# 对脊重叠鳍线加载右左手材料后其传输 特性的数值计算

## 孙海\*,韩仲明

乐山师范学院数学与信息科学学院,四川乐山 614000

**摘要** 利用矢量有限元法,研究了加载右手材料和左手材料的对脊重叠鳍线的传输特性,重点讨论了金属鳍的厚 度对其特性的影响,同时研究了材料对主模截止波长、单模带宽、主模和第一高阶模场结构及色散特性的影响。结 果表明,加载左手材料时,主模截止波长几乎都比加载右手材料时小,主模截止波长和单模带宽随加载区域的扩大 呈相反的变化趋势,主模场线和第一高阶模场线在加载区域的分布形状完全相反,色散特性相似。这些数值计算 结果有助于新型微波和毫米波器件的设计。

关键词 集成光学;对脊重叠鳍线;右左手材料;矢量有限元法;主模截止波长;单模带宽;场结构;色散特性
 中图分类号 TN81 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP56.091301

# Numerical Calculation of Transmission Characteristics in Antipodal Overlapping Finline Loaded with Right- and Left-Handed Materials

## Sun Hai\*, Han Zhongming

School of Mathematics and Informational Sciences, Leshan Normal University, Leshan, Sichuan 614000, China

**Abstract** The edge-based finite element method is introduced to systematically investigate the transmission characteristics in an antipodal overlapping finline loaded with right- and left-handed materials. Moreover, the influence of the thickness of metallic fins on the characteristics is also discussed. In addition, the paper discusses the influences of materials on the cutoff wavelength of the dominant mode, the single-mode bandwidth, the dispersion characteristics and field patterns of the dominant mode and the first higher-order mode. The results show that the cutoff wavelength of the dominant mode when the left-handed material is loaded is approximately less than that when the right-handed material is loaded. Moreover, the cutoff wavelength of the dominant mode and the first high-order mode. However, the variation in the dispersion characteristics is similar. The numerical results provided herein are considered usefully in the design of new microwave and millimeter-wave devices.

**Key words** integrated optics; antipodal overlapping finline; right- and left-handed materials; edge-based finite element method; cutoff wavelength of dominant mode; single-mode bandwidth; field pattern; dispersion characteristics

OCIS codes 130.2790; 120.7000; 050.1755; 000.3860

1 引 言

鳍线又称加鳍波导线,是一种新型毫米波段的

传输线,具有主模截止波长长,单模带宽宽,衰减中 等,损耗小,色散弱,易于和固体器件连接等特点,被 广泛用于混频器、滤波器、谐振器等微波原件制作。

收稿日期: 2018-09-27; 修回日期: 2018-11-14; 录用日期: 2018-11-23

基金项目:四川省教育厅重点项目(16ZA0307)、四川省教育厅资助项目(16TD0029)、乐山师范学院博士启动项目 (Z1326)、乐山师范学院国家自然科学基金培育项目(Z1419)

\* E-mail: sunhai0804@126.com

近几十年来, 鳍线是一个研究热点。1977年, Saad 等<sup>[1]</sup>忽略金属鳍的厚度, 将对脊鳍线看作一种平面 脊波导进行有效的数值计算, 但准确性不高。1981 年, Beyer<sup>[2]</sup>使用模式匹配法对接地鳍线进行了计 算。1983年, Sharma等<sup>[3]</sup>提出了鳍线设计的经验 公式。2002年, Zheng等<sup>[4]</sup>基于多级理论对鳍线进 行了讨论。2003年, Lu等<sup>[5]</sup>使用节点有限元方法 对单侧鳍线的场结构进行了分析。2010年, 杨天新 等<sup>[6-7]</sup>分别讨论了条形波导和新型阵列波导等同类 型结构传输线的特性。2011年, Sun等<sup>[8]</sup> 对单侧鳍 线的主模截止波长和对脊鳍线的部分传输特性<sup>[9]</sup>进 行了计算。

