# 基于视觉式刀具测量的刀刃轮廓整体拟合

刘今越, 王晓帅, 李洋, 贾晓辉\* 河北工业大学机械工程学院, 天津 300132

**摘要** 为解决传统视觉式刀具测量仪采用的分段拟合方法在测量严重磨损刀刃时误差较大的问题,提出一种基于 单一函数表达式的刀刃轮廓散点的整体拟合方法。首先采用改进的 k-余弦曲率算法提取刀刃轮廓曲线角点,并使 用最小二乘法进行分段拟合;然后确定刀刃轮廓曲线拟合目标函数的单一表达式,并在分段拟合结果的基础上,通 过 Levenberg-Marquardt 迭代法进行非线性整体拟合。实验结果表明,整体拟合方法对严重磨损刀具测量时,能在 保证目标函数曲线连续性的基础上,提高拟合精度达 20%以上,这大幅度提高了刀具的测量精度及算法的稳健性。 关键词 机器视觉;刀具测量;k-余弦曲率算法;整体拟合 中图分类号 TH741; TP751.2 文献标志码 A doi: 10.3788/LOP57.021505

## Overall Fitting of Blade Contour Based on Tool Measurement Using Machine Vision

Liu Jinyue, Wang Xiaoshuai, Li Yang, Jia Xiaohui\*

School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300132, China

**Abstract** A single expression based overall fitting method for scattered points of blade contours is proposed to address the large measurement errors of the existing tool measurement instruments when measuring severely worn tools based on machine vision and piecewise fitting. An algorithm of k-cosine curvature is used to extract the corners of the blade contour and the least square method is used for piecewise fitting. Based on this, a single expression of the blade contour used for object function fitting is determined and the nonlinear overall fitting is performed using Levenberg-Marquardt iteration. Finally, experimental results indicate that the overall fitting method can ensure the continuity of the fitting curve and improve the accuracy by more than 20% when measuring severely worn tools, drastically improving the measurement accuracy and robustness of the algorithm.

**Key words** machine vision; measurement of tools; algorithm of *k*-cosine curvature; overall fitting **OCIS codes** 150.3040; 150.0155; 120.4640

1引言

近年来,我国"智能制造 2025"计划的提出,对 工业零部件加工精度要求也越来越高,而数控刀具 的精度是影响加工中心加工精度和效率的一个关键 因素,因此刀具的高精度测量尤为重要。加工中心 刀具测量主要是通过刀具测量仪(简称对刀仪)实现 的,当前视觉式对刀仪由于测量功能多样、操作简 单、测量精度高和智能程度高等优点而被广泛 应用<sup>[1]</sup>。 根据后刀面磨损量的大小,刀具的磨损状态分为轻微磨损、正常磨损和严重磨损三种类型<sup>[2]</sup>。视觉式对刀仪利用工业相机获取被测刀具图像,通过 图像处理获取刀刃轮廓信息,随后提取具有轮廓几 何特征的角点,对其分别拟合出相应的曲线方程,进 而测量相关参数<sup>[3]</sup>。其中,刀刃轮廓的角点提取和 拟合精度作为衡量刀具测量精度的重要指标之一, 受到了众多学者的关注。郑军等<sup>[4]</sup>采用最小多边形 逼近误差方法提取轮廓特征点。陈琛<sup>[5]</sup>将 Harris 算法和 Susan 算法结合提取角点。谢静等<sup>[6]</sup>将模式

收稿日期: 2019-05-15; 修回日期: 2019-06-19; 录用日期: 2019-07-02

基金项目:河北省教育厅重点项目(ZD2018246)、天津市企业科技特派员项目(18JCTPJC54600)

