基于余弦相似度的点云配准算法

詹旭^{1,2},蔡勇¹*

¹西南科技大学信息工程学院,四川 绵阳 621010; ²四川轻化工大学自动化与信息工程学院,四川 自贡 643000

摘要 提出了一种基于余弦相似度的点云配准(PCR-CS)算法,该算法主要解决点云刚性配准问题,即找到点云配 准的旋转矩阵 R 和平移矩阵 T,从而实现原始点云 P 到目标点云 Q 的配准。先对两个待配准点云进行去中心化处 理,再进行点云余弦相似度的研究,将两个待配准的三维点云分别投影到 XY 平面上,对 XY 平面上的点云进行栅 格化处理,统计栅格上的数据点从而形成统计矩阵 S_P 和 S_Q,采用差分进化算法,以两点云余弦相似度为条件,寻 求最优 R,从而实现点云配准,最后,利用中心点计算 T。实验结果表明,与其他算法相比,该算法具有较高的配准 精度,即使在点云数据伴随有噪声和数据缺失的情况下,也都能达到良好的配准效果。

关键词 机器视觉; 点云; 余弦相似度; 差分进化算法

中图分类号 TP391.9 文献标志码 A

doi: 10.3788/LOP57.121503

Point Cloud Registration Algorithm Based on Cosine Similarity

Zhan $Xu^{1,2}$, Cai Yong^{1 *}

 $^{\rm 1}$ School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology,

Mianyang, Sichuan 621010, China;

 $^{\circ}$ School of Automation and Information Engineering, Sichuan University of Science & Engineering,

Zigong, Sichuan 643000, China

Abstract A point cloud registration algorithm based on cosine similarity (PCR-CS) is proposed. This algorithm mainly solves the problem of point cloud rigid registration, which involves finding the rotation matrix R and the translation matrix T of the point cloud registration to realize registration between the original point cloud P and the target point cloud Q. In the proposed algorithm, first, the two points clouds to be registered are decentralized and the cosine similarity of the point clouds is studied. Then, the two three-dimensional point clouds to be registered are projected onto the XY plane and rasterized on the XY plane. The data points on the statistical grid form the statistical matrices S_P and S_Q . Moreover, the differential evolution algorithm is used to find the optimal R under the condition of the cosine similarity of the two points clouds to achieve point cloud registration. Finally, the center point is used to calculate T. Experiment results show that compared with other algorithms, the proposed algorithm has higher registration accuracy. In addition, even when the point cloud data are accompanied by noise or missing data, it can achieve good registration results.

Key words machine vision; point could; cosine similarity; differential evolution algorithm OCIS codes 150.6910; 110.6880; 110.3010

1 引 言

配准技术在数据检测领域中是一种关键性技

术,广泛应用于无损检测、逆向工程和虚拟现实等领域。点云配准主要用于组件测试、模型评估、误差分 析和数据拟合,主要是对不同视角下采集的点云数

收稿日期: 2019-09-02; 修回日期: 2019-10-13; 录用日期: 2019-11-08

基金项目:四川省重大科技专项(2018GZDZX0045)、四川省科技计划(2016SZ0074)、四川轻化工大学人才引进项目 (2019RC13)、人工智能四川省重点实验室开放资金项目(2018RYY01)

据进行平移旋转操作,从而获得一个完整的三维点 云模型,其是数据检测领域中的重要核心技术。根 据点云配准原理,点云配准可分为特征点配准和非 特征点配准。特征点配准主要提取待配准两点云的 对应特征点,再利用四元素法或奇异值算法等计算 旋转平移参数,从而实现配准,但该算法在提取特征 点时往往需要花费大量时间,而且点云中含有噪声 点时,配准精度不能有效保证。非特征点配准主要 利用优化算法,如遗传算法和粒子群算法,选取目标 函数从而找到旋转平移参数以实现配准。迭代最近 节点(ICP)算法是最经典算法,其属于非特征配准。 由于点云在提取数据时,往往伴随噪声、数据缺失和 乱序等问题,许多学者在这些方面展开大量工作。

