

强场阈上电离中的电子波包干涉图像

郭志坚*, 孙乾

陇东学院电气工程学院, 甘肃 庆阳 745000

摘要 利用改进的强场近似方法, 结合时间窗函数, 分析了氢原子在强场阈上电离过程中的电子波包(EWP)干涉对光电子能谱及二维(2D)动量谱的影响, 发现光电子能谱及 2D 动量谱的一般特征是由周期内干涉和周期间干涉的共同作用引起的, 2D 动量谱中的扇形结构是由长程库仑势与周期内干涉作用引起的。利用含时薛定谔方程(TDSE)的数值解分析了多周期脉冲电离过程中周期内干涉被抑制的原因, 发现当 Keldysh 参数接近 1 时, 2D 动量谱中出现了特殊的条纹结构, 研究结果表明长程库仑势对该条纹的形成有重要的影响。

关键词 原子与分子物理学; 强场物理; 阈上电离; 电子波包干涉; 二维动量谱; 光电子能谱

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.080201

Electron Wavepacket Interference Patterns in Above-Threshold Ionization by Intense Laser Fields

Guo Zhijian*, Sun Qian

College of Electrical Engineering, Longdong University, Qingyang, Gansu 745000, China

Abstract By using the improved strong field approximation method combined with the time window function, the effect of hydrogen atomic electron wavepacket (EWP) interference in above-threshold ionization by a strong laser field on the photoelectron energy spectra and two-dimensional (2D) momentum spectra is analyzed. It is found that the general characteristics of photoelectron energy spectra and 2D momentum spectra are formed by the interplay of inter-cycle and intra-cycle interferences. The fanlike structure in the 2D momentum spectra is caused by the long-range Coulomb potential and the intra-cycle interference. A numerical solution of the time-dependent Schrödinger equation (TDSE) is used to analyze the reason why the intra-cycle interference is suppressed in multi-cycle pulse ionization and it is found that this special fringe appears in the 2D momentum spectra only when the Keldysh parameter is close to 1. These results show that the long-range Coulomb potential has an important influence on the formation of these fringes.

Key words atomic and molecular physics; strong field laser physics; above-threshold ionization; electron wavepacket interference; two-dimensional momentum spectrum; photoelectron energy spectrum

OCIS codes 020.2649; 320.2250

1 引言

阈上电离是强激光场与原子分子相互作用的典型非线性现象, 也是强场与物质相互作用的一个基本过程^[1-3]。通过 Keldysh 参数 γ 可以将强场电离机制分为两种^[4]: 多光子电离 ($\gamma > 1$) 及隧穿电离 ($\gamma < 1$)。在隧穿电离机制下, 光电子能谱用经典的三步模型可以很好地描述。电离电子分为直接电离

电子和再散射电子, 直接电离电子能获得的最高能量为 $2U_p$, U_p 为有质动力能, 另外一小部分电子在激光场改变方向时反向加速并与母核发生再散射, 可获得的截止能量为 $10U_p$ 。但是 γ 只能作大概区分, 当 γ 接近于 1 时, 电离介于两种机制之间, 并不能严格区分。

电子波包(EWP)干涉是可以用来解释强场电离的很多现象。对于持续时间只有几飞秒的激光脉

收稿日期: 2018-11-01; 修回日期: 2018-11-06; 录用日期: 2018-11-11

基金项目: 国家自然科学基金(11565018)、陇东学院博士基金(XYBY1601)、陇东学院青年科技创新项目(XYZK1706)

* E-mail: 853187893@qq.com

冲,文献[6-10]对其进行了大量的理论研究,文献[5]在时间尺度上成功进行了电子轨道双缝干涉实验。在激光场作用下,电离时间间隔为一个光学周期并有相同末态动量的电子波包会发生干涉,即周期内干涉。除此之外,电离间隔在一个周期之内的电子波包也会发生干涉,即周期内干涉。这两种干涉结构相互作用,在阈上电离(ATI)谱中扮演着重要的角色。

