

# 基于三腔光力学系统的非互易性研究

王婧\*

通化师范学院物理学院, 吉林 通化 134001

**摘要** 提出了在三腔光力学系统中实现非互易性的理论方案。三个被强驱动光场驱动的光学腔场通过辐射压力分别与一个机械振子耦合, 其中两个光学腔场通过光纤耦合在一起的同时还被弱探测光场驱动。基于海森堡-朗之万方程给出了三腔光力学系统的稳态解, 利用输入-输出理论得到了传输振幅的具体表达形式。研究结果表明: 三腔光力学系统中的非互易性来源于光力相互作用以及两个光学腔场相互作用之间的量子干涉效应; 相位差不仅可以决定系统中能否发生非互易性, 还决定了发生非互易性的方向; 随着有效光力耦合强度增加, 传输振幅曲线的变化形式完全不同; 在一定的有效光力耦合强度下, 腔光力学系统可以实现完美的非互易性。本研究成果为基于腔光力学系统的量子信息处理的应用提供了参考。

**关键词** 测量; 腔光力学系统; 非互易性; 哈密顿量; 朗之万方程

**中图分类号** O413      **文献标志码** A

**doi:** 10.3788/LOP57.191201

## Nonreciprocity in a Three-Cavity Optomechanical System

Wang Jing\*

College of Physics, Tonghua Normal University, Tonghua, Jilin 134001, China

**Abstract** In this paper, a theoretical scheme to realize nonreciprocity in a three-cavity optomechanical system was proposed. Three optical cavity fields propelled by strong driving light fields were individually integrated to a mechanical oscillator through radiation pressure, and two were driven by weak probe light fields when they were coupled with an optical fiber. Through the Heisenberg-Langevin equation, the steady-state solution of the three-cavity optomechanical system was presented. The specific expression of the transmission amplitudes is obtained using the input-output theory. The results reveal that the nonreciprocity in the three-cavity optomechanical system is because of the quantum interference between the optomechanical interaction and the coupling interaction of two optical cavity fields. The phase difference not only determines whether the nonreciprocity can occur in the system but also determines the direction of the nonreciprocity. Furthermore, it is also discovered that with an increase in the effective optical coupling strength, the transmission amplitude curves change in different forms. Under a certain effective optomechanical coupling strength, the system achieves the perfect nonreciprocity. Our research results can provide reference for the application of quantum information processing based on a cavity optomechanical system.

**Key words** measurement; cavity optomechanical system; nonreciprocity; Hamilton; Langevin equation

**OCIS codes** 120.4880; 270.1670

## 1 引言

腔光力学系统<sup>[1-15]</sup>是由光学腔场和机械振子借助光辐射压力动态耦合而成的系统, 该系统在量子信息和量子通信等方面具有广阔的应用前景, 因此受到了研究人员的广泛关注。近十年来, 关于腔光力学系统的许多重要研究成果已被相继报道, 如光力诱导透

明<sup>[1-2]</sup>, 光力诱导吸收<sup>[3-4]</sup>, 光力诱导放大<sup>[5-9]</sup>, 机械振子的基态冷却<sup>[10-11]</sup>, 相干完美吸收、透射、合成<sup>[12]</sup>, 光学腔场和机械振子之间的纠缠<sup>[13-15]</sup>等。

光在一般介质中具有双向传输的互易性, 也就是说光向右、向左传播是可逆的。不过, 在光子集成系统中, 打破光传输的互易性, 实现非互易性传输, 是经典和量子信息处理中最基本的要求<sup>[16]</sup>, 也是实

收稿日期: 2019-12-02; 修回日期: 2020-01-10; 录用日期: 2020-01-17

\* E-mail: pwl1207wj@163.com

现光隔离器、环形器以及非互易态转换器的基础<sup>[17]</sup>。目前,可集成化的非互易器件还难以实现,这是因为非互易器件一般需要基于材料的磁光特性通过法拉第旋光效应实现,同时还需要附加强磁场,从而限制了非互易器件向小型化和片上集成化的发展趋势<sup>[18-22]</sup>。2018年,Zhang等<sup>[23]</sup>提出了一种新的无磁非互易方案;他们在室温下将一束控制光作用于碱金属气体上,当信号光与控制光反方向传输时,用热运动阻止信号光通过,实现了非互易性传输。

近年来,研究人员在多模腔光力学系统中利用光力相互作用,打破了由相位差产生的时间反转对称性,实现了光传输的非互易性<sup>[24-34]</sup>。Jiang等<sup>[26]</sup>提出了在含有光增益的腔光力学系统中实现光场与微波场之间非互易放大器的方案,他们发现有效光力耦合之间的相位差可以控制放大方向,此外他们讨论了有源腔增益率和有效耦合强度对放大器最大增益的影响。Xia等<sup>[32]</sup>在双腔光力学系统中实现了完美的光隔离器,同时分析了光学腔场耗散率、机械振子弛豫速率对光非互易传输的影响。张利巍等<sup>[33]</sup>基于双腔光力学系统在蓝失谐驱动下实现了完美的光学非互易性。在这些成果的启发下,本研究团队很自然地提出了这样一个问题:在三腔光力学系统中,非互易性会出现吗?如果可能的话,参数会有哪些影响呢?基于以上的问题,本研究团队研究了三腔光力学系统中的非互易性。本文利用光学腔场与机械振子之间的辐射压力耦合打破了时间反转对称性,获得了非互易性。在驱动场为强场、探测场为弱场的条件下,本文深入研究了系统相位差、有效光力耦合系数、光学腔场的耗散率对非互易性的影响。当相位差不为 $\pi$ 的整数倍时,复合腔光力学系统中会出现非互易性,反之则不会出现。有效光力耦合强度、光学腔场的耗散率对传输振幅影响明

显;随着有效光力耦合强度增大,传输振幅 $T_{12}$ 曲线呈先递增后递减的变化趋势,而传输振幅 $T_{21}$ 则保持不变。此外,本研究团队还发现,光学腔场的耗散率并不是越低越能实现完美的光学非互易性。在腔光力学系统中实现非互易性不需要外加磁场,而且该系统具有片上可集成化的优点,因此,本文的研究结果能为实验中基于腔光力学系统实现光频隔离器提供有效的理论帮助。相比于参考文献[26],本文的工作是在红失谐条件下进行的,因而系统更加稳定;相比于参考文献[33],本文的物理模型包括三个光学腔场和一个机械振子,拥有更多可以调控的参数,因而更容易得到完美的非互易性。