ICP 算法由 Besl 和 McKay^[1]提出,是目前最经 典算法之一,搜索两个配准点云间的对应关系来计 算变换矩阵,但该算法需要一个良好的初始值来保 证收敛性。为了改进 ICP,许多学者提出了改进算 法^[2-5]。王畅等^[6]提出了一种基于结构特征的点云 快速配准算法,该算法精度高,速度快,但在点云缺 失比较严重的情况下,不能达到有效的配准效果。 唐志荣等^[7]提出了基于因子分析法的三维点云配准 算法,该算法精度高,速度快,但尚未提出点云局部 配准的解决方案。李传龙等^[8]提出了基于改进动态 差分进化算法的点云配准算法,其具有一定的配准 精度,但在提取特征点时会花费大量时间。赵敏 等^[9]提出了基于 *l^p* 空间(由 *p* 次可积函数组成的空 间)力学模型的三维点云配准算法,该算法速度快, 具有较好的配准精度。

为了提高伴随噪声和缺失等问题的点云数据 的配准精度,本文提出了基于余弦相似度的点云 配准(PCR-CS)算法。该算法提出了一种计算两点 云余弦相似度的方法;借助差分优化算法,以计算 两点云余弦相似度为条件,寻求最优旋转矩阵 R; 最后,根据获取的 R,计算平移矩阵 T 以实现两点 云配准。实验对比结果表明,该算法具有较高的 配准精度。



2 基于余弦相似度的点云配准

2.1 去中心化

假设原始点云为 $P(p_1, p_2, ..., p_n), P \in \mathbb{R}^3$,目标点云为 $Q(q_1, q_2, ..., q_m), Q \in \mathbb{R}^3$,根据刚性配准 原理,Q = RP + T。那么P和Q的中心点 \bar{P} 和 \bar{Q} 可 计算为

$$\bar{\boldsymbol{P}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_{i}, \qquad (1)$$

$$\bar{\boldsymbol{Q}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{q}_i \,. \tag{2}$$

去中心化后的点云为

$$\widetilde{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{P} - \bar{\boldsymbol{P}}, \qquad (3)$$

$$\tilde{\boldsymbol{Q}} = \boldsymbol{Q} - \bar{\boldsymbol{Q}}, \qquad (4)$$

则点云配准原理转换为

$$\widetilde{Q} = R\widetilde{P}_{\circ} \tag{5}$$

从(5)式可以看到,点云去中心化后,配准问题 转换成求解 R 的问题。为了找到合理的 R 达到较 高的配准精度,研究了余弦相似度和差分进化算法。

2.2 余弦相似度

余弦相似度利用两个向量的夹角来衡量其相似 程度,假设有两个向量 A 和 B,其余弦相似度 θ 为

$$\cos \theta = \frac{\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}}{\|\boldsymbol{A}\| \| \boldsymbol{B}\|} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_{i} \times B_{i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} A_{i}^{2}} \times \sqrt{\sum_{i=1}^{n} B_{i}^{2}}}, \quad (6)$$

式中: A_i 和 B_i 为A和B的各分量。

利用余弦相似度计算两点云的相似程度,步骤 如下。

将 P 和 Q 投影到 XY 平面上并将其栅格
 化,处理后结果如图 1 所示。

2)统计每个栅格中的点云数目,分别形成统计 矩阵 S_P 和 S_Q ,其中 S_P 为P的统计矩阵, S_Q 为Q的 统计矩阵,两点云的相似度 $\theta_{\rm cp}$ 为



图 1 点云栅格化处理。(a)原始点云栅格化;(b)目标点云栅格化

Fig. 1 Point cloud rasterization. (a) Original point cloud rasterization; (b) target point cloud rasterization

$$\cos \theta_{\rm ep} = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_{P_i} \times S_{Q_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} S_{P_i}^2} \times \sqrt{\sum_{i=1}^{n} S_{Q_i}^2}}, \qquad (7)$$

