadamard 矩阵重构的图像。但随着采样率的增加,两种方法重构的图像质量趋于一致。

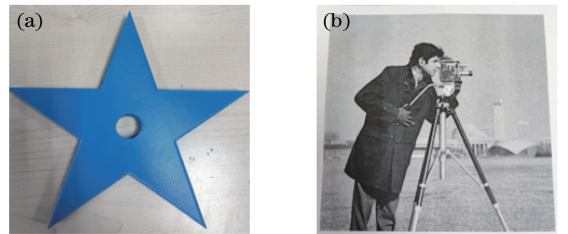


图 6 成像目标。(a)五角星;(b)Cameraman

Fig. 6 Imaging target. (a) Pentagram; (b) Cameraman

图 8 为用两种方法重构的图像峰值信噪比 (PSNR) 和结构相似性指数 (SSIM),可以发现,随着采样率的增加,两种方法的 PSNR 和 SSRM 都呈上升趋势。但基于 PCA 训练的测量矩阵重构图像的 PSNR 和 SSIM 始终优于 Walsh-Hadamard 测量矩阵重构的图像。采样率的增加可以明显改善两种测量矩阵的重构效果,且本方法的改善效果更明显。在采样率相同且低于 0.5 时,相比 Walsh-Hadamard 矩阵,本方法重构图像的 PSNR 最高可提升 5 dB,SSIM 最高可提升 0.2。特别是在采样率为 0.1 时,用 Walsh-Hadamard 测量矩阵重构的图像基本无法辨别物体信息,而本方法虽无法分辨物体细节,但能大致观察到物体的轮廓信息,这表明本方法在极低采样率下,重构图像的质量更好。



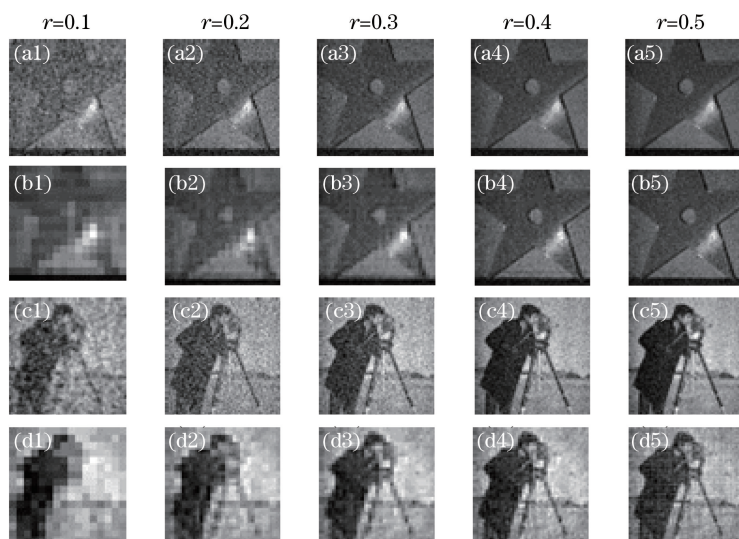


图 7 不同矩阵对实际场景的成像结果。(a) PCA(五角星);(b) Walsh-Hadamard(五角星);(c) PCA(Cameraman); (d) Walsh-Hadamard(Cameraman)

Fig. 7 Imaging results of different matrices on the actual scene. (a) PCA (pentagram); (b) Walsh-Hadamard (pentagram); (c) PCA (Cameraman); (d) Walsh-Hadamard (Cameraman)