Arbó 等^[8-10]采用鞍点近似方法对周期内干涉及周期内干涉进行了深入的研究,但是鞍点近似方法是以强场近似(SFA)模型为基础,而 SFA 模型中并未考虑长程库仑势效应,所以在二维动量谱中未能重复出低能部分的扇形结构条纹;此外,近期的一些强场电离实验发现了一些特殊现象,这些现象与长程库仑势有紧密的关联,由此说明库仑势在强场阈上电离过程中具有重要的作用。本文采用 Coulomb Volkov 强场近似(CV-SFA)结合时间窗函数的方法,分析氢原子在强场阈上电离过程中周期内电子波包干涉图像和周期内电子波包干涉图像,同时运用数值求解含时薛定谔方程(TDSE)的方法模拟了不同波长及不同 Keldysh 参数下的二维动量谱,发现了一些特殊的现象,并对这些现象进行了详细的解释说明。为计算方便,如无特殊说明,本文均采用原子单位(a. u.)。

2 基本方法

2.1 TDSE 方法

原子在强激光中的薛定谔方程为^[11-12]

$$i \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + V(r) + H(t) \right] \psi(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

式中: \mathbf{r} 表示电离电子的位矢; r 为径向距离; t 为时间;对于氢原子, $V(r)$ 为纯库仑势, $V(r) = -1/r$; $H(t)$ 为长度规范下原子与激光场的相互作用势, $H(t) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(t)$, $\mathbf{E}(t)$ 为电场。

考虑沿 z 轴的线性极化激光场,电场 $\mathbf{E}(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{E}(t) = E_0 a(t) \cos(\omega t + \varphi) \mathbf{z}, \quad (2)$$

式中: φ 是载波相位(CEP); ω 是激光角频率; E_0 为初始电场振幅; $a(t)$ 为包络函数,表达式为

$$a(t) = \cos^2(\pi t / \tau), \quad (3)$$

其中 τ 为总的脉冲持续时间 $[-(\tau/2) \leq t \leq (\tau/2)]$, $\tau = nT$, n 为脉冲持续的周期数, T 为激光场周期。

角分布或者二维(2D)光电子动量谱可表示为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial E \partial \theta} = |\langle \Phi_p^- | \psi(t = \tau/2) \rangle|^2 2\pi p \sin \theta, \quad (4)$$

式中: P 为电离概率; $|\Phi_p^- \rangle$ 表示末态动量为 \mathbf{p} 的连续态; θ 为动量 \mathbf{p} 与 z 轴之间的夹角; E 和 p 为电场和动量的大小。

2.2 CV-SFA 方法

CV-SFA 方法只对一阶电离振幅作了修正,即电子直接电离部分,不包含电子再散射过程,电离振幅为^[13]

$$f(\mathbf{p}) = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle \psi_p(t) | H(t) | \psi_0(t) \rangle \exp[-iS_p(t)], \quad (5)$$

式中: $|\psi_0(t)\rangle$ 为原子基态; $|\psi_p(t)\rangle$ 为 Coulomb 散射态; S 为准经典行为, $S_p(t) = 0.5 \int_{-\infty}^t dt' [\mathbf{p} + \mathbf{A}(t')]^2$ 。考虑到电子在激光场运动时母核对电子的库仑势,其表达式为

$$\langle r | \psi_p(t) \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(\frac{\pi}{2p}\right) \Gamma\left(1 + \frac{i}{p}\right) \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \times {}_1F_1[-i/p; 1; -i(p\mathbf{r} + \mathbf{q} \cdot \mathbf{r})], \quad (6)$$

式中: ${}_1F_1$ 为合流超几何函数, Γ 为伽马函数, $\mathbf{q} = \mathbf{p} + \mathbf{A}(t)$, $\mathbf{A}(t)$ 为激光场的矢量势。

光电子二维动量谱为

$$\frac{\partial^2 P}{\partial E \partial \theta} = |f(\mathbf{p})|^2 2\pi p \sin \theta. \quad (8)$$