式中: S_{P_i} 和 S_{Q_i} 分别为 S_P 和 S_Q 的各分量; $n = a \times b$ 。 若 S_P 的大小为 $m_1 \times n_1$, S_Q 的大小为 $m_2 \times n_2$,则

$$a = \begin{cases} m_1, & m_1 > m_2 \\ m_2, & m_1 < m_2 \end{cases}, \tag{8}$$

$$b = \begin{cases} n_1, & n_1 > n_2 \\ n_2, & n_1 < n_2 \end{cases}$$
(9)

将矩阵 S_P 和 S_Q 扩展成大小为 n 的矩阵,不足 位以零填充。从(5)式可以看到,如果 \tilde{P} 和 \tilde{Q} 能达到 较高配准精度, $\theta_{ep} \rightarrow 0$, cos $\theta_{ep} \rightarrow 1$, 为此采用了差分进 化(DE)算法,寻求最优 R。

2.3 DE 算法

DE 算法由 Storn 和 Price^[10]于 1997 年首次提 出,主要解决优化问题,被广泛应用于各个领域。采 用 DE 算法寻求最优 R,以两个点云的余弦相似度 为约束条件,使得点云配准达到一个较高的配准精 度,主要参数有种群大小(N)、缩放因子(F)和交叉 概率(C_R)。

N 主要反映算法中种群信息量的大小,N 值越 大,种群信息越丰富,但带来的后果就是计算量变 大,不利于求解。反之,使种群多样性受到限制,不 利于算法求得全局最优解,甚至会导致搜索停滞。

C_R主要反映在交叉过程中,子代与父代和中间 变异体之间交换信息量的大小程度。C_R值越大,信 息量交换的程度越大。反之,如果 C_R值偏小,会使 种群的多样性快速减少,不利于全局寻优。

相对于 C_R,F 对算法性能的影响更大,F 主要影 响算法的全局寻优能力。F 值越小,算法对局部的搜 索能力更好,F 值越大,算法越能跳出局部极小点,但 收敛速度会变慢。此外,F 还影响种群的多样性^[10]。

DE 算法的流程如下。

1) 设定 DE 算法参数:迭代次数 $M = 30, N = 20, F = 0.5, C_R = 0.9,$ 数据维度 D = 3,设置各维度 上限和下限。

2) 随机产生初始种群,种群大小为 N,即随机 产生 **R**_i(*i*=1,2,3,...,N)。

3) 对初始种群进行评价,计算初始种群中个体的适应度值,即 P 通过 R_i 旋转后,计算对应的 S_{PR_i} , 从而获得对应的余弦相似度 cos θ_{R_i} 。找到与余弦相 似度最接近 1 对应的 R',并设置为 $R_g = R', R_b =$ R',其中 R_g 为本次迭代的最优值, R_b 为整个迭代 算法的最优值。

进入循环,设G=1:M。

4) 变异操作。a) 从 R_i 中随机选取 3 个不同 R_j (j = 1, 2, 3)。b) 对 R_j 进行变异,即计算缩放因子 $F: k = \exp[(1 - M)/(M + 1 - G)], F = F_0 \times 2^k$ (其中 F_0 为变异概率, 一般选为 0.5。)c)产生变异 个体 $V_i: V_i = R_1 + F \times (R_2 - R_3)$ 。

5) 交叉操作。利用 randnum_{*t*} = randperm(*D*) 将序号 *D* 随机打乱,randperm(•)为 MATLAB 函 数,功能为将一列序号随机打乱,序号必须是整数, randnum_{*t*} 表示第 *t* 个随机数。如果 rand> C_R 和 randnum(*t*)! =*t*,其中 rand 是随机产生(0,1)的数 据,那么交叉操作后的个体 $U_i = R_i$;否则 $U_i = V_i$ 。