左手材料即为介电常数和磁导率同时为负数时 的媒质(如等离子体),由于左手材料的非凡特性,在 过去几十年中,研究者对左手材料始终保持着浓厚 的兴趣。1968年, Veselago<sup>[10]</sup>首次提出了左手材料 的概念。1996年, Pendry 等[11-12] 相继提出能在微 波波段产生负等效介电常数和负等效磁导率的构 想,该构想一经报道,立即受到了学术界的广泛关 注。2000年, Smith 等<sup>[13]</sup>物理学家首次制造出在 微波波段具有负介电常数和负磁导率的物质——左 手材料。在简单传输线加载左手材料的研究中, 2002年, Marqués 等<sup>[14]</sup>在传统矩形波导结构中加载 开口谐振环阵列,实现了截止频率以下电磁波的传 输,并利用左手媒质理论证明频率以下电磁波的通 带同时具有负介电常数和负磁导率[15-16]。2003年, Xu<sup>[17]</sup>研究了加载单负介质矩形波导的电磁波的传 播,接着,Siakavara分析了加载双负介质矩形波导 的电磁波的传播<sup>[18]</sup>, Krowne 等<sup>[19-21]</sup>研究了加载左 手材料微带结构的电磁特性。2010年,沈陆发等[22] 研究了各向异性色散左手材料三层平面波导横磁 (TM)模的传输特性。2011年,Lu<sup>[23]</sup>首次对加载左 手材料的单脊波导传输特性进行了讨论。他们对微 带和波导结构等简单传输线加载左手材料的研究, 开启了左手材料在加载传输线领域里的研究。利用 数值计算方法研究复杂传输线加载左手材料成为研 究热点。

本文将运用矢量有限元方法对加载右手材料和 左手材料的对脊重叠鳍线的传输特性进行较为系统 的研究,其中包括主模截止波长、单模带宽、主模和 第一高阶模场结构,以及色散特性等。

## 2 原 理

对脊重叠鳍线的横截面如图1所示,中间网状



图 1 对脊重叠鳍线的横截面示意图 Fig. 1 Schematic of cross-section of antipodal overlapping finline

部分为加载介质区域,加载介质的相对介电常数和 相对磁导率分别为 $\varepsilon_r$ 和 $\mu_r$ ,假设鳍线横截面的长度 为a,宽度为b,纯黑色部分为金属鳍,而白色部分 为真空区域,黑白相间部分为加载区域,s为加载区 域的宽度,c用于确定加载区域的位置,l为金属鳍 的厚度,d为两边鳍线间的重叠距离,并始终假设 b/a = 0.45。

根据 Maxwell 方程,对脊重叠鳍线中电场 E 与 磁场 H 满足

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -j\omega\mu_{r}\mu_{0}\boldsymbol{H}, \qquad (1)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = j \omega \boldsymbol{\varepsilon}_{r} \boldsymbol{\varepsilon}_{0} \boldsymbol{E} , \qquad (2)$$

式中: $\varepsilon_0$ 为真空介电常数; $\mu_0$ 为真空磁导率; $\omega$ 为角 频率。

## 2.1 以磁场为变量的矢量有限元公式的推导

将(2)式的 E 代入(1)式,得到基于磁场 H 的 矢量 Helmholtz 方程

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\varepsilon_{\rm r}} \nabla \times \boldsymbol{H}\right) - k_0^2 \mu_{\rm r} \boldsymbol{H} = 0, \qquad (3)$$

式中:k。为真空中的波数,在对脊重叠鳍线中,磁场 H 满足(3)式,以及边界条件

$$\boldsymbol{n} \times (\nabla \times \boldsymbol{H}) = 0, \qquad (4)$$

其中 n 为外法线方向,经过推导,上述问题等效于 变分问题

$$\delta F(\boldsymbol{H}) = 0, \qquad (5)$$

变分函数为

$$F(\boldsymbol{H}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{1}{\varepsilon_{r}} (\nabla_{t} \times \boldsymbol{H}_{t}) \cdot (\nabla \times \boldsymbol{H}_{t})^{*} + \frac{1}{\varepsilon_{r}} (\nabla_{t} \boldsymbol{H}_{z} + j\beta \boldsymbol{H}_{t}) \cdot (\nabla_{t} \boldsymbol{H}_{z} + j\beta \boldsymbol{H}_{t})^{*} - \mu_{r} k_{0}^{2} \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{H}^{*} \right] d\Omega, \qquad (6)$$