识别方法应用于轮廓角点提取。李欣言等『〕在修正 多边形逼近提取角点方法的基础上进行几何基元拟 合。王纪武等[8]用曲面轮廓特征点作为角点,再进 行分段多项式拟合。伍济钢等<sup>[9]</sup> 通过改进的 CSS 算法定位振动图像序列中的角点。上述角点提取算 法在处理复杂轮廓图像时提取效果较为良好,但对 于对刀仪采集的简单轮廓图像则会产生冗余的计 算,严重影响测量的实时性。另外,角点提取后,利 用角点分割刀具轮廓再进行分段拟合求解曲线方 程,这种方法在测量轻微磨损和正常磨损刀具时能 够获得良好的测量结果,但对严重磨损刀具进行测 量时,拟合结果可能会出现拟合曲线与实际曲线不 匹配的情况,会产生较大的测量误差。综上所述,本 文选用较为高效的 k-余弦曲率算法提取刀刃轮廓 曲线的角点,并构建刀刃轮廓曲线的单一表达式,将 分段拟合的结果作为迭代初值,采用 Levenberg-Marquardt 迭代法,对刀刃轮廓散点进行整体拟合。 该算法解决了传统方法在测量严重磨损刀刃时误差 较大的问题。

2 基于曲线曲率的角点提取

#### 2.1 k-余弦曲率算法基础

数控刀具的种类繁多,在测量时仅需要测量切 削刃的几何参数,视觉式对刀仪采集到的刀刃图形 主要有两种常见形式,即"直线-直线"型(LL型)和 "直线-圆弧-直线"型(LCL型),两种形式刀具的轮 廓角点分别为两直线的交点、直线与圆弧的切点。 使用 TM Smart III 3070 型全自动刀具测量仪采集 两种形式的刀具图像,如图 1 所示。



图 1 采集的刀具影像图。(a) LL 型;(b) LCL 型 Fig. 1 Captured tool images.(a) LL-type; (b) LCL-type

对获取的刀具图像进行二值化、边缘提取、边界 跟踪等操作即可获得刀刃的轮廓散点<sup>[10]</sup>。为测量 刀具几何参数,需利用刀刃轮廓的角点分割轮廓后 进行分段拟合,本文采用基于轮廓曲率识别的 k-余 弦曲率算法<sup>[11-12]</sup>进行角点提取。轮廓余弦曲率 A<sub>i</sub> 的计算公式为

$$A_{i} = \begin{cases} \arccos\left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_{ik} \cdot \boldsymbol{\beta}_{ik}}{|\alpha_{ik}| \cdot |\beta_{ik}|}\right), C_{ik} > 0\\ 2\pi - \arccos\left(\frac{\boldsymbol{\alpha}_{ik} \cdot \boldsymbol{\beta}_{ik}}{|\alpha_{ik}| \cdot |\beta_{ik}|}\right), C_{ik} \leqslant 0 \end{cases}, (1)$$

式中: k 为常数,表示点间距; i 为当前点的编号;  $\boldsymbol{\alpha}_{ik} = (x_{i-k} - x_i, y_{i-k} - y_i)$ 为当前点  $p_i$  指向点  $p_{ik}$ 的向量;  $\boldsymbol{\beta}_{ik} = (x_{i+k} - x_i, y_{i+k} - y_i)$ 为当前点  $p_i$  指 向点  $p_{i+k}$ 的向量;  $|\boldsymbol{\alpha}_{ik}|, |\boldsymbol{\beta}_{ik}|$ 分别为向量的大小,  $C_{ik} = \boldsymbol{\alpha}_{ik} \times \boldsymbol{\beta}_{ik}$ 。

为确定恰当的 k 值,利用 (1) 式对图 1 中 LCL 型刀具进行处理,得到 k 值在 50、100、150 三种情况 下的 A; 曲线,如图 2 所示。



由图 2 可见,A<sub>i</sub> 最大值稳定范围即为刀刃圆弧段 区间(part arc),该范围越大,范围内A<sub>i</sub> 值跳动量越小, 则曲线越理想,角点的提取精度也会越高。随着 k 值 增大,A<sub>i</sub> 的波动范围相对减小,但圆弧段的区间长度 也减小。因此本文提出使用圆弧段的区间长度和数值 标准差的加权结果 S<sub>k</sub> 对 k 值的适用性进行评价,即

$$S_k = 5 \frac{l'_k}{l_k} - \sigma_k , \qquad (2)$$

式中: $\sigma_k$  为k 值对应圆弧段曲线的标准差; $l_k$  为整 个轮廓段区间的长度; $l'_k$ 为圆弧段区间的长度。 $S_k$ 值越大则对应的k 值适用性越高。绘制不同k 值的  $S_k$  曲线,如图 3 所示。可知,k = 92 时  $S_k$  达到最大 值,此时k 为最优值。