6)选择操作。a)计算 U_i 中每个个体的适应度 值,即P通过 U_i 旋转后,计算对应的 S_{PU_i} ,从而获取 对应的余弦相似度 cos θ_{U_i} ,找到与余弦相似度最接近 1 对应的R',并设置为 $R_g = R'$;b)比较 R_g 与 R_b ,如果 R_g 为最优旋转矩阵,则 $R_b = R_g$,循环结束。

7) 找到最优 **R**=**R**_b。

算法流程如图2所示。



图 2 基于 DE 算法的寻优 R 流程图 Fig. 2 Search for optimal R flowchart based on DE

2.4 计算T

找到最优 R 后,可利用中心点计算 T,表达式为 $T = \bar{O} - R\bar{P}$ 。(10)

3 实验仿真

实验采用 MATLAB R2012b 软件进行仿真,实 验数据来自于斯坦福大学激光扫描数据库中"Cow" 和"Feet"模型(http://graphics.stanford.edu/data/ 3Dscanrep/),共进行 3 个方面实验:1)配准精度实 验;2)随机干扰实验;3)点云数据丢失实验。

3.1 配准精度实验

实验对模型"Cow"和"Feet"进行测试,将所提 算法与 CPD(Coherent Point Drift)^[11]、Scale-ICP (Scale stretch method based on Iterative Closest Point)^[12]、Go-ICP (Globally Optimal algorithm-Iterative Closest Point)^[13-14]进行对比,图 3 和图 4 为模型"Feet"的实验结果,图 5 和图 6 为模型 "Cow"的实验结果,表 1 为不同模型在不同视角下 的均方误差统计(MSE)结果对比,表 2 为不同模型 在不同视角下的运行时间对比,若已知已配准点云 $P_{P}(x_{ppk}, y_{ppk}, z_{ppk})$ 和目标点云 $Q(x_{qk}, y_{qk}, z_{qk})$,配 准后的均方误差为

$$X_{\text{MSE}} = \frac{1}{n_1} \sum_{k=1}^{n_1} \left[(x_{ppk} - x_{qk})^2 + (y_{ppk} - y_{qk})^2 + (z_{ppk} - z_{qk})^2 \right], \quad (11)$$

式中: n_1 选取 P_P 和Q中数据的最小值。



图 3 Feet 视角 1 的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 3 Comparison of registration results of various algorithms in Feet perspective 1. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 4 Feet 视角 2 的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 4 Comparison of registration results of various algorithms in Feet perspective 2. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 5 Cow 视角 1 的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 5 Comparison of registration results of various algorithms in Cow perspective 1. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm

从图 3~图 6、表 1 和表 2 看到, Scale-ICP 计算 效率很高,但稳定性较弱,对两点云初始位置要求较高,若两点云在较靠近的情况下,则具有较高的配准 精度。相比于 Scale-ICP, CPD 和 Go-ICP 计算效率 较弱,(CPD的计算效率高于 Go-ICP),两算法的配 准精度取决于两点云的初始位置,但配准精度一般。 所提算法的计算效率一般,但稳定性高,且不依赖两 点云的初始位置,具有一定的配准精度。



图 6 Cow 视角 2 的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 6 Comparison of registration results of various algorithms in Cow perspective 2. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm

表 1	不同模型在	不同视角	下的!	MSE 结果对	HZ
			I HJ ^		

Table 1 Comparison of MSE results of different models from different views

Model -			MSE		
	View	CPD	Scale-ICP	Go-ICP	Proposed
Feet	1	2.67×10^{-5}	6.79×10^{-4}	1.62×10^{-9}	4.90×10^{-9}
	2	1.00×10^{-3}	$6.79 imes 10^{-4}$	8.34×10^{-4}	1.45×10^{-7}
Cow	1	9.21×10^{-5}	2.83×10^{-31}	8.01×10^{-10}	2.87×10^{-7}
	2	1.30×10^{-3}	1.50×10^{-3}	1.60×10^{-3}	4.82×10^{-8}