3 结果与讨论

采用 CV-SFA 结合时间窗函数的方法^[14] 分析周期内及周期内的干涉图像。图 1 给出了模拟计算所用激光场的电场及矢量势(在最大峰值处进行了归一化),激光场峰值强度 I 为 2.0×10^{14} W/cm², 波长 λ 为 800 nm 的脉冲持续时间为 $10T$ (图中给出的时间范围是 $-2T < t < 2T$)。根据经典理论,在激光脉冲结束之后,具有相同漂移动量的电子波包会发生干涉,漂移动量与电子电离时刻的矢量势有直接关系。图 1 设置 A、B、C 三个时间窗,每个时间窗的时间间隔为 $0.05T$, 将电子的电离时间限制在这三个时间窗内,满足电离电子具有相同的末态动量。同时打开 A 和 B,或者同时打开 A 和 C 两个时间窗,可以得到周期内干涉图像;同时打开 B 窗和 C 窗时发生周期内干涉图像;三个时间窗都打开时,可以看到周期内干涉及周期内干涉的共同作用效果。

图 2 为氢原子在上述激光场中光电离的二维光

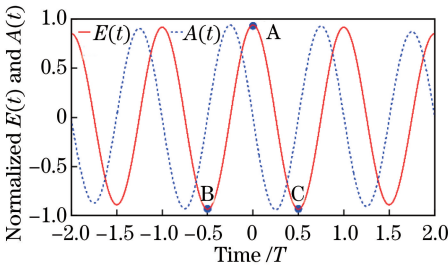


图1 当 $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$, $\tau=10T$ 时激光场的电场及矢量势

Fig. 1 Electric field and vector potential of laser field at $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$ and $\tau=10T$

电子动量谱,直观地展示了周期内干涉和周期间干涉的干涉图像,以及二者相互作用后的结果。在图1中,同时打开A和C两个时间窗,得到的2D动量谱干涉图,如图2(a)所示。由于CV-SFA不包含电子与母核发生的再散射过程,从图1可以看出A窗电子电离后沿着负 z 轴方向,C窗电子电离后沿着正 z 轴方向运动,二者方向相反,但是在图2(a)中能够出现明显的干涉条纹,这说明A窗电子在电离之后首先沿着负 z 轴方向运动,在激光场方向改

变后,受激光场影响反向沿 z 轴方向运动,但是并没有与母核发生再散射(该过程可以称作非直接电离),随后与C窗电离并沿着正 z 轴方向运动的电子波包发生干涉。同时打开A和B两个时间窗,得到的电子波包干涉图像如图2(b)所示,干涉过程与图2(a)相似,B窗电离的电子发生非直接电离后与A窗电离电子一起沿负 z 轴方向运动,最终形成干涉。由于电子波包干涉时的运动方向以及位置不同,得到了两种周期内干涉图像,因CV-SFA考虑了长程库仑势的影响,故在阈值附近接近垂直的条纹变成了扇状的径向条纹。同时打开B窗和C窗,得到的干涉图像如图2(c)所示,即周期间干涉图像,图2(c)中的环状结构对应的是典型的ATI峰,并且在阈值附近由于库仑势影响,条纹发生了扭曲。为了直观分析周期内干涉和周期间干涉相互作用的结果,同时打开A、B和C三个时间窗,得到的干涉图像如图2(d)所示,周期内干涉和周期间干涉共同作用形成了2D动量谱的主要特征,同时在阈值附近出现了扇形条纹,这是典型的ATI特征,可以看出该扇形条纹主要是由周期内干涉产生的。