#### 2.2 角点定位与曲线拟合

当 k = 92 时,用 (1) 式对 LL 型、LCL 型两种刀 具轮廓曲线进行处理,得到两种刀具轮廓向量夹角曲 线,如图 4 所示。对于 LL 型刀具,角点在向量夹角的 最大值处;对于 LCL 型刀具,直线和圆弧的切点在向 量夹角曲线的上升沿和下降沿处,由于该曲线不包含 理想上升沿和下降沿,因此需要对切点进行粗定位后



再进行精确定位以获取切点在边沿处的准确位置。

根据向量夹角值进行切点的粗定位,为保证精度,适当扩大圆弧段范围,因此取粗定位点在上升沿的 1/3 处,其对应的余弦曲率 A。可近似表示为



切点的精确定位可通过反求切点处的  $A_i$  得到。将粗定位点视为圆弧点,其两端点分别为第  $k_0$ 点和第  $k_1$ 点,粗定位圆弧范围为[ $k_0, k_1$ ],且圆弧段 点的个数  $d = k_1 - k_0$ ,其有效曲率区间为[ $k_0 + d/$ 4, $k_1 - d/4$ ]。令区间内向量夹角均值为 $\overline{A}$ ,则精确 定位的切点处向量夹角值表示为

$$A_{t} = \pi + \frac{\left|\pi - \bar{A}\right|}{2} \,. \tag{4}$$

通过寻找最接近 A<sub>4</sub>向量夹角所对应的像素位 置即可得到精确定位的切点位置。在得到角点位置 后,以角点作为分割点,使用最小二乘法对轮廓曲线 进行分段拟合。对于 LL 型刀具,若交点横坐标为 a<sub>3</sub>,则拟合的目标函数为

$$f(x_1) = \begin{cases} a_1 x_1 + a_2, x_1 < a_3 \\ a_4 x_1 + a_5, x_1 \ge a_3 \end{cases},$$
(5)

1200

1400



式中: $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_4$ 、 $a_5$ 均为待拟合曲线参数。 $x_1 < a_3$ 对应直线段 1, $x_1 \ge a_3$  对应直线段 2。对于 LCL 型 刀具,若两个切点横坐标分别为  $a_9$ 和  $a_{10}$ ,则拟合的 目标函数为

$$f(x_{c}) = \begin{cases} k_{1}x_{c} + b_{1}, \ x_{c} < a_{9} \\ \sqrt{a_{8}^{2} - (x_{c} - a_{6})^{2}} + a_{7}, a_{9} \leqslant x_{c} \leqslant a_{10}, \\ k_{2}x_{c} + b_{2}, \ x_{c} > a_{10} \end{cases}$$

(6)

式中: $a_6$ 、 $a_7$ 、 $a_8$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $b_1$ 、 $b_2$ 均为待拟合曲线参数。

#### 3 构建轮廓单一函数表达式

基于分段拟合的刀刃轮廓表达式方法在拟合轻 微磨损刀具和正常磨损刀具时效果良好;但对于严 重磨损甚至崩刃刀具,刀具的过度磨损导致轮廓曲 线几何特征不明显甚至丢失,该方法在特征点提取 时将会出现较大误差,进而降低拟合精度。因此,本 文提出一种基于刀具轮廓单一函数表达式的整体拟 合方法以解决上述问题。

#### 3.1 单一函数表达式构造条件

曲线拟合的目标方程分为显式方程和隐式方程,隐式方程的拟合目前只限于初等函数及其简单组合,而刀刃轮廓曲线的单一形式表达式方程相对复杂,因此采用显式方程表达式对轮廓曲线 方程进行拟合。

图 5 为 LL 型和 LCL 型刀具轮廓散点图,其中 X 和 Y 为轮廓点坐标。由图 5(a)可知 LL 型刀具 可以直接用显式方程表达。而对于 LCL 型刀具,在 图 5(b)散点曲线的左侧,每个 X 值对应 2 个 Y 值, 无法直接通过显式方程表达,因此需要将轮廓散点 图旋转变换后再进行拟合。