## 2 基本原理

本文研究的复合腔光力学系统由三个光学腔场和一个机械振子构成,模型如图1所示。三个光学腔场分别通过辐射压力耦合到机械振子b上,其中:光学腔场 $c_1$ 和 $c_2$ 通过光纤耦合在一起,同时分别被强驱动光场与弱探测光场从左右射入并驱动,而光学腔场 $c_3$ 上仅作用强驱动光场。机械振子的性质可由量子谐振子进行描述。

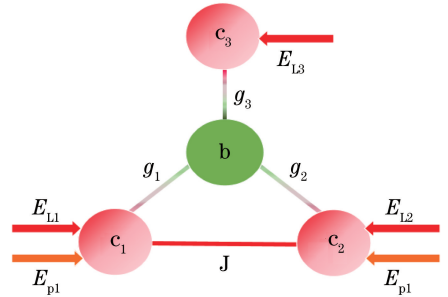


图1 系统原理图

Fig. 1 Schematic of the system

复合腔光力学系统的哈密顿量为( $\hbar = 1$ )

$$H = \sum_{j=1}^3 \omega_{c_j} c_j^\dagger c_j + \omega_m b^\dagger b + \sum_{j=1}^3 g_j c_j^\dagger c_j (b^\dagger + b) + J(c_1^\dagger c_2 + c_2^\dagger c_1) + \sum_{j=1}^3 i[E_{L_j} c_j^\dagger \exp(-i\omega_{L_j} t) - E_{L_j}^* c_j \exp(i\omega_{L_j} t)] + \sum_{j=1}^2 iE_{p_j} [c_j^\dagger \exp(-i\omega_{p_j} t) - c_j \exp(i\omega_{p_j} t)], \quad (1)$$

式中:等号后第一项表示三个光学腔场的自由哈密顿量项; $c_j$ 和 $c_j^\dagger$ 表示第 $j$ 个光学腔场的湮灭(产生)算符,满足对易关系 $[c_j, c_j^\dagger] = 1$ ;  $\omega_{c_j}$  ( $j = 1, 2, 3$ )为光学腔场频率;等号后第二项表示机械振子自由哈密顿量项; $b$ 和 $b^\dagger$ 表示机械振子的湮灭(产生)算符,满足对易关系 $[b, b^\dagger] = 1$ ;  $\omega_m$ 和 $\gamma_m$ 分别为机械

振子的振动频率与弛豫速率;等号后第三项表示由辐射压力引起的光学腔场与机械振子之间相互作用的哈密顿量项; $g_j$ 为第 $j$  ( $j = 1, 2, 3$ )个光学腔场与机械振子之间的耦合强度;等号后第四项表示光学腔场 $c_1$ 和 $c_2$ 之间的相互作用哈密顿量项; $J$ 为光学腔场 $c_1$ 和 $c_2$ 之间的光纤耦合强度;等号后第五项

表示驱动光场与光学腔场的耦合项;  $E_{Lj} = \sqrt{2\kappa_{cj}P_{Lj}/\omega_{Lj}}$  是第  $j$  个入射驱动光场的振幅, 与输入功率  $P_{Lj}$ 、频率  $\omega_{Lj}$  及光学腔场的耗散率  $\kappa_{cj}$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 有关; 等号后最后一项代表探测光场与光学腔场的耦合项;  $E_{pj} = \sqrt{2\kappa_{cj}P_{pj}/\omega_{pj}}$  为第  $j$  个入射探测光场的振幅, 与输入功率  $P_{pj}$ 、频率  $\omega_{pj}$  ( $j = 1, 2$ )

有关。

(1)式中的驱动项可以通过应用么正变换  $U = \exp(i \sum_{j=1}^3 \omega_{Lj} c_j^\dagger c_j t)$  使之与时间无关, 然后由  $H_{\text{rot}} = UH U^\dagger - iU \partial U^\dagger / \partial t$  给出复合腔光力学系统变换后的哈密顿量, 即

$$H_{\text{rot}} = \sum_{j=1}^3 \Delta_{cj} c_j^\dagger c_j + \omega_m b^\dagger b + \sum_{j=1}^3 g_j c_j^\dagger c_j (b^\dagger + b) + J(c_1^\dagger c_2 + c_2^\dagger c_1) + \sum_{j=1}^3 i(E_{Lj} c_j^\dagger - E_{Lj}^* c_j) + \sum_{j=1}^2 iE_{pj} [c_j^\dagger \exp(-i\delta_{pj}t) - c_j \exp(i\delta_{pj}t)], \quad (2)$$

式中:  $\Delta_{cj} = \omega_{cj} - \omega_{Lj}$  表示第  $j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 个光学腔场与相应驱动光场的频率失谐;  $\delta_{pj} = \omega_{pj} - \omega_{Lj}$  表示第  $j$  ( $j = 1, 2$ ) 个探测光场与相应驱动光场的频率失谐。

由(2)式所示的复合腔光力学系统的哈密顿量,

以及海森堡-郎之万运动方程  $i\hbar \frac{\partial A}{\partial t} = [A, H_{\text{rot}}] + O$  ( $A$  代表算符  $b, c_1, c_2, c_3$ ,  $O$  是相应的额外阻尼项), 可以得出算符  $b, c_1, c_2, c_3$  的量子郎之万运动方程在海森堡表象下为

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -(\kappa_{c1}/2 + i\Delta_{c1})c_1 - ig_1 c_1 (b^\dagger + b) - iJc_2 + E_{L1} + E_{p1} \exp(-i\delta_{p1}t) + \sqrt{\kappa_{c1}} c_{\text{in}} \\ \dot{c}_2 = -(\kappa_{c2}/2 + i\Delta_{c2})c_2 - ig_2 c_2 (b^\dagger + b) - iJc_1 + E_{L2} + E_{p2} \exp(-i\delta_{p2}t) + \sqrt{\kappa_{c2}} c_{\text{in}} \\ \dot{c}_3 = -(\kappa_{c3}/2 + i\Delta_{c3})c_3 - ig_3 c_3 (b^\dagger + b) + E_{L3} + \sqrt{\kappa_{c3}} c_{\text{in}} \\ \dot{b} = -(\gamma_m/2 + i\omega_m)b - ig_1 c_1^\dagger c_1 - ig_2 c_2^\dagger c_2 - ig_3 c_3^\dagger c_3 + \sqrt{\gamma_m} b_{\text{in}} \end{cases}, \quad (3)$$