式中: $\Omega$  为积分区域; $\beta$  为传播常数; $\nabla_t$ 为横向梯度 算子;\*为共轭;下标 t 和 z 分别为横向和 z 方向;  $H_t$ 和 $H_z$ 分别为横向磁场和 z 方向的磁场。在有 限元离散过程中,通过整理会产生一系列矩阵,为了 描述方便,令

$$S^{(e)}(tt) = \frac{1}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} \times \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} \times \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega + \frac{\beta^{2}}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega ,$$

$$S^{(e)}(tz) = \frac{\beta^{2}}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega , S^{(e)}(zt) = \frac{\beta^{2}}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right] \cdot \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega ,$$

$$S^{(e)}(zz) = \frac{\beta^{2}}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega , S^{(e)}(zz) = \frac{\beta^{2}}{\varepsilon_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega ,$$

$$T^{(e)}(tt) = \mu_{r}^{(e)} \iint_{a^{(e)}} \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega , T^{(e)}(zz) = \beta^{2} \mu_{r}^{(e)} \iint_{a^{(e)}} \left[ L^{(e)} \right] \cdot \left[ L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega ,$$

最终可得矩阵特征值方程

$$F = \frac{1}{2} \times \sum_{e=1}^{M} \left\{ \begin{bmatrix} h_{t}^{(e)} \\ h_{z}^{(e)} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} S^{(e)}(tt) & S^{(e)}(tz) \\ S^{(e)}(zt) & S^{(e)}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{t}^{(e)} \\ h_{z}^{(e)} \end{bmatrix}^{*} - \frac{1}{2} \left[ \frac{h_{t}^{(e)}}{h_{z}^{(e)}} \right]^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} T^{(e)}(tt) & 0 \\ 0 & T^{(e)}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{t}^{(e)} \\ h_{z}^{(e)} \end{bmatrix}^{*} \right\}, (7)$$

式中:上标 e 为当前讨论的三角形单元;M 为三角 形单元的总数; $h_t^{(e)}$  和 $h_t^{(e)}$  分别为单元 e 上的横向 磁场和 z 方向的磁场;T 为转置; $N^{(e)}$  为由单元 e 的 面积构成的矢量基函数; $L^{(e)}$  为单元 e 的面积坐标;  $\Omega^{(e)}$  为单元 e 所对应的区域; $\varepsilon_t^{(e)}$  和 $\mu_r^{(e)}$  分别为单元 e 的相对介电常数和相对磁导率。

利用里兹法对(7)式进行变分,将所有离散的三 角形单元的矩阵方程进行合成,为了叙述简便,令  $\mathbf{S}_1 = \begin{bmatrix} S(tt) & S(tz) \\ S(zt) & S(zz) \end{bmatrix}, \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} T(tt) & 0 \\ 0 & T(zz) \end{bmatrix}, \boldsymbol{\varphi} = \begin{pmatrix} h_i \\ h_z \end{pmatrix},$ 可以得到总矩阵方程,即特征值方程

$$\boldsymbol{S}_{1}\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{k}_{0}^{2}\boldsymbol{T}_{1}\boldsymbol{\varphi}, \qquad (8)$$

式中:矩阵 $S_1$ 和 $T_1$ 均为方阵,且都是稀疏矩阵; $k_0^2$ 为待求的特征值。在计算过程中,只要给出 $\beta$ 的取值,即可根据(8)式进行求解。在求解(8)式时,通过最小非负特征值求解主模的截止波长,通过第二个

最小非负特征值求解第一高阶模的截止波长,将主 模截止波长和第一高阶模截止波长相除,即可得到 单模带宽特性,并可根据求得的特征向量得出主模 和第一高阶模的场结构特性。

## 2.2 以电场为变量的矢量有限元公式的推导

将(1)式中的 H 代入(2)式,得到基于磁场 E 的矢量 Helmholtz 方程

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_{\rm r}} \nabla \times \boldsymbol{E}\right) - k_0^2 \mu_{\rm r} \boldsymbol{E} = 0, \qquad (9)$$

在对脊重叠鳍线中,电场 E 满足(3)式,以及边界条件

$$\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E} = 0, \qquad (10)$$

经过推导,上述问题等效于变分问题

$$\begin{cases} \delta F(\boldsymbol{E}) = 0\\ \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{E} = 0 \end{cases},\tag{11}$$