为判断轮廓曲线是否满足条件,设轮廓曲线点  $p_n(x_n, y_n)$ 构成集合  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n, \dots, p_u\}(n)$ 为当前点编号, u 为轮廓曲线点集合的点总数), 采 用步长为 m 的前向差分法计算向量 $\overline{p_n p_{n+m}} = X$  轴 的夹角 $\theta_n$ ,即

$$\theta_{n} = \begin{cases} \arctan\left(\frac{Y_{n+m} - Y_{n}}{X_{n+m} - X_{n}}\right), X_{n+m} - X_{n} > 0\\ \arctan\left(\frac{Y_{n+m} - Y_{n}}{X_{n+m} - X_{n}}\right) + \pi, X_{n+m} - X_{n} \leqslant 0 \end{cases}$$
(7)

式中: $(X_{n+m}, Y_{n+m})$ 为 $p_{n+m}$ 点的坐标。考虑前向 差分法与k-余弦曲率算法的相似性,m的取值应近 似于k值,即m = 92。若 $\theta_n$ 满足 $\theta_n \in [-\pi/2, \pi/2]$ ,则轮廓曲线可以通过单一显式方程表达。

同理,若轮廓曲线点  $p_n(X_n,Y_n)$ 构成的集合为



 $P = \{p_1, p_2, ..., p_n, ..., p_u\},$ 存在角度 β,使得 P 绕 原点旋转 β 后形成新的集合  $P' = \{p'_1, p'_2, ..., p'_n, ..., p'_u\},$ 采用步长为 m = 92 的前向差分法得出 向量 $\overline{p'_n p'_{n+m}} = X$  轴夹角为

$$\theta_n' = \theta_n + \beta_{\circ} \tag{8}$$

若  $\theta'_n$ 满足  $\theta'_n \in [-\pi/2, \pi/2], 则 P$  旋转一定角 度后可采用显式方程表示, $\theta'_n$ 的取值范围可以采用  $\theta_n$ 的极差 R 表示,旋转角 β 可取  $\theta_n$  的中值,即

$$\begin{cases} R = \theta_n \left[ \max(\theta_n) - \min(\theta_n) \right] < \pi \\ \beta = \theta_n \left[ \max(\theta_n) + \min(\theta_n) \right] / 2 \end{cases}$$
(9)



#### 图 5 刀具轮廓散点图。(a) LL 型刀具;(b) LCL 型刀具 Fig. 5 Scatter plots of tool contour. (a) LL-type tool; (b) LCL-type tool

在上述基础上,再通过矩阵旋转变换,将轮廓点 坐标旋转 $\beta$ ,得到边缘点集合 P',其中  $p'_{\pi}$ 点的坐标为

$$\begin{bmatrix} X'_n \\ Y'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_n \\ Y_n \end{bmatrix}.$$
(10)

将图 5(b)旋转变换角度 β 后得到 LCL 型刀具 轮廓散点图,如图 6 所示,满足显式方程构造条件。



#### 3.2 单一显式方程的构建和整体拟合

为构造轮廓曲线方程的单一显式方程,需要对 分段函数进行单一化处理。对于 LL 型刀具轮廓, 考虑目标刀具轮廓曲线具有连续性,由(5)式可以 得到

$$a_1 a_3 + a_2 = a_4 a_3 + a_5 \,. \tag{11}$$

将(5)式和(11)式联立,并将分段函数转化为单 一表达式<sup>[13]</sup>,得到 LL 型刀具轮廓曲线的单一形式 表达式为

$$f(x_1) = \frac{a_1}{2} (x_1 + a_3 - |x_1 - a_3|) + \frac{a_4}{2} (x_1 + a_3 + |x_1 - a_3|) + a_2 - a_3 a_4.$$
(12)

对于 LCL 型刀具轮廓,其分段表达式为

$$f(x_{c}) = \begin{cases} g_{1}(x_{c}), x_{c} \leq x_{c0} \\ g_{2}(x_{c}), x_{c0} < x_{c} \leq x_{c1}, \\ g_{3}(x_{c}), x_{c} > x_{c1} \end{cases}$$
(13)