式中:  $b_{\text{in}}$  表示作用在机械振子上的热噪声;  $c_{\text{in}}$  表示光学腔场的输入量子真空噪声算符。  $b_{\text{in}}$  和  $c_{\text{in}}$  分别满足  $\langle b_{\text{in}}^\dagger(t) b_{\text{in}}(t') \rangle = \bar{n}_b \delta(t - t')$ 、 $\langle b_{\text{in}}(t) b_{\text{in}}^\dagger(t') \rangle = (\bar{n}_b + 1) \delta(t - t')$ 、 $\langle c_{\text{in}}(t) c_{\text{in}}^\dagger(t') \rangle = \delta(t - t')$ 。这里,  $\delta(t - t')$  表示  $t$  时刻的噪声算符与  $t'$  时刻的噪声算符无关,  $\bar{n}_b$  为环境处于温度  $T$  时机械振子的平均热声子数<sup>[35-36]</sup>,  $\bar{n}_b = \left( \exp \frac{\omega_m}{\kappa_B T} - 1 \right)^{-1}$ ,  $\kappa_B$  为玻尔兹曼常

数。由于本文讨论的是复合腔光力学系统对探测场的平均效应, 所以之后的讨论都可以忽略噪声项。

在足够强的驱动光场驱动下, 利用标准的线性化处理方法将(3)式中的每个算符都改写为稳态解( $B_s$ )加上稳态解附近量子涨落算符( $\delta B$ )的形式:  $B = B_s + \delta B$ , 当满足  $|\delta B| \ll |B_s|$  ( $B = b, c_1, c_2, c_3$ ) 条件时, 这种分解是合理的。将改写后的算符代入(3)式, 分离出两组方程。一组为复合腔光力学系统的稳态解, 即

$$\begin{cases} c_{s1} = \frac{E_{L1}(\kappa_{c2}/2 + i\Delta_{c2}) - iJE_{L2}}{(\kappa_{c1}/2 + i\Delta_{c1})(\kappa_{c2}/2 + i\Delta_{c2}) + J^2} \\ c_{s2} = \frac{E_{L2}(\kappa_{c1}/2 + i\Delta_{c1}) - iJE_{L1}}{(\kappa_{c1}/2 + i\Delta_{c1})(\kappa_{c2}/2 + i\Delta_{c2}) + J^2} \\ c_{s3} = \frac{E_{L3}}{\kappa_{c3}/2 + i\Delta_{c3}} \\ b_s = \frac{-i(g_1 |c_{s1}|^2 + g_2 |c_{s2}|^2 + g_3 |c_{s3}|^2)}{\gamma_m/2 + i\omega_m} \end{cases}, \quad (4)$$

式中:  $\Delta_j = \Delta_{cj} + g_j (b_s - b_s^*)$  ( $j = 1, 2, 3$ ) 表示第  $j$  个光学腔场与相应驱动光场之间的有效失谐。从

稳态解的表达式中可以看出, 如果不存在第三个光学腔场, 即  $c_{s3} = 0$  时, 稳态解  $c_{s1}, c_{s2}, b_s$  与文献

[32]相同。

得到稳态解后,接着讨论与  $E_{pj} \exp(-i\delta_{pj}t)$  ( $j=1,2$ )项有关的系数方程组(忽略可以导致二

阶边带的非线性项  $\delta c_j^\dagger \delta c_j$  和  $\delta c_j \delta b$  ( $j=1,2,3$ )<sup>[37]</sup>,

只保留包含  $E_{pj} \exp(-i\delta_{pj}t)$  ( $j=1,2$ )的项),即

$$\begin{cases} \delta \dot{c}_1 = -(\kappa_{c1}/2 + i\Delta_1)\delta c_1 - ig_1 c_{s1}(\delta b^\dagger + \delta b) - iJ\delta c_2 + E_{p1} \exp(-i\delta_{p1}t) \\ \delta \dot{c}_2 = -(\kappa_{c2}/2 + i\Delta_2)\delta c_2 - ig_2 c_{s2}(\delta b^\dagger + \delta b) - iJ\delta c_1 + E_{p2} \exp(-i\delta_{p2}t) \\ \delta \dot{c}_3 = -(\kappa_{c3}/2 + i\Delta_3)\delta c_3 - ig_3 c_{s3}(\delta b^\dagger + \delta b) \\ \delta \dot{b} = -(\gamma_m/2 + i\omega_m)\delta b - ig_1(c_{s1}\delta c_1^\dagger + c_{s1}^* \delta c_1) - ig_2(c_{s2}\delta c_2^\dagger + c_{s2}^* \delta c_2) - \\ ig_3(c_{s3}\delta c_3^\dagger + c_{s3}^* \delta c_3) \end{cases} \quad (5)$$

令  $\delta b = \delta b \exp(-i\omega_m t)$ ,  $\delta c_1 = \delta c_1 \exp(-i\Delta_1 t)$ ,  $\delta c_2 = \delta c_2 \exp(-i\Delta_2 t)$ ,  $\delta c_3 = \delta c_3 \exp(-i\Delta_3 t)$ <sup>[38]</sup>,利用旋转变近似可将(5)式化为

$$\begin{cases} \delta \dot{c}_1 = -\kappa_{c1}\delta c_1/2 - iG_1\{\exp(i\theta_1)\delta b^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_1)t] + \exp(i\theta_1)\delta b \exp[-i(\omega_m - \Delta_1)t]\} - \\ iJ\delta c_2 \exp[-i(\Delta_2 - \Delta_1)t] + E_{p1} \exp[-i(\delta_{p1} - \Delta_1)t] \\ \delta \dot{c}_2 = -\kappa_{c2}\delta c_2/2 - iG_2\{\exp(i\theta_2)\delta b^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_2)t] + \exp(i\theta_2)\delta b \exp[-i(\omega_m - \Delta_2)t]\} - \\ iJ\delta c_1 \exp[-i(\Delta_1 - \Delta_2)t] + E_{p2} \exp[-i(\delta_{p2} - \Delta_2)t] \\ \delta \dot{c}_3 = -\kappa_{c3}\delta c_3/2 - iG_3\{\exp(-i\theta_3)\delta b^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_3)t] + \exp(i\theta_3)\delta b \exp[-i(\omega_m - \Delta_3)t]\} \\ \delta \dot{b} = -\gamma_m\delta b/2 - iG_1\{\exp(i\theta_1)\delta c_1^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_1)t] + \exp(-i\theta_1)\delta c_1 \exp[i(\omega_m - \Delta_1)t]\} - \\ iG_2\{\exp(i\theta_2)\delta c_2^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_2)t] + \exp(-i\theta_2)\delta c_2 \exp[i(\omega_m - \Delta_2)t]\} - \\ iG_3\{\exp(i\theta_3)\delta c_3^\dagger \exp[i(\omega_m + \Delta_2)t] + \exp(-i\theta_3)\delta c_3 \exp[i(\omega_m - \Delta_3)t]\} \end{cases} \quad (6)$$