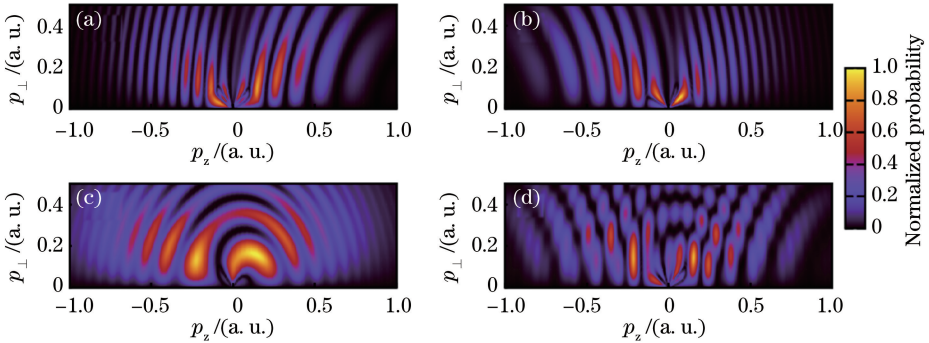


图2 当 $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$, $\tau=10T$ 时,不同时间窗的EWP

干涉形成的氢原子2D光电子动量谱。(a) A窗和C窗;(b) A窗和B窗;(c) B窗和C窗;(d) A窗、B窗和C窗

Fig. 2 2D photoelectron momentum spectra of H atom caused by EWP interferences from different time windows at $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$ and $\tau=10T$. (a) Windows A and C; (b) windows A and B; (c) windows B and C; (d) windows A, B and C

图3给出了周期内干涉及周期间干涉形成的光电子能谱。图3(a)为图2(a)或图2(b)对应的周期内干涉能谱,能谱中随着光电子能量增加,峰与峰の間隔逐渐增大,峰值迅速衰减。图3(b)为图2(c)对应的能谱,能谱中峰与峰の間隔相等,即ATI峰,对应于2(c)中的ATI环。最后,图3(c)给出了图2(d)对应的能谱,可以明显地看到光电子能谱仍然保持ATI特征,但是谱线整体受到了周期内干涉的调制[图3(c)中虚线为周期内干涉能谱]。

量谱,持续周期为 $2T$, $4T$, $6T$,相位 $\varphi=0.5\pi$,其他激光参数与图2相同,由于少周期脉冲光电离依赖于 φ ,在这里 $\varphi=0.5\pi$ 是为了更好地突出周期内干涉。图4(a)中在 $2T$ 脉冲作用下,由于 $\varphi=0.5\pi$,动量谱出现了明显的不对称,在动量谱 $p_z > 0$ 部分出现了若干接近垂直的条纹,与图2(a)非常相似,这是很明显的周期内干涉条纹。同时,在阈值附近出现了扇形条纹,进一步说明了该条纹是由于周期内干涉受到库仑势作用形成的。图5(a)给出了相应的能量谱,能谱中有着典型的周期内干涉特点。

图4通过TDSE方法计算了氢原子的二维动

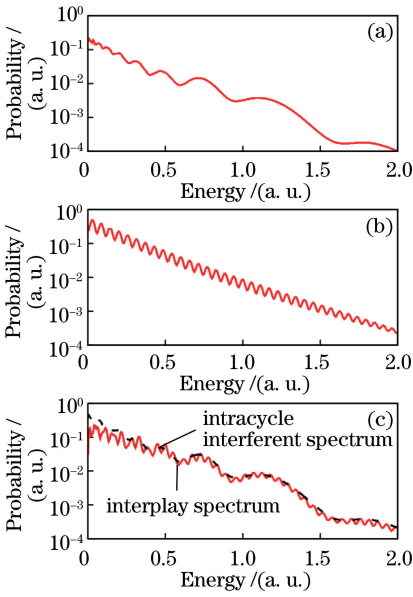


图 3 当 $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$, $\tau=10T$ 时 EWP 干涉形成的光电子能量谱。(a) 周期内干涉; (b) 周期间干涉; (c) 周期内干涉和周期间干涉的相互作用

Fig. 3 Photoelectron energy spectra caused by EWP interferences at $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0$ and $\tau=10T$. (a) Intracycle interference; (b) intercycle interference; (c) interplay of intercycle and intracycle interferences