式中: $g_1$ 为直线段 1 的函数表达式; $g_2$ 为圆弧段的 函数表达式; $g_3$ 为直线段 2 的函数表达式; $x_{c0}$ 和  $x_{c1}$ 分别为两个切点。首先将(14)式转换为二段形式, 由 $g_1(x_{c0}) = g_2(x_{c0}), g_2(x_{c1}) = g_3(x_{c1}),$ 可得

$$f(x_{c}) = \begin{cases} g_{1}(x_{c}) - g_{2}(x_{c}), x_{c} \leq x_{c0} \\ 0, x_{c0} < x_{c} < x_{c1} \\ \begin{cases} g_{2}(x_{c}), x_{c} \leq x_{c1} \\ g_{3}(x_{c}), x_{c} > x_{c1} \end{cases}$$
(14)

而实际的 LCL 型刀具轮廓分段拟合目标函数 (6)式为连续函数,分割点 *a*<sub>9</sub>、*a*<sub>10</sub>为直线与圆弧的切 点,即切点左右两侧曲线一阶导数相等,因此联立 (6)式和(14)式,并将(14)式中分段函数转化为单一 表达式,得到 LCL 型刀具轮廓的单一形式表达式为

$$f(x_{c}) = \frac{a_{6} - a_{9}}{\sqrt{a_{8}^{2} - (a_{9} - a_{6})^{2}}} \cdot \left(\frac{x_{c} + a_{9} - |x_{c} - a_{9}|}{2} - a_{9}\right) + \sqrt{a_{8}^{2} - (a_{9} - a_{6})^{2}} + a_{7} - \sqrt{a_{8}^{2} - \left(\frac{x_{c} + a_{9} - |x_{c} - a_{8}|}{2} - a_{6}\right)^{2}} + \sqrt{a_{8}^{2} - \left(\frac{x_{c} + a_{10} - |x_{c} - a_{10}|}{2} - a_{6}\right)^{2}} + \frac{a_{6} - a_{10}}{\sqrt{a_{8}^{2} - (a_{10} - a_{6})^{2}}} \left(\frac{x_{c} + a_{10} - |x_{c} - a_{10}|}{2} - a_{10}\right) \cdot \left(\frac{x_{15}}{2}\right)$$

为方便求解,对轮廓散点进行拟合得到刀具轮 廓的函数表达式。因为目标函数(12)式和(15)式为 非线性方程,不满足二阶连续可导条件,因此使用非 线性拟合方法中的 Levenberg-Marquardt 迭代法进 行整体拟合<sup>[14]</sup>。对于 LL 型和 LCL 型刀具轮廓曲 线,其迭代初值分别设定为 $A_1 = [a_1 a_2 a_3 a_4]$ 和  $A_2 = [a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10}]$ ,其值分别由(5)和(6)式中分 段拟合的结果确定。经验证,在选择合适的迭代初 值条件下,本方法具有良好的收敛性。

#### 4 实验结果验证与误差分析

通过 Levenberg-Marquardt 迭代法得出轮廓曲 线的单一表达形式后,为评估此方法的拟合效果,对 k-余弦曲率算法的角点提取和最小二乘拟合法相结 合的分段拟合法与本文方法进行对比,并采用拟合 残差作为评价整体拟合精度的评价指标。实验中不 同磨损程度刀具轮廓曲线均旋转β后再进行拟合, 并且主要针对轻微磨损和严重磨损两种情况下的刀 刃轮廓进行对比分析。

轻微磨损刀具选用图 1 中的钻头(LL 型刀具) 和立铣刀(LCL 型刀具),两种轻微磨损刀具的分段 拟合结果和整体拟合结果分别如图 7 和图 8 所示。 结果表明,在拟合轻微磨损刀刃曲线时,整体拟合和 分段拟合均具有良好的拟合效果。

在严重磨损刀具的实验中,选用与图 1 中型号 相同且磨损状态严重的钻头和立铣刀进行实验,获 取的刀具图像如图 9 所示。



Fig. 7 Fitting results of slightly worn LL-type tool. (a) Piecewise fitting; (b) overall fitting