式中: $G_1, G_2, G_3$ 为光学腔场  $c_j$  ( $j=1,2,3$ )与机械振子之间的有效光力耦合强度, $G_1 = g_1 c_{s1} \exp(-i\theta_1)$ , $G_2 = g_2 c_{s2} \exp(-i\theta_2)$ , $G_3 = g_3 c_{s3} \exp(-i\theta_3)$ ;  $\theta_j$ 可以通过重新定义算符  $c_{sj}$  ( $j=1,2,3$ )和  $b_s$ 的相位而获得,因为只有  $G_1, G_2$ 和  $J$ 形成的闭合环路相互作用的相位差  $\theta =$

$\theta_2 - \theta_1$ 时才有物理效应<sup>[26]</sup>。所以为了方便,本文设  $\theta_1 = \theta_3 = 0$ ,则  $\theta = \theta_2$ 。如果驱动光场处于力学可分辨红失谐 ( $\omega_m \gg \kappa_{c_j}$ 和  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \omega_m$ ),并且  $\omega_m \gg g_j |c_{sj}|$  ( $j=1,2,3$ ),就可以采用旋波近似忽略掉高频项  $\exp(2i\omega_m t)$ ,从而(6)式转换为线性方程,即

$$\begin{cases} \delta \dot{c}_1 = -\kappa_{c1}\delta c_1/2 - iG_1\delta b - iJ\delta c_2 + E_{p1} \exp(-ix_1t) \\ \delta \dot{c}_2 = -\kappa_{c2}\delta c_2/2 - iG_2 \exp(i\theta)\delta b - iJ\delta c_1 + E_{p2} \exp(-ix_2t) \\ \delta \dot{c}_3 = -\kappa_{c3}\delta c_3/2 - iG_3\delta b \\ \delta \dot{b} = -\gamma_m\delta b/2 - iG_1\delta c_1 - iG_2 \exp(-i\theta)\delta c_2 - iG_3\delta c_3 \end{cases} \quad (7)$$

式中: $x_1 = \delta_{p1} - \Delta_1$ ,  $x_2 = \delta_{p2} - \Delta_2$ 。为简单起见,假设  $\delta_{p1} = \delta_{p2}$ ,则有  $x_1 = x_2 = x$ 。

(7)式也可以用矩阵形式表示为

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{A}\mathbf{u} + \mathbf{n}, \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{u} = [\delta c_1 \ \delta c_2 \ \delta c_3 \ \delta b]^\top$ ,  $\mathbf{n} = [E_{p1} \exp(-ixt) \ E_{p2} \exp(-ixt) \ 0 \ 0]^\top$ ;  $\mathbf{A}$ 为系数矩阵,其表达式为

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -\kappa_{c1}/2 & -iJ & 0 & -iG_1 \\ -iJ & -\kappa_{c2}/2 & 0 & -iG_2 \exp(i\theta) \\ 0 & 0 & -\kappa_{c3}/2 & -iG_3 \\ -iG_1 & -iG_2 \exp(-i\theta) & -iG_3 & -\gamma_m/2 \end{pmatrix} \quad (9)$$

当系数矩阵 $\mathbf{A}$ 所有特征值的实部为负时,系统

才是稳定的,可以根据劳斯-霍尔维茨(Routh-Hurwitz)准则求出系统稳定的条件。但是推导过

程太复杂,这里就省略不写了。

此时与(8)式相关的有效哈密顿量可以写为

$$H_{\text{eff}} = G_1(\delta b \delta c_1^\dagger + \delta b^\dagger \delta c_1) + G_2[\exp(i\theta)\delta b \delta c_2^\dagger + \exp(-i\theta)\delta b^\dagger \delta c_2] + G_3(\delta b \delta c_3^\dagger + \delta b^\dagger \delta c_3) - iJ\delta c_1 \delta c_2. \quad (10)$$

(10)式是分束器型哈密顿量,表示产生一个声子(光子),就会湮灭一个光子(声子)。光场在这种系统中的传播在很大程度上取决于不同环路之间的干扰。非零相位差会破坏系统的时间反转对称性,产生非互易光响应。即当 $\theta \neq n\pi$ ( $n$ 为整数)时,时间反演算符 $T$ 和有效哈密顿量 $H_{\text{eff}}$ 不对易,亦即 $[T, H_{\text{eff}}] \neq 0$ <sup>[33]</sup>。

根据(7)式的具体表达形式,可以假设(7)式的解具有如下形式:

$$S = S_+ \exp(-ixt) + S_- \exp(-ixt), \quad (11)$$

其中 $S$ 代表算符 $\delta b, \delta c_j$ ( $j=1, 2, 3$ )。将(11)式代入(7)式,然后对比方程两边各项系数,经过复杂计算可得

$$\begin{cases} \delta c_{1+} = \frac{(8G_2^2 + 2\gamma_{xm}\kappa_{xc2})E_{p1} - [8G_1G_2 \exp(-i\theta) + 4iJ\gamma_{xm}]E_{p2}}{\Re - 16iG_1G_2J \cos \theta} \\ \delta c_{2+} = \frac{(8G_1^2 + 2\gamma_{xm}\kappa_{xc1})E_{p2} - [8G_1G_2 \exp(i\theta) + 4iJ\gamma_{xm}]E_{p1}}{\Re - 16iG_1G_2J \cos \theta} \\ \delta c_{3+} = \frac{2G_3[-G_1\kappa_{xc2} + 2iG_2J \exp(-i\theta)]E_{p1} - 2G_3[2iG_1J - G_2\kappa_{xc1} \exp(-i\theta)]E_{p2}}{\kappa_{xc3}(4iG_1G_2J \cos \theta - \Re/4)} \\ \delta b_+ = \frac{[iG_1\kappa_{xc2} + 2G_2J \exp(-i\theta)]E_{p1} - [2G_1J + iG_2\kappa_{xc1} \exp(-i\theta)]E_{p2}}{4iG_1G_2J \cos \theta - \Re/4} \end{cases}, \quad (12)$$