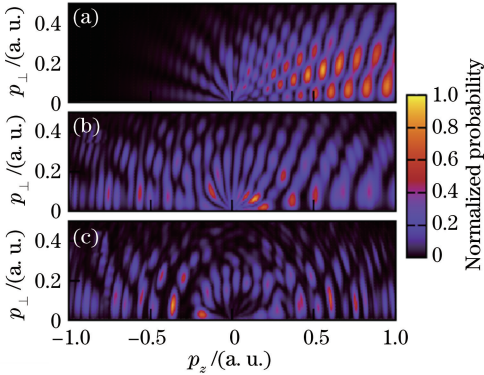


图 4 当 $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0.5\pi$ 时, 基于 TDSE 的 2D 光电子动量谱。(a) 2 周期; (b) 4 周期; (c) 8 周期

Fig. 4 2D photoelectron momentum spectra based on TDSE at $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$ and $\varphi=0.5\pi$. (a) 2 cycles; (b) 4 cycles; (c) 8 cycles

图 5(a) 中的插图为相应的激光场分布, 从图中可以看出, 电离主要集中在 $-T < t < T$ 这个周期内的两个峰值附近, 电离电子会发生周期内干涉, 与图 2(a) 的干涉情况相同, 所以有着类似的干涉条纹。 $-T < t < T$ 以外的部分很少有电子电离, 所以

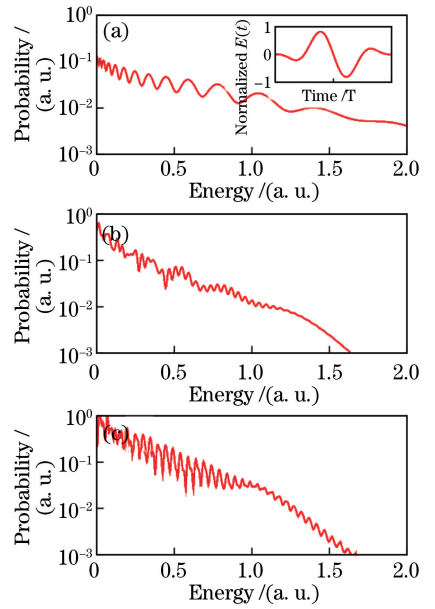


图 5 当 $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$, $\varphi=0.5\pi$ 时, 基于 TDSE 的光电子能量谱。(a) 2 周期; (b) 4 周期; (c) 8 周期

Fig. 5 Photoelectron energy spectra based on TDSE at $I=2.0 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda=800 \text{ nm}$ and $\varphi=0.5\pi$. (a) 2 cycles; (b) 4 cycles; (c) 8 cycles

几乎看不到周期间干涉条纹。图 4(b) 中脉冲持续时间为 $4T$, 动量谱中仍然有不对称, 但整体上可以看到明显的周期内干涉和周期间干涉条纹, 图 5(b) 为相应的能量谱, 能看到明显的 ATI 峰, 同时出现了周期内干涉峰, 能量谱受到周期内干涉的调制。图 4(c) 和图 5(c) 为脉冲持续 $6T$ 时的动量谱和能量谱, 图 4(c) 已经看不到载波相位的影响, 周期间干涉条纹清晰, 周期内干涉被抑制, 而图 5(c) 中几乎看不到周期内干涉的特征。这个现象可解释如下: 随着脉冲周期数增加, 激光场各个峰值处都有大量电子电离, 周期间电离的电子波包干涉逐渐增多, 周期内干涉条纹逐渐模糊, 但是并未消失, 只是不再占主导地位。

在图 2 ~ 5 的讨论中, 都是基于隧穿电离, Keldysh 参数 $\gamma = 0.66$ 。当 Keldysh 参数接近 1 ($\gamma \sim 1$) 时, 电离过程从隧穿向多光子机制转变, 在二维动量谱中出现了不同的结构。图 6(a) 为 $I = 0.4 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$, $\lambda = 1200 \text{ nm}$, $\gamma = 1.1$ 时的二维动量谱, 在 $p_x > 0.3$ 及 $p_x < -0.3$ 的区域均出现了明显的三条斜条纹, 图 6(a) 中用箭头标记了其中的两条, 而 CV-SFA 并未重复出这种结构 (CV-SFA 方法只对一阶振幅进行了修正)。为了确认该结构是否与长程库仑势有关, 在 TDSE 的模型势 $V(r)$ 中引