其中

$$F(\boldsymbol{E}) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \left[ \frac{1}{\mu_{r}} (\nabla_{t} \times \boldsymbol{E}_{t}) \cdot (\nabla \times \boldsymbol{E}_{t})^{*} + \frac{1}{\mu_{r}} (\nabla_{t} \boldsymbol{E}_{z} + j\beta \boldsymbol{E}_{t}) \cdot (\nabla_{t} \boldsymbol{E}_{z} + j\beta \boldsymbol{E}_{t})^{*} - \mu_{r} k_{0}^{2} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{E}^{*} \right] d\Omega, \qquad (12)$$

式中:E<sub>1</sub>和E<sub>2</sub>分别为横向电场和z方向的电场。同 2.1节,在有限元离散过程中,通过整理会产生一系列矩阵,为了描述方便,令

$$S^{(e)}(tt) = \frac{1}{\mu_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} \times \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} \times \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega - k_{0}^{2} \varepsilon_{r}^{(e)} \iint_{\Omega_{e}} \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega,$$

$$T^{(e)}(tt) = \frac{1}{\mu_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega, T^{(e)}(tz) = \frac{1}{\mu_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ L^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} \mathbf{N}^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega,$$

$$T^{(e)}(zt) = \frac{1}{\mu_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left[ \nabla_{t} \mathbf{N}^{(e)} \right] \cdot \left[ L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \mathrm{d}\Omega,$$

$$T^{(e)}(zz) = \frac{1}{\mu_{r}^{(e)}} \iint_{a^{(e)}} \left\{ \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right] \cdot \left[ \nabla_{t} L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} - k_{0}^{2} \varepsilon_{r}^{(e)} \left[ L^{(e)} \right] \cdot \left[ L^{(e)} \right]^{\mathrm{T}} \right\} \mathrm{d}\Omega,$$

最终可得矩阵特征值方程

$$F = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^{M} \{ [e_{t}^{(e)}] [S^{(e)}(tt)] [e_{t}^{(e)}]^{*} + \beta^{2} \begin{bmatrix} e_{t}^{(e)} \\ e_{z}^{(e)} \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} T^{(e)}(tt) & T^{(e)}(tz) \\ T^{(e)}(zt) & T^{(e)}(zz) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{t}^{(e)} \\ e_{z}^{(e)} \end{bmatrix}^{*} \},$$
(13)

式中:e<sup>(e)</sup> 和 e<sup>(e)</sup> 分别为单元 e 上的横向电场和 z 方 向的电场,其他物理量的含义同 2.1 节。

同理,利用里兹法对(13)式进行变分,将所有离 散的三角形单元的矩阵方程进行合成,为了叙述简 便,令  $\mathbf{S}_2 = \begin{bmatrix} S(tt) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} T(tt) & T(tz) \\ T(zt) & T(zz) \end{bmatrix},$  $\boldsymbol{\psi} = \begin{pmatrix} e_t \\ e_t \end{pmatrix},$ 可以得到总矩阵方程,即特征值方程

$$\boldsymbol{S}_{2}\boldsymbol{\psi}=-\beta^{2}\boldsymbol{T}_{2}\boldsymbol{\psi},\qquad(14)$$

式中:矩阵  $S_2$  和  $T_2$  均为方阵,且都是稀疏矩阵; $\beta$ 为待求的特征值即传播常数。在计算过程中,只要 给出  $k_0$  的取值,即可求解(14)式。最终可以通过求 解(14)式得到对脊重叠鳍线的色散特性。

## 3 数值计算结果

#### 3.1 两个矢量有限元公式的验证

为了验证本文所使用的两个矢量有限元公式的 正确性和所编写程序的可靠性,首先通过以磁场为 工作变量的矢量有限元(8)式计算了单侧鳍线的截 止波长,其计算结果如表1所示;其次通过以电场为 工作变量的矢量有限元(14)式求解了半填充波导的 色散特性,其计算结果如图2所示。

表 1 当 b/a=0.5, d/b=0.25 和 l/a=0.01 时,单边鳍线截止波长的计算结果

Table 1 Computation results of cutoff wavelength in unilateral finline when b/a = 0.5, d/b = 0.25, and l/a = 0.01