式中: $\kappa_{xc1} = \kappa_{c1} - 2ix, \kappa_{xc2} = \kappa_{c2} - 2ix, \kappa_{xc3} = \kappa_{c3} - 2ix, \gamma_{xm} = \gamma_m - 2ix + \frac{4G_3^2}{\kappa_{xc3}}, \Re = 4G_2^2\kappa_{xc1} + 4G_1^2\kappa_{xc2} + 4J^2\gamma_{xm} + \kappa_{xc1}\kappa_{xc2}\gamma_{xm}$ 。

为了研究非互易性,就必须研究输出光场的传输振幅。它可以根据标准的输入-输出关系得到,即

$$\begin{cases} E_{p1}^{\text{out}} + E_{p1}^{\text{in}} \exp(-ixt) = \sqrt{\kappa_{c1}} \delta c_1 \\ E_{p2}^{\text{out}} + E_{p2}^{\text{in}} \exp(-ixt) = \sqrt{\kappa_{c2}} \delta c_2 \end{cases}, \quad (13)$$

这里 $E_{p1, p2}^{\text{in}} = E_{p1, p2} / \sqrt{\kappa_{c1, c2}}$ 。根据(11)式可以得到输出场为

$$\begin{cases} E_{p1+}^{\text{out}} = \sqrt{\kappa_{c1}} \delta c_{1+} - E_{p1} / \sqrt{\kappa_{c1}} \\ E_{p2+}^{\text{out}} = \sqrt{\kappa_{c2}} \delta c_{2+} - E_{p2} / \sqrt{\kappa_{c2}} \end{cases}. \quad (14)$$

本文定义 $T_{12} = |E_{p2+}^{\text{out}} / E_{p1}^{\text{in}}|_{E_{p2}^{\text{in}}=0}$ 和 $T_{21} = |E_{p1+}^{\text{out}} / E_{p2}^{\text{in}}|_{E_{p1}^{\text{in}}=0}$ ,这里 $T_{12}$ ( $T_{21}$ )描述了入射到光学腔场 $c_1$ ( $c_2$ )上的探测场通过外部耦合从光学腔场 $c_2$ ( $c_1$ )输出时的传输振幅。将传输振幅代入(14)式中可得

$$\begin{cases} T_{12} = -\sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}} \frac{8G_1G_2 \exp(i\theta) + 4iJ\gamma_{xm}}{\Re - 16iG_1G_2J \cos \theta} \\ T_{21} = -\sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}} \frac{8G_1G_2 \exp(-i\theta) + 4iJ\gamma_{xm}}{\Re - 16iG_1G_2J \cos \theta} \end{cases}. \quad (15)$$

根据(15)式可以研究三腔光力学系统的非互易性。为了实现完美的非互易性,要求从光学腔场 $c_1$ 输入的探测场可以完全传输到光学腔场 $c_2$ 中,但从光学腔场 $c_2$ 输入的探测场完全不能传输到光学腔场 $c_1$ 中。即:传输振幅满足 $T_{12}=1$ 和 $T_{21}=0$ <sup>[32]</sup>。或者,从光学腔场 $c_2$ 输入的探测场可以完全传输到光学腔场 $c_1$ 中,但从光学腔场 $c_1$ 输入的探测场完全不能传输到光学腔场 $c_2$ 中。即:传输振幅满足 $T_{12}=0$ 和 $T_{21}=1$ 。后者表述的情况正好与前者相反。

### 3 光学非互易性

这一部分将详细讨论如何在三腔光力学系统中实现非互易性。首先讨论相位差对非互易性的影响。这里,本文设定 $\kappa_{c1}=1, \kappa_{c2}=1, \kappa_{c3}=1, \gamma_m=1, G_1 = \sqrt{\kappa_{c1}\gamma_m}/2, G_2 = \sqrt{\kappa_{c2}\gamma_m}/2, G_3 = 0.2\sqrt{\kappa_{c3}\gamma_m}/2, J = \sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}}/2$ 。

图2给出传输振幅 $T_{12}$ 和 $T_{21}$ 在不同相位差下随着标准化失谐 $x/\kappa_{c1}$ 的演化关系图。由图2(a)可以看出,当 $\theta = -\pi/2$ 时,在共振点处( $x=0$ ), $T_{21}$ 达到最大值( $T_{21}=1$ ),而 $T_{12}$ 达到最小值( $T_{12}=0$ )。这表明,从光学腔场 $c_2$ 入射到光学腔场 $c_1$ 的探测场

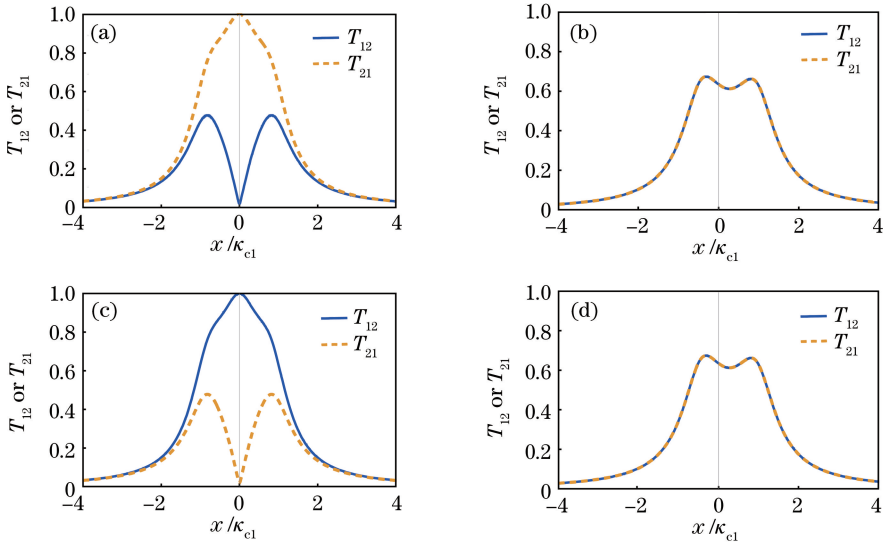


图 2 传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  在不同相位差  $\theta$  下随标准化失谐  $x/\kappa_{c1}$  的演化。(a)  $\theta = -\pi/2$ ; (b)  $\theta = 0$ ; (c)  $\theta = \pi/2$ ; (d)  $\theta = \pi$

Fig. 2 Transmission amplitudes  $T_{12}$  and  $T_{21}$  versus normalized detuning  $x/\kappa_{c1}$  for different phase differences.