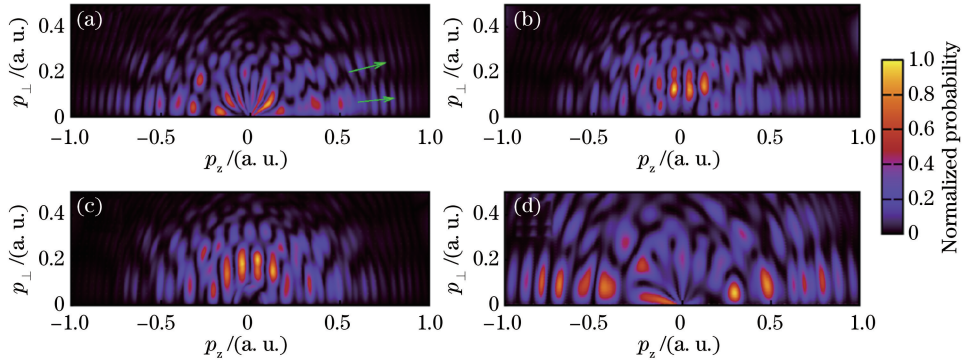


图 6 当 $\gamma=1.1$ 时 H 原子的 2D 光电子动量谱。(a) $\lambda=1200$ nm 的标准 TDSE 结果;(b) $\lambda=1200$ nm 且 $r_c=5$ 的 TDSE 结果;(c) $\lambda=1200$ nm 且 $r_c=2$ 的 TDSE 结果;(d) $\lambda=600$ nm 的标准 TDSE 结果

Fig. 6 2D photoelectron momentum spectra of H atom at $\gamma=1.1$. (a) Standard TDSE result at $\lambda=1200$ nm; (b) TDSE result at $\lambda=1200$ nm and $r_c=5$; (c) TDSE result at $\lambda=1200$ nm and $r_c=2$; (d) standard TDSE result at $\lambda=600$ nm

入 cutoff 函数^[15],即

$$\tilde{V}(r) = \begin{cases} V(r), & r < r_c \\ V(r) - \tanh[(r - r_c)/10]/r, & r > r_c \end{cases}, \quad (9)$$

式中: r_c 为 cutoff 值,当 $r > r_c$ 时, $\tilde{V}(r)$ 会迅速趋近于 0, r_c 越小,趋近于 0 的速度越快,类似于短程势。图 6(b) 是 $r_c=5$ 的二维动量谱,由于缺少长程库仑势,在阈值附近的扇形结构消失了,同时在 $p_z > 0.3$ 及 $p_z < -0.3$ 区域中的条纹结构变得模糊。 $r_c=2$ 得到的结果为图 6(c) 所示, $p_z > 0.3$ 及 $p_z < -0.3$ 区域中条纹几乎消失,与此同时,出现了周期内干涉条纹,这与图 4(c) 很相似。通过以上分析证实了图 6(a) 中标记的条纹是由于长程库仑势引起的。为了分析该结构是否与载波波长有关,图 6(d) 模拟了氢原子在 $I=1.8 \times 10^{14}$ W/cm², $\lambda=600$ nm 脉冲下的二维动量谱($\gamma=1.1$),与图 6(a) 一样也出现了类似结构,说明该结构是 $\gamma \sim 1$ 时的普遍特征,并且由于这种结构的产生,使得周期内干涉条纹消失。

4 结 论

采用 CV-SFA 方法结合时间窗函数,模拟了在隧穿电离机制下周期内及周期间电子波包干涉的二维光电子动量谱以及能量谱,直观地展示了这两种干涉的干涉图像,并说明了库仑势对这两种干涉图样的影响,发现二维光电子动量谱中扇形条纹产生的原因是周期内干涉在长程库仑势作用下形成的。通过 TDSE 方法模拟了随着脉冲周期数增加情况下的二维光电子动量谱及能量谱的变化,发现在少周期激光脉冲作用下,周期内干涉起主导作用,随着脉冲周期数增加,周期间干涉加强,使得周期内干涉