ε <sub>r</sub>	s /a	Proposed $b / \lambda_c$	Ref.[3]		Ref.[5]	
			$b/\lambda_{c}$	Relative error / %	$b/\lambda_{c}$	Relative error / %
2.22	1/4	0.1553	0.1545	0.5	0.1559	0.4
	1/8	0.1608	0.1614	0.4	0.1621	0.9
	1/16	0.1691	0.1692	0.1	0.1699	0.5
3.0	1/4	0.1393	0.1390	0.2	0.1408	1.3
	1/8	0.1481	0.1475	0.4	0.1488	0.5
	1/16	0.1579	0.1579	0.1	0.1599	1.3



图 2 半填充波导色散特性

Fig. 2 Dispersion characteristics of half-filled waveguide

通过对比表1和图2可以得出,本文的计算结 果和相关文献的结果较为吻合,这表明本文的两个 矢量有限元计算公式和所编写的程序是可靠、可行 的。故运用本文所推导的以磁场为工作变量的矢量 有限元公式对对脊重叠鳍线的主模截止波长、单模 带宽特性,以及场结构特性进行详细计算;运用以电 场为工作变量的矢量有限元公式对对脊重叠鳍线的 色散特性进行讨论。

## 3.2 对脊重叠鳍线的主模截止波长、单模带宽,以 及场结构的计算

图 3~4 给出了在不同的 l/a、d/b、c/a、s/a 和

 $\epsilon_{r,\mu_{r}}$ 时,对脊重叠鳍线的主模归一化截止波长  $\lambda_{cl}/a$ 和单模带宽 $\lambda_{cl}/\lambda_{c2}$ 随d/b的变化曲线,其中  $\lambda_{cl}$ 和 $\lambda_{c2}$ 分别表示主模和第一高阶模的截止波长。 图 5~6 给出了在不同的 $\epsilon_{r,\mu_{r}}$ (右左手材料)时,主 模和第一高阶模的场结构变化特性。

固定 l/a 和 s/a,无论加载什么材料,主模归一 化截止波长随 d/b 的增加而增加,不同的是,当加 载左手材料时,主模归一化截止波长增加得较为缓 慢,这是由波在左手材料中传输时的反多普勒特性 引起的;固定 l/a 和 s/a,当  $\varepsilon_r = 10$ , $\mu_r = 1$  时,单模 带宽随 d/b 的增加而减小,但当  $\varepsilon_r = 10$ , $\mu_r = 10$  和  $\varepsilon_r = -10$ , $\mu_r = -10$  时,单模带宽随 d/b 的增加先 增加而后减小。当加载右手材料时,主模归一化截 止波长随  $\mu_r$  的增加而增加,但单模带宽却随  $\mu_r$  的 增加而减小。在所有情形下,加载左手材料时的主 模截止波长几乎都比加载右手材料时小,这也是由 波在左手材料中传输时的反多普勒特性引起的。从 整体来说,主模归一化截止波长和单模带宽随 t/a的增加而减小,如图 3 所示。

固定 *l*/*a* 和 *d*/*b*,当加载右手材料时,主模归一 化截止波长和单模带宽均随*s*/*a*的增加均减小;但



图 3 当 s/a=0.3,c+s/2=a/2 时,加载右左手材料的对脊重叠鳍线的主模归一化截止波长和单模带宽随 d/b 的变化曲 线。(a) l/a=0.01,归一化截止波长图;(b) l/a=0.01,单模带宽图;(c) l/a=0.05,归一化截止波长图;(d) l/a= 0.05,单模带宽图;(e) l/a=0.10,归一化截止波长图;(f) l/a=0.10,单模带宽图

Fig. 3 Normalized cutoff wavelength of dominant mode and single-mode bandwidth in antipodal overlapping finline loaded with right- and left-handed materials versus d/b when s/a = 0.3 and c + s/2 = a/2. (a) Normalized cutoff wavelength when l/a = 0.01; (b) single-mode bandwidth when l/a = 0.01; (c) normalized cutoff wavelength when l/a = 0.05; (d) single-mode bandwidth when l/a = 0.05; (e) normalized cutoff wavelength when l/a = 0.10; (f) single-mode bandwidth when l/a = 0.10

当加载左手材料时,主模归一化截止波长随 s/a 的 增加而增加,而单模带宽却随 s/a 的增加先增加后 减小;这说明在此种情形下,由于右左手材料的相对 介电常数和相对磁导率的正负不同,导致加载右手 材料和左手材料对主模截止波长和单模带宽特性产 生完全不同的影响,如图 4 所示。