(a)  $\theta = -\pi/2$ ; (b)  $\theta = 0$ ; (c)  $\theta = \pi/2$ ; (d)  $\theta = \pi$

可以完全透过,而从光学腔场  $c_1$  入射到光学腔场  $c_2$  的探测场不可以透过,实现了完美的非互易性。非互易性的实现可以用两条路径之间的干涉作用来解释,其中一条路径是  $c_1 \rightarrow b \rightarrow c_2$ ,其传输幅度与  $G_1$ 、 $G_2$  成正比;另一条路径是  $c_1 \rightarrow c_2$ ,传输振幅与  $J$  成正比。这两条路径之间的相长干涉导致从光学腔场  $c_2$  入射到光学腔场  $c_1$  的探测场可以透过,但由于相消干涉,从光学腔场  $c_1$  入射到光学腔场  $c_2$  的探测场的传输受到抑制。

当将相位从  $\theta = -\pi/2$  变化到  $\theta = \pi/2$  时,在共振点处( $x=0$  处),传输振幅  $T_{12}$  达到最大值( $T_{12} = 1$ ),而传输振幅  $T_{21}$  达到最小值( $T_{21} = 0$ ),如图 2 (c)所示。这表明,从光学腔场  $c_1$  输入的探测场可以完全传输到光学腔场  $c_2$  中,但从光学腔场  $c_2$  输入的探测场完全不能传输到光学腔场  $c_1$  中。这时的情况正好和  $\theta = -\pi/2$  时的相反。

当  $\theta = 0$  和  $\theta = \pi$  时,在  $-4 < x/\kappa_{c1} < 4$  的范围内,不同方向的传输振幅是相等的,即  $T_{12} = T_{21}$ ,如图 2(b)、(d)所示。在这两种情况下,腔光力学系统中出现了光的互易性传输。对比图 2(a)~(d)可以看出,相位差  $\theta$  不光决定了系统中能否发生非互易性,还决定了发生非互易性的方向。

通过图 2 的分析可以知道,相位差可以影响传输振幅。为了精确地了解相位差和传输振幅的关系,本文在图 3 中给出当标准化失谐为零( $x=0$ )时,传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  随相位差  $\theta$  的变化。在给定的参数下,可以看出:当相位差  $\theta = 0$  和  $\theta = \pm\pi$

时,传输振幅  $T_{21} = T_{12}$ ,满足洛伦兹互易定理,该腔光力学系统对探测场的响应是相等的;然而,当相位差  $\theta \neq 0, \pm\pi$  时,时间反转对称性被破坏,腔光力学系统表现出非互易性,传输振幅  $T_{21} \neq T_{12}$ ;当相位差  $\theta = \pm\pi/2$  时,可以得到完美的非互易响应(相位差  $\theta = \pi/2$  时,传输振幅  $T_{12} = 1, T_{21} = 0$ ;相位差  $\theta = -\pi/2$ ,传输振幅  $T_{12} = 0, T_{21} = 1$ );当相位差  $0 < \theta < \pi$  时,传输振幅  $T_{21} < T_{12}$ ;当相位差  $-\pi < \theta < 0$  时,传输振幅  $T_{21} > T_{12}$ 。

由以上可以发现,图 3 和图 2 的表述是一致的。不失一般性,在接下来的讨论中本文设相位差  $\theta = \pi/2$ 。

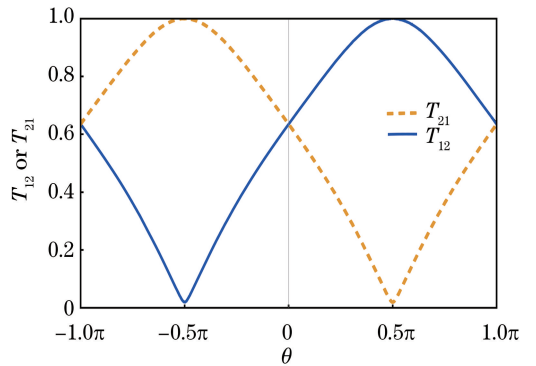


图 3 标准化失谐为零( $x=0$ )时,传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  随相位差  $\theta$  的变化

Fig. 3 Transmission amplitudes  $T_{12}$  and  $T_{21}$  versus phase difference  $\theta$  when normalized detuning is 0

根据上文所述的(15)式,当相位差满足  $\theta = 0$

时,  $T_{12} = T_{21} = -\frac{\sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}}(8G_1G_2+4iJ\gamma_{xm})}{\Re-16iG_1G_2J}$ ; 当相位差满足  $\theta = \pi/2$  时, 有  $T_{12} \neq T_{21}$ , 其中  $T_{12} = -\frac{\sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}}(8iG_1G_2+4iJ\gamma_{xm})}{\Re-16iG_1G_2J}$ ,  $T_{21} = -\frac{\sqrt{\kappa_{c1}\kappa_{c2}}(-8iG_1G_2+4iJ\gamma_{xm})}{\Re-16iG_1G_2J}$ 。同时需要注意到, 若要满足传输振幅  $T_{12} = 1, T_{21} = 0$ , 必须要有  $J = 2G_1G_2/\gamma_{xm}$ 。