图 9 (a)为 LL 型严重磨损刀具,分段拟合结果 与整体拟合结果如图 10 所示。该刀具磨损严重,导 致分段拟合的两条直线无法像整体拟合一样相交, 因此相应的特征点几何参数测量产生较大的偏差。

图 9(b)为 LCL 型严重磨损刀具,分段拟合结 果和整体拟合结果如图 11 所示,分段拟合结果的直 线段与圆弧段并不相切,造成此结果的主要原因是 刀具轮廓磨损量过大,特征点测量数据不足,但相比 较而言,此类问题对整体拟合方法影响不大。

轻微磨损刀具和严重磨损刀具拟合结果残差见

表 1,其中直线段 1、直线段 2、圆弧段的定义见(5) 式和(13)式的说明。在轻微磨损刀具的拟合结果 中,LL 型刀具和 LCL 型刀具的分段拟合残差和整 体拟合残差均十分接近;而在严重磨损刀具的拟合 结果中,两种刀具类型的整体拟合残差均明显低于 分段拟合残差,其中 LL 型刀具减小了 29.2%,LCL 型减小了 22.5%。综上可知,本文整体拟合方法在 拟合轻微磨损刀具中相较于分段拟合方法,精度等 级相当;而在拟合严重磨损刀具时,本文方法拟合误 差减小 20%以上,拟合精度明显提高。





Fig. 8 Fitting results of slightly worn LCL-type tool. (a) Piecewise fitting; (b) overall fitting





图 9 严重磨损刀具图像。(a) LL 型;(b) LCL 型 Fig. 9 Images of severely worn tools. (a) LL-type; (b) LCL-type



图 10 LL 型严重磨损刀具拟合结果。(a)分段拟合;(b)整体拟合





图 11 LCL 型严重磨损刀具拟合结果。(a)分段拟合;(b)整体拟合 Fig. 11 Fitting results of severely worn LCL-type tool. (a) Piecewise fitting; (b) overall fitting

表1 刀具拟合结果残差表

Table 1	Results	of	tool	fitting	residual
---------	---------	----	------	---------	----------

Degree of wear	Tool type	Fitting method	Straight line 1		Arc segment		Straight line 2		Overall result	
			Number	Residual /	Number	Residual /	Number	Residual /	Number	Residual /
				$\mu { m m}$		$\mu { m m}$		$\mu{ m m}$		$\mu\mathrm{m}$
Slightly Type-LL	Piecewise fitting	704	1.43			666	1.76	1370	1.59	
	Overall fitting							1370	1.57	
worn	worn Type-LCL	Piecewise fitting	526	5.77	357	1.34	640	3.48	1513	3.79
		Overall fitting							1513	3.73
	<i>т</i> ц	Piecewise fitting	348	13.75			352	162.45	700	88.52
Severely Type-LL	Overall fitting							700	62.67	
worn		Piecewise fitting	569	77.42	334	27.83	856	116.27	1759	86.91
1	I ype-LCL	Overall fitting							1759	67.35

### 5 结 论

为提高对数控加工刀具的测量精度,提出一种 基于单一函数表达式的刀刃轮廓整体拟合方法。首 先采用 k-余弦曲率算法提取刀刃轮廓曲线角点,并 对分割后的轮廓曲线进行分段拟合;然后以此为基 础,提出将刀刃轮廓曲线旋转一定角度后表示为显 式方程形式,并构造曲线的单一函数表达式;而后利 用 Levenberg-Marquardt 迭代法进行整体拟合,解 决了测量严重磨损刀具时测量误差较大的问题;最 后结合 LL 型轮廓刀具和 LCL 型轮廓刀具,分别就 轻微磨损和严重磨损两种情况进行对比实验。结果 表明:在拟合轻微磨损刀具轮廓时,刀刃轮廓整体拟 合方法与分段拟合方法精度相当;在拟合严重磨损 刀具轮廓时,相较于分段拟合方法,整体拟合方法不 仅可以保证拟合曲线的连续性,而且拟合精度可提 高 20%以上。

#### 参考文献

- [1] Hou Q L. Investigation on the technology of tool wear detection based on machine vision [D]. Jinan: Shandong University, 2018: 3-10.
  侯秋林.基于机器视觉的刀具检测技术研究[D].济南:山东大学, 2018: 3-10.
- [2] Chen H T, Fu P, Li X H. Feature extraction of turing tool wear based on J-EEMD[J]. Telkomnika Indonesian Journal of Electrical Engineering, 2013, 11(10): 5911-5916.
- [3] Li Q S, Fu X H, Wu Z, et al. Research on tool measurement based on image processing technology
  [J]. Computer Simulation, 2018, 35(6): 230-233.
  李秋实,付新华, 吴震,等. 基于图像处理技术对刀
  具测量的研究[J]. 计算机仿真, 2018, 35(6): 230-233.