Fig. 4 Normalized cutoff wavelength of dominant mode and single-mode bandwidth in antipodal overlapping finline loaded with right- and left-handed materials versus s/a when l/a=0.05 and d/b=0.5. (a) Normalized cutoff wavelength;
(b) single-mode bandwidth

无论加载何种材料,主模和第一高阶模的场线 均呈反对称形状,主模和第一高阶模的场线均集中 分布在加载区域,且从整体上看,加载左手材料和加 载右手材料的主模场线和第一高阶模场线在加载区 域的分布形状完全相反,究其原因是左手材料为反 向波材料,如图 5~6 所示。



图 5 当 c/a = 0.35, s/a = 0.3 和 d/b = 1/2 时,加载右左手材料的对脊重叠鳍线的主模场结构图。(a) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (b) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (c) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (d) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (e) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (f) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (g) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (h) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (i) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (j)  $\mu_r = -10$ ; (k)  $\mu_r = -10$ ; (k)  $\mu_r = 10$ ; (k)  $\mu_$ 

Fig. 5 Field patterns of dominant mode in antipodal overlapping finline loaded with right- and left-handed materials when c/a = 0.35, s/a = 0.3, and d/b = 1/2. (a) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (b) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (c) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (d) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (e) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (f) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (g) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (h) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 0.05$ ,  $\varepsilon_r = 0.05$ ,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 0.05$ ,  $\varepsilon_r = 0.05$ ,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = 0.05$ ,  $\varepsilon_r = 0.05$ ,



图 6 当 c/a = 0.35, s/a = 0.3 和 d/b = 1/2 时,加载右左手材料的对脊重叠鳍线的第一高次模场结构图。(a) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (b) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (c) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (d) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (e) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (f) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (g) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (h) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (i) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (j) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ; (k) l/a = 0.10; (k)  $\ell_r = -10$ ; (k)  $\ell_r = -10$ 

Fig. 6 Field patterns of first higher-order mode in antipodal overlapping finline loaded with right- and left-handed materials when c/a = 0.35, s/a = 0.3, and d/b = 1/2. (a) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (b) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (c) l/a = 0.01,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (d) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (e) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (f) l/a = 0.05,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ ; (g) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 1$ ; (h) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = 10$ ,  $\mu_r = 10$ ; (i) l/a = 0.10,  $\varepsilon_r = -10$ ,  $\mu_r = -10$ 

#### 3.2 对脊重叠鳍线的色散特性计算

图 7 给出了对脊重叠鳍线主模的色散特性。图 7 中加载左手材料的色散特性和加载右手材料的色 散特性相似,当 $k_0a \leq 1.5$ 时, $\varepsilon_r = -10$ , $\mu_r = -10$ 时 的 $\beta/k_0$ 比 $\varepsilon_r = 10$ , $\mu_r = 10$ 时小;但当 $k_0a > 1.5$ 时,  $\varepsilon_r = -10$ , $\mu_r = -10$ 和 $\varepsilon_r = 10$ , $\mu_r = 10$ 时的 $\beta/k_0$ 几 乎相等。



- 图 7 加载右左手材料的对脊重叠鳍线的主模色散特性 (c/a=0.35,s/a=0.3,l/a=0.05,d/b=0.25)
- Fig. 7 Dispersion characteristics of dominant mode inantipodal overlapping finline loaded with rightand left-handed materials (c/a = 0.35, s/a =0.3, l/a = 0.05, d/b = 0.25)

## 4 结 论

运用以磁场为工作变量的矢量有限元公式对加 载右左手材料的对脊重叠鳍线的主模截止波长、单 模带宽,以及主模和第一高阶模的场结构特性进行 了计算;运用以电场为工作变量的矢量有限元公式 对加载右左手材料的对脊重叠鳍线的色散特性进行 了计算;比较了左手材料和右手材料对其传输特性 影响的差异,得出了很多有价值的成果,如加载左手 材料时,主模截止波长几乎都比加载右手材料时小, 主模截止波长和单模带宽随加载区域的扩大呈相反 的变化趋势,主模场线和第一高阶模场线在加载区 域的分布形状完全相反,色散特性相似等,这对以后 对脊重叠鳍线的广泛应用具有很强的指导意义。

#### 参考文献

- Saad A M K, Begemann G. Electrical performance of finlines of various configurations[J]. IEE Journal on Microwaves, Optics and Acoustics, 1977, 1(2): 81-88.
- [2] Beyer A. Analysis of the characteristics of an earthed fin line[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1981, 29(7): 676-680.
- [3] Sharma A K, Hoefer W J R. Empirical expressions

for fin-line design [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1983, 31(4): 350-356.