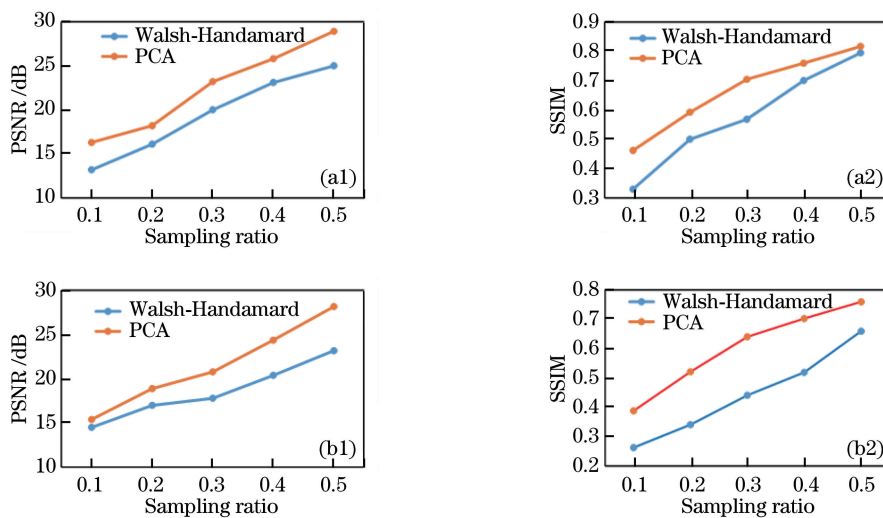


图 8 重构图像的 PSNR 与 SSIM。(a)五角星(b) Cameraman

Fig. 8 PSNR and SSIM of the reconstruction image. (a) Pentagram; (b) Cameraman

## 4 结 论

提出了一种基于 PCA 的散斑设计方法,结合图像的先验知识,利用 PCA 法对样本库进行训练、拆分、优化,得到全新的测量矩阵,完成矩阵降维。通过实验验证了本方法设计的测量矩阵成像效果优于 Walsh-Hadamard 矩阵,且 PSNR 和 SSIM 指标均有所提高。特别是在采样率低于 0.5 时,优势更显著,为高分辨、快速关联成像提供了新思路。

## 参 考 文 献

[1] Hanbury-Brown R. Correlation between photons in two coherent beams of light [J], Nature, 1983, 15 (1): 192-196.

[2] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement [J]. Physical Review. A, Atomic, Molecular, and Optical Physics, 1995, 52 (5): R3429-R3432.

- [3] Abouraddy A F, Saleh B E, Sergienko A V, et al. Role of entanglement in two-photon imaging [J]. Physical Review Letters, 2001, 87(12): 123602.
- [4] Bennink R S, Bentley S J, Boyd R W. "Two-photon" coincidence imaging with a classical source [J]. Physical Review Letters, 2002, 89(11): 113601.
- [5] Gatti A, Brambilla E, Bache M, et al. Ghost imaging with thermal light: comparing entanglement and classical correlation[J]. Physical Review Letters, 2004, 93(9): 093602.
- [6] Ferri F, Magatti D, Gatti A, et al. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(18): 183602.
- [7] Meyers R, Deacon K S, Shih Y. Ghost-imaging experiment by measuring reflected photons [J]. Physical Review A, 2008, 77(4): 041801.
- [8] Tian N, Guo Q C, Wang A L, et al. Fluorescence ghost imaging with pseudothermal light [J]. Optics Letters, 2011, 36(16): 3302-3304.
- [9] Chen W, Chen X D. Ghost imaging for three-dimensional optical security [J]. Applied Physics Letters, 2013, 103(22): 221106.
- [10] Phillips D B, Sun M J, Taylor J M, et al. Adaptive foveated single-pixel imaging with dynamic supersampling [J]. Science Advances, 2017, 3(4): e1601782.
- [11] Romberg J. Imaging via compressive sampling [J]. Signal Processing Magazine IEEE, 2008, 25(2): 14-20.
- [12] Candes E J, Tao T. Decoding by linear programming [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(12): 4203-4215.
- [13] Li H B. Influence of different measurement matrix based on TVAL3 algorithm on image reconstruction quality [J]. Electro-Optic Technology Application, 2018, 33(3): 48-51.  
李慧滨. 基于 TVAL3 算法不同测量矩阵对图像重构质量的影响 [J]. 光电技术应用, 2018, 33(3): 48-51.
- [14] Li M F, Mo X F, Zhao L J, et al. Single-pixel remote imaging based on Walsh-Hadamard transform [J]. Acta Physica Sinica, 2016, 65(6): 064201.  
李明飞, 莫小范, 赵连洁, 等. 基于 Walsh-Hadamard 变换的单像素遥感成像 [J]. 物理学报, 2016, 65(6): 064201.
- [15] Wang L, Zhao S M. Fast reconstructed and high-quality ghost imaging with fast Walsh-Hadamard transform [J]. Photonics Research, 2016, 4(6): 240-244.