表 2 不同模型在不同视角下的运行时间对比

Table 2 Comparison of running time of different models from different views

Model			Running time/s		
	View	CPD	Scale-ICP	Go-ICP	Proposed
Feet	1	2.51	0.90	24.88	17.96
	2	3.37	0.89	24.75	17.77
Cow	1	3.00	0.92	24.53	26.13
	2	3.05	1.27	25.49	25.69

3.2 干扰实验

激光扫描后的点云数据都伴随干扰信号,为 此进行了抗干扰实验,即对 P 加入随机干扰信号 后,测试算法的配准精度。由于在 3.1 节实验,除 了 Scale-ICP 对 Feet-view1 的配准效果不好以外, 其他各算法对 Feet-view1 和 Cow-view1 都具有较好的配准效果,因此,在 Feet-view1 和 Cow-view1 模型上添加随机干扰信号,结果如图 7 和图 8 所示,不同模型加入干扰信号的 MSE 结果对比如表 3 所示。

表 3 不同模型加入干扰信号的 MSE 结果对比

Table 3 Comparison of MSE results of interference signal added by different models

M 1.1		Ν	ASE	
Widdel	CPD	Scale-ICP	Go-ICP	Proposed
Feet	$3.86 imes 10^{-5}$	7.02×10^{-4}	2.21×10^{-5}	4.84×10^{-5}
Cow	1.02×10^{-4}	1.50×10^{-3}	2.61×10^{-5}	6.81×10^{-5}

从图 7、图 8 和表 3 可以看到, Scale-ICP 即使在 3.1 节实验中获得较高的配准精度,但加入随机干

扰信号后,不能有效配准。CPD和Go-ICP能有效 配准,但所提算法具有更高的配准精度。



图 7 Feet 加入噪声的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 7 Comparison of registration results of various algorithms for adding noise to Feet. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 8 Cow 加入噪声的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法;(d) Go-ICP 算法;(e)所提算法 Fig. 8 Comparison of registration results of various algorithms for adding noise to Cow. (a) Unregistered results; (b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm

3.3 点云数据丢失实验

激光扫描后的点云数据大小与目标点云数据大 小一致,因此,进行了点云数据丢失实验,即在两点云 数据大小不一致的情况下,进行点云配准实验以测试 算法的配准精度。由于在 3.1 节实验中,除了 ScaleICP对 Feet-view1 的配准效果不好以外,其他各算法 对 Feet-view1 和 Cow-view1 都具有较好的配准效果, 因此,利用 Feet-view1 和 Cow-view1 进行点云数据丢 失实验,实验结果如图 9~12 所示,不同模型丢失数 据大小不同的 MSE 结果对比,如表 4 所示。



图 9 Feet 丢失 50%数据的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法; (d) Go-ICP 算法;(e)所提算法

Fig. 9 Comparison of registration results of various algorithms for Feet losing 50% data. (a) Unregistered results;(b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 10 Feet 丢失 75%数据的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法; (d) Go-ICP 算法;(e)所提算法

Fig. 10 Comparison of registration results of various algorithms for Feet losing 75% data. (a) Unregistered results;(b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 11 Cow 丢失 50%数据的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法; (d) Go-ICP 算法;(e)所提算法

Fig. 11 Comparison of registration results of various algorithms for Cow losing 50% data. (a) Unregistered results;(b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm



图 12 Cow 丢失 75%数据的各算法配准结果对比。(a)未配准;(b) CPD 算法;(c) Scale-ICP 算法; (d) Go-ICP 算法;(e)所提算法

Fig. 12 Comparison of registration results of various algorithms for Cow losing 75% data. (a) Unregistered results;

(b) CPD algorithm; (c) Scale-ICP algorithm; (d) Go-ICP algorithm; (e) proposed algorithm

表 4 不同模型丢失数据大小不同的 MSE 结果对比

Table 4 Comparison of MSE results of different models with different sizes of missing data