[4] Zheng J, Liu Z W, Ma Z R, et al. Extraction of outline feature points based on the minimum approach error[J]. Journal of Tsinghua University(Science and Technology), 2008, 48(2): 165-168.
郑军,刘正文,马兆瑞,等.基于最小误差逼近的轮廓特征点提取[J].清华大学学报(自然科学版), 2008, 48(2): 165-168.

- [5] Chen C. Contour feature detection of cutting tools image[D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2013: 48-73.
  陈琛. 刀具图像轮廓特征检测[D]. 西安: 西安工业 大学, 2013: 48-73.
- [6] Xie J, Tuo X G, Fang X. Feature extraction of multisensor images based on geometric invariant feature on the edge [J]. Application of Electronic Technique, 2015, 41(3): 161-164.
  谢静, 庹先国, 方晓. 基于边缘几何不变性的特征提取算法研究[J]. 电子技术应用, 2015, 41(3): 161-164.
- [7] Li X Y, Du W H, Wang J Y, et al. Research on the method of planar contour segmentation and recognition of the geometric primitives [J]. Manufacturing Technology & Machine Tool, 2016 (1): 85-88.
  李欣言,杜文华,王俊元,等.一种平面轮廓分割与 基元识别方法研究[J].制造技术与机床, 2016(1):

基元识别方法研究[J]. 制直技本与机床, 2016(1): 85-88. Wang J W, Yu P F, Luo H B, et al. Smoothing

- [8] Wang J W, Yu P F, Luo H B, et al. Smoothing processing method of laser line segmental light based on polynomial fitting [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(9): 091204.
  王纪武, 鱼鹏飞, 罗海保, 等. 基于多项式拟合的激光线分段光顺处理方法的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(9): 091204.
- [9] Wu J G, Zhang S J, Jiang M, et al. Vibration modal testing method of thin-walled components based on

curvature scale space corner detecting and matching[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(8): 081001.

伍济钢,张双健,蒋勉,等.基于曲率尺度空间角点 检测与匹配的薄壁件振动模态测试方法[J].激光与 光电子学进展,2017,54(8):081001.

[10] Peng R T, Jiang H J, Xu Y, et al. Study on tool wear monitoring using machine vision[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2019, 38(8): 1257-1263.
彭锐涛,降皓鉴,徐莹,等.刀具磨损的机器视觉监

测研究[J]. 机械科学与技术, 2019, 38(8): 1257-1263.

[11] Ran L K. A location method for the key points of the skeletal images based on corner detection [J]. Electronic Design Engineering, 2011, 19(14): 175-177.

冉隆科.一种基于角点检测方法的骨龄图像关键点

定位[J]. 电子设计工程, 2011, 19(14): 175-177.

- [12] Ding Y R, Bai R L, Ni J. Sub-pixel corner location method based on curvature and gray [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(3): 031501.
  丁艳蓉,白瑞林,倪健.基于曲率与灰度复合的角点 亚像素定位方法[J].激光与光电子学进展, 2018, 55 (3): 031501.
- [13] Zhu W H. Single expression of the pieclewise function
  [J]. Journal of Nantong Vocational College, 2001, 15
  (2): 43-45.
  朱文辉. 分段函数的单一表达式[J]. 南通职业大学
  学报, 2001, 15(2): 43-45.
- [14] Wang Q. Levenberg-Marquardt method for solving nonlinear equations[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2018: 11-43.
  王琪.求解非线性方程组的 Levenberg-Marquardt 方 法[D]. 徐州:中国矿业大学, 2018: 11-43.