效果逐渐减弱。当 $\gamma \sim 1$ 时,二维动量谱在左右两侧均出现若干条纹结构,通过在 TDSE 的模型势中加入 cutoff 函数,发现该结构与长程库仑势有着明显的依赖关系。忽略长程库仑势时周期内干涉条纹逐渐出现,说明在 $\gamma \sim 1$ 时,由于该结构的出现,抑制了周期内干涉,使得周期内干涉条纹消失。CV-SFA 方法只对一阶电离振幅进行了修正,且 CV-SFA 方法并不能重现出这种结构,从电子波包干涉的角度来看,该结构与再散射电子波包有关。

参 考 文 献

- [1] Guo Z J. Effects of long-range Coulomb potential in above-threshold ionization energy spectra of atoms [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(9): 090201.
郭志坚. 长程库仑势在原子阈上电离能谱中的影响 [J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(9): 090201.
- [2] Zheng Y, Yang Y F, Zhao X, *et al.* Research progress on spectral beam combining technology of high-power fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201002.
郑也, 杨依枫, 赵翔, 等. 高功率光纤激光光谱合成技术的研究进展 [J]. 中国激光, 2017, 44(2): 0201002.
- [3] Liu J, Tan F Z, Liu C, *et al.* Progress on high-power ultrashort-pulsed thulium-doped fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201003.
刘江, 谭方舟, 刘晨, 等. 高功率超短脉冲掺铥光纤激光器的研究进展 [J]. 中国激光, 2017, 44(2): 0201003.
- [4] Lin C D, Le A T, Chen Z J, *et al.* Strong-field

- rescattering physics: Self-imaging of a molecule by its own electrons [J]. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 2010, 43 (12): 122001.
- [5] Lindner F, Schätzel M G, Walther H, *et al.* Attosecond double-slit experiment [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(4): 040401.
- [6] Gopal R, Simeonidis K, Moshhammer R, *et al.* Three-dimensional momentum imaging of electron wave packet interference in few-cycle laser pulses[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(5): 053001.
- [7] Bian X B, Huismans Y, Smirnova O, *et al.* Subcycle interference dynamics of time-resolved photoelectron holography with midinfrared laser pulses [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(4): 043420.
- [8] Arbó D G, Persson E, Burgdörfer J. Time double-slit interferences in strong-field tunneling ionization [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(6): 063407.
- [9] Arbó D G, Ishikawa K L, Schiessl K, *et al.* Intracycle and intercycle interferences in above-threshold ionization: The time grating [J]. *Physical Review A*, 2010, 81(2): 021403.
- [10] Arbó D G, Ishikawa K L, Schiessl K, *et al.* Diffraction at a time grating in above-threshold ionization: The influence of the Coulomb potential [J]. *Physical Review A*, 2010, 82(4): 043426.
- [11] Chen Z J, Morishita T, Le A T, *et al.* Analysis of two-dimensional high-energy photoelectron momentum distributions in the single ionization of atoms by intense laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2007, 76(4): 043402.
- [12] Chen Z J, Le A T, Morishita T, *et al.* Quantitative rescattering theory for laser-induced high-energy plateau photoelectron spectra[J]. *Physical Review A*, 2009, 79(3): 033409.
- [13] Arbó D G, Miraglia J E, Gravielle M S, *et al.* Coulomb-Volkov approximation for near-threshold ionization by short laser pulses[J]. *Physical Review A*, 2008, 77(1): 013401.
- [14] Guo Z J, Chen Z J, Zhou X X. Origin of diffraction fringes in two-dimensional photoelectron momentum distributions for single ionization of atoms in few-cycle intense laser pulses [J]. *Chinese Physics B*, 2014, 23(4): 043201.
- [15] Chen Z J, Morishita T, Le A T, *et al.* Analysis of two-dimensional photoelectron momentum spectra and the effect of the long-range Coulomb potential in single ionization of atoms by intense lasers [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(5): 053405.