接下来讨论有效光力耦合强度  $G_2/G_1$  对非互易性的影响。为了方便起见, 这里讨论标准化失谐  $x=0$ 、相位差  $\theta = \pi/2$ 、光学腔场之间耦合系数  $J = 2G_1G_2/\gamma_{xm}$  时, 传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  随有效光力耦合强度  $G_2/G_1$  的变化。由图 4 可以看出: 当有效光力耦合强度  $G_2/G_1 = 0$  时, 即机械振子 b 和光学腔场  $c_j (j=1, 2)$  是解耦的, 系统退回到标准的腔光力学系统, 即便这时光学腔场  $c_3$  和机械振子 b 之间依然存在光力相互作用, 但传输振幅  $T_{21} = T_{12}$ , 腔光力学系统中会呈现出光的互易性; 当有效光力耦合强度  $G_2/G_1 > 0$  时,  $T_{21} \neq T_{12}$ , 传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  的演化趋势完全不一致, 有效光力耦合强度对传输振幅  $T_{21}$  和  $T_{12}$  有明显影响; 随着有效光力耦合强度  $G_2/G_1$  增大, 传输振幅  $T_{12}$  曲线呈先递增后递减的变化趋势, 而传输振幅  $T_{21}$  基本保持不变; 当有效光力耦合强度  $G_2/G_1 \approx 1$  时,  $T_{21} = 1, T_{12} = 0$ , 这时

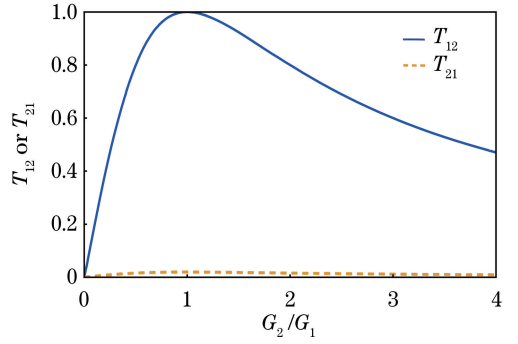


图 4 传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  随有效光力耦合强度  $G_2/G_1$  的变化

Fig. 4 Transmission amplitudes  $T_{12}$  and  $T_{21}$  versus effective optomechanical coupling intensity  $G_2/G_1$

非互易性最完美。

最后分析光学腔场的耗散率对非互易性的影响。图 5 给出了传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  在不同耗散率  $\kappa_{c2}$  (光学腔场  $c_2$  中的耗散率) 下随着标准化失谐  $x/\kappa_{c1}$  的变化曲线, 作图时取相位差  $\theta = \pi/2$ , 光学腔场之间的耦合强度  $J = 0.5$ 。其他参数与图 2 一样。可以看出: 随着光学腔场耗散率  $\kappa_{c2}$  降低, 非互易性发生了明显变化; 当光学腔场的耗散率降低到  $\kappa_{c2} = 1$  时, 达到了一个获得非互易性的最佳值 ( $T_{21} = 0, T_{12} = 1$ , 在共振点处); 继续降低光学腔场的耗散率, 非互易性逐步减弱。所以, 并不是光学腔场的耗散率越低越好。

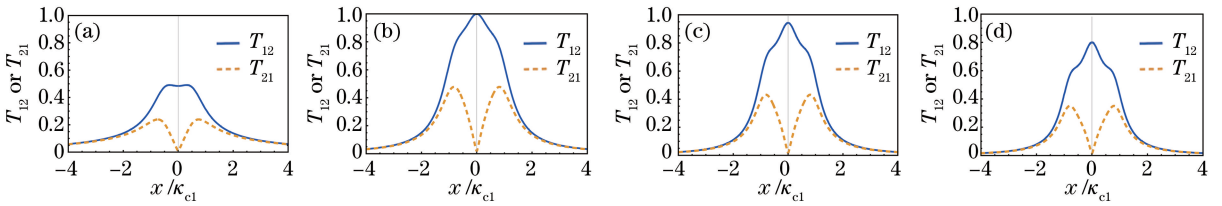


图 5 传输振幅  $T_{12}$  和  $T_{21}$  在不同耗散率  $\kappa_{c2}$  下随着标准化失谐  $x/\kappa_{c1}$  的变化曲线。

(a)  $\kappa_{c2} = 15$ ; (b)  $\kappa_{c2} = 1$ ; (c)  $\kappa_{c2} = 0.5$ ; (d)  $\kappa_{c2} = 0.25$

Fig. 5 Transmission amplitudes  $T_{12}$  and  $T_{21}$  versus normalized detuning  $x/\kappa_{c1}$  for different cavity damping rates.

(a)  $\kappa_{c2} = 15$ ; (b)  $\kappa_{c2} = 1$ ; (c)  $\kappa_{c2} = 0.5$ ; (d)  $\kappa_{c2} = 0.25$

## 4 结 论

本文研究了由三个光学腔场、一个机械振子、三个驱动光场、两个探测光场构成的复合腔光力学系统的非互易性。研究表明, 三腔光力学系统中的非互易性来源于光力相互作用和两个光学腔场相互作用之间的量子干涉效应。

本文首先分析了相位差对非互易性的影响。当相位差  $\theta = \pm\pi/2$  时, 从光学腔场  $c_1 (c_2)$  入射到光学

腔场  $c_2 (c_1)$  的探测场可以完全透过, 而从光学腔场  $c_2 (c_1)$  入射到光学腔场  $c_1 (c_2)$  的探测场不可以透过; 在共振点  $x = 0$  处, 系统实现了完美的非互易性。当相位差  $\theta \neq \pm\pi/2$  时, 系统中出现了光的互易性传输。由此可见, 相位差  $\theta$  不光决定了系统中能否发生非互易性, 还决定了发生非互易性的方向。之后, 本文研究了有效光力耦合强度  $G_2/G_1$  对非互易性的影响。当  $G_2/G_1 = 0$  时, 由于缺少光力相互作用, 系统不能呈现出非互易性。当  $G_2/G_1$  逐渐增

加时,传输振幅  $T_{12}$  先递增后递减,传输振幅  $T_{21}$  基本保持不变,系统中出现光的互易性传输。最后,本文讨论了光学腔场的耗散率  $\kappa_{c2}$  对非互易性的影响,并得出了当  $\kappa_{c2}=1$  时系统中可出现完美非互易性的结论。本文在理论上研究的非互易性原理具有普适性,有望实现光隔离器。