Model			MSE		
	Missing / %	CPD	Scale-ICP	Go-ICP	Proposed
Feet	50	3.29×10^{-5}	6.60×10^{-3}	1.69×10^{-7}	1.25×10^{-5}
	75	3.17×10^{-5}	2.40×10^{-2}	1.67×10^{-9}	7.16×10^{-7}
Cow	50	2.40×10^{-4}	1.89×10^{-2}	1.90×10^{-3}	1.48×10^{-4}
	75	9.31×10^{-4}	2.84×10^{-1}	1.80×10^{-3}	2.26×10^{-4}

从图 9~12 和表 4 可以看到, Scale-ICP 在数据 丢失的情况下,已不能有效配准,精度明显下降。 Go-ICP 在数据丢失的情况下,不能稳定进行配准。 CPD 与所提算法在数据丢失的情况下,可成功运行,配准精度相当。

4 结 论

针对点云数据伴随干扰、数据丢失及无序等问题,并提出了 PCR-CS 算法,该算法将三维点云降到 二维,提出了一种计算两点云余弦相似度的方法。 借助 DE 算法,以余弦相似度为条件,实现了点云的 配准。所提算法与各算法进行对比,实验结果表明, 所提算法具有一定的配准精度,稳定性较高。

参考文献

- Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14 (2): 239-256.
- [2] Ji S, Ren Y, Ji Z, et al. An improved method for registration of point cloud [J]. Optik, 2017, 140: 451-458.
- [3] Huang W, John M, Kulkarni P, et al. Automatic 3D image registration using voxel similarity measurements based on a genetic algorithm [J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6144: 614430.
- [4] Serafin J, Grisetti G. Using extended measurements and scene merging for efficient and robust point cloud

registration[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 92: 91-106.

- Li Q S, Xiong R, Vidal-Calleja T. A GMM based uncertainty model for point clouds registration [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 91: 349-362.
- [6] Wang C, Shu Q, Yang Y X, et al. Quick registration algorithm of point clouds using structure feature[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0911005.
 王畅,舒勤,杨赟秀,等.利用结构特征的点云快速 配准算法[J].光学学报, 2018, 38(9): 0911005.
- [7] Tang Z R, Jiang Y, Miao C W, et al. Threedimensional point cloud registration algorithm based on factor analysis [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(19): 191503.
 唐志荣,蒋悦,苗长伟,等.基于因子分析法的三维 点云配准算法[J].激光与光电子学进展, 2019, 56 (19): 191503.
 [8] Li C L, Dian S Y, Liu H L. Point cloud registration
- based on improved dynamic differential evolution algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2019, 26(3): 59-64.
 李传龙, 佃松宜, 刘海亮. 基于改进动态差分进化算法的点云配准[J]. 电光与控制, 2019, 26(3): 59-64.
- [9] Zhao M, Shu Q, Chen W, et al. Three-dimensional point cloud registration algorithm based on l^p spatial mechanics model [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (10): 1010005.

赵敏, 舒勤, 陈蔚, 等. 基于 l^p 空间力学模型的三维

点云 配 准 算 法 [J]. 光 学 学 报, 2018, 38 (10): 1010005.

- [10] Storn R, Price K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. Journal of Global Optimization, 1997, 11(4): 341-359.
- [11] Myronenko A, Song X B. Point set registration: coherent point drift [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32 (12): 2262-2275.
- [12] Ying S H, Peng J G, Du S Y, et al. A scale stretch method based on ICP for 3D data registration [J].

IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2009, 6(3): 559-565.

- [13] Yang J L, Li H D, Jia Y D. Go-ICP: solving 3D registration efficiently and globally optimally [C] // 2013 IEEE International Conference on Computer Vision, December 1-8, 2013, Sydney, Australia. New York: IEEE, 2013: 1457-1464.
- [14] Yang J L, Li H D, Campbell D, et al. Go-ICP: a globally optimal solution to 3D ICP point-set registration [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2016, 38 (11): 2241-2254.