- Zheng Q H, Song M. Application of the multipole theory method to the analysis of finlines [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2002, 35 (2): 100-102.
- [5] Lu M, Leonard P J. On the field patterns of the dominant mode in unilateral finline by the finiteelement method [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2003, 38(3): 193-195.
- [6] Yang T X, Zou H, Wang L, et al. Determining the graded-index profiles of channel waveguides by prism coupling method [J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(3): 689-695.
  杨天新, 邹豪, 王雷, 等. 棱镜耦合法确定条形波导的渐变折射率分布 [J]. 中国激光, 2010, 37(3): 689-695.
- [7] Wang Y B, Huang X G. Analysis and optimum of a novel arrayed-waveguide grating[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(2): 454-459.
  王有斌,黄旭光.新型阵列波导光栅的分析与优化[J].中国激光, 2010, 37(2): 454-459.
- [8] Sun H, Wu Y J. Finite element method analysis of the cutoff wavelength of dominant mode in unilateral finline [J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2011, 32(1): 34-39.
- [9] Sun H, Wu Y J, Ruan Z S. Edge-based finite element method analysis of the transmission characteristics in antipodal finline [J]. Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2011, 25 (4): 565-575.
- [10] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ε and μ[J].
   Soviet Physics Uspekhi, 1968, 10(4): 509-514.
- [11] Pendry J B, Holden A J, Stewart W J, et al. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures[J]. Physical Review Letters, 1996, 76(25): 4773-4776.
- [12] Pendry J B, Holden A J, Robbins D J, et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47(11): 2075-2084.
- [13] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, et al. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(18): 4184-4187.
- [14] Marqués R, Martel J, Mesa F, et al. Left-handed-

media simulation and transmission of EM waves in subwavelength split-ring-resonator-loaded metallic waveguides [J]. Physical Review Letters, 2002, 89 (18): 183901.

- [15] Hrabar S, Bartolic J, Sipus Z. Waveguide miniaturization using uniaxial negative permeability metamaterial [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2005, 53(1): 110-119.
- [16] Quevedo-Teruel O, Rajo-Iglesias E, Kehn M N M. Numerical and experimental studies of split ring resonators loaded on the sidewalls of rectangular waveguides [J]. IET Microwaves, Antennas & Propagation, 2009, 3(8): 1262-1270.
- [17] Xu Y S. Wave propagation in rectangular waveguide filled with single negative metamaterial slab [J].
   Electronics Letters, 2003, 39(25): 1831-1833.
- [18] Siakavara K. Modal analysis of the microwave frequency response and composite right-left-handed operation of a rectangular waveguide loaded with double positive and double negative materials [J]. International Journal of RF and Microwave Computer: Aided Engineering, 2007, 17(4): 435-445.
- [19] Krowne C M, Daniel M. Electromagnetic field

behavior in dispersive isotropic negative phase velocity/negative refractive index guided wave structures compatible with millimeter-wave monolithic integrated circuits [J]. Journal of Nanomaterials, 2007, 2007: 54568.

- [20] Krowne C M. Left-handed material anisotropy effect on guided wave electromagnetic fields [J]. Journal of Applied Physics, 2006, 99(4): 044914.
- [21] Krowne C M. Physics of propagation in left-handed guided wave structures at microwave and millimeterwave frequencies[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(5): 053901.
- [22] Shen L F, Wang Z H. Transmission properties of TM modes in slab waveguide with anisotropy and dispersion left-handed materials [J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2010, 47(12): 121302.
  沈陆发,王子华.各向异性色散左手材料三层平面波 导 TM 模的传输特性[J].激光与光电子学进展, 2010, 47(12): 121302.
- [23] Lu M. Transmission characteristics of ridge waveguide loaded with left-handed materials [J]. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2011, 32(1): 16-25.