## 参 考 文 献

- [1] Agarwal G S, Huang S M. Electromagnetically induced transparency in mechanical effects of light [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(4): 041803.
- [2] Weis S, Rivière R, Deléglise S, et al. Optomechanically induced transparency[J]. *Science*, 2010, 330(6010): 1520-1523.
- [3] Hocke F, Zhou X, Schliesser A, et al. Electromechanically induced absorption in a circuit nano-electromechanical system [J]. *New Journal of Physics*, 2012, 14(12): 123037.
- [4] Qu K N, Agarwal G S. Phonon-mediated electromagnetically induced absorption in hybrid opto-electromechanical systems [J]. *Physical Review A*, 2013, 87(3): 031802.
- [5] Massel F, Heikkilä T T, Pirkkalainen J M, et al. Microwave amplification with nanomechanical resonators[J]. *Nature*, 2011, 480(7377): 351-354.
- [6] Metelmann A, Clerk A A. Quantum-limited amplification via reservoir engineering [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(13): 133904.
- [7] Jia W Z, Wei L F, Li Y, et al. Phase-dependent optical response properties in an optomechanical system by coherently driving the mechanical resonator [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(4): 043843.
- [8] Xu X W, Li Y. Controllable optical output fields from an optomechanical system with mechanical driving [J]. *Physical Review A*, 2015, 92(2): 023855.
- [9] Si L G, Xiong H, Zubairy M S, et al. Optomechanically induced opacity and amplification in a quadratically coupled optomechanical system [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(3): 033803.
- [10] Chan J, Mayer Alegre T P, Safavi-Naeini A H, et al. Laser cooling of a nanomechanical oscillator into its quantum ground state [J]. *Nature*, 2011, 478(7367): 89-92.
- [11] Teufel J D, Donner T, Li D, et al. Sideband cooling of micromechanical motion to the quantum ground state [J]. *Nature*, 2011, 475(7356): 359-363.
- [12] Yan X B, Cui C L, Gu K H, et al. Coherent perfect absorption, transmission, and synthesis in a double-cavity optomechanical system [J]. *Optics Express*, 2014, 22(5): 4886-4895.
- [13] Vitali D, Gigan S, Ferreira A, et al. Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 98(3): 030405.
- [14] Wang J, Tian X D, Liu Y M, et al. Entanglement manipulation via Coulomb interaction in an optomechanical cavity assisted by two-level cold atoms [J]. *Laser Physics*, 2018, 28(6): 065202.
- [15] Yan X B, Yan X B, Deng Z J, et al. Entanglement optimization of filtered output fields in cavity optomechanics [J]. *Optics Express*, 2019, 27(17): 24393-24402.
- [16] Jalas D, Petrov A, Eich M, et al. What is — and what is not — an optical isolator [J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(8): 579-582.
- [17] Huang R, Miranowicz A, Liao J, et al. Nonreciprocal photon blockade [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 121(15): 153601.
- [18] Haldane F D M, Raghu S. Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry [J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(1): 013904.
- [19] Khanikaev A B, Mousavi S H, Shvets G, et al. One-way extraordinary optical transmission and nonreciprocal spoof plasmons [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(12): 126804.
- [20] Bi L, Hu J, Jiang P, et al. On-chip optical isolation in monolithically integrated non-reciprocal optical resonators [J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(12): 758-762.
- [21] Aplet L J, Carson J W. A Faraday effect optical isolator [J]. *Applied Optics*, 1964, 3(4): 544-545.
- [22] Potton R J. Reciprocity in optics [J]. *Reports on Progress in Physics*, 2004, 67(5): 717-754.
- [23] Zhang S C, Hu Y Q, Lin G W, et al. Thermal-motion-induced non-reciprocal quantum optical system [J]. *Nature Photonics*, 2018, 12(12): 744-748.
- [24] Shen Z, Zhang Y L, Chen Y, et al. Reconfigurable optomechanical circulator and directional amplifier [J]. *Nature Communications*, 2018, 9(1): 1797.
- [25] Miri M A, Ruesink F, Verhagen E, et al. Optical nonreciprocity based on optomechanical coupling [J].



- Physical Review Applied, 2017, 7(6): 064014.
- [26] Jiang C, Ji B W, Cui Y S, et al. Quantum-limited directional amplifier based on a triple-cavity optomechanical system [J]. Optics Express, 2018, 26(12): 15255.
- [27] Jiang C, Song L N, Li Y. Directional phase-sensitive amplifier between microwave and optical photons[J]. Physical Review A, 2019, 99(2): 023823.
- [28] Xu X W, Li Y. Optical nonreciprocity and optomechanical circulator in three-mode optomechanical systems [J]. Physical Review A, 2015, 91(5): 053854.
- [29] Xu X W, Li Y, Chen A X, et al. Nonreciprocal conversion between microwave and optical photons in electro-optomechanical systems[J]. Physical Review A, 2016, 93(2): 023827.
- [30] Jiang C, Song L N, Li Y. Directional amplifier in an optomechanical system with optical gain[J]. Physical Review A, 2018, 97(5): 053812.
- [31] Xu X W, Song L N, Zheng Q, et al. Optomechanically induced nonreciprocity in a three-mode optomechanical system[J]. Physical Review A, 2018, 98(6): 063845.
- [32] Xia C C, Yan X B, Tian X D, et al. Ideal optical isolator with a two-cavity optomechanical system[J]. Optics Communications, 2019, 451: 197-201.
- [33] Zhang L W, Li X L, Yang L. Optical nonreciprocity with blue-detuned driving in two-cavity optomechanics[J]. Acta Physica Sinica, 2019, 68(17): 170701.
- 张利巍, 李贤丽, 杨柳. 蓝失谐驱动下双腔光力系统中的光学非互易性[J]. 物理学报, 2019, 68(17): 170701.
- [34] Zhao L H, Li X L, Lu H L, et al. Perfect optical nonreciprocity with mechanical driving in a three-mode optomechanical system[J]. Communications in Theoretical Physics, 2019, 71(8): 1011-1016.
- [35] Giovannetti V, Vitali D. Phase-noise measurement in a cavity with a movable mirror undergoing quantum Brownian motion[J]. Physical Review A, 2001, 63(2): 023812.
- [36] Wang J. Optical nonreciprocity in two-cavity optomechanical system [J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2020, 37(3): 328-336.
- 王婧. 双腔光力学系统中光学非互易[J]. 量子电子学报, 2020, 37(3): 328-336.
- [37] Xiong H, Si L G, Zheng A S, et al. Higher-order sidebands in optomechanically induced transparency [J]. Physical Review A, 2012, 86(1): 013815.
- [38] Genes C, Mari A, Tombesi P, et al. Robust entanglement of a micromechanical resonator with output optical fields [J]. Physical Review A, 2008, 78(3): 032316.