

基于动态阈值的机载 LiDAR 点云滤波法

惠振阳^{1,2}, 鲁铁定^{2*}, 胡友健³, 于宪煜⁴, 夏元平^{2,5}

¹东华理工大学江西省数字国土重点实验室, 江西 南昌 330013;

²东华理工大学测绘工程学院, 江西 南昌 330013;

³中国地质大学(武汉)信息工程学院, 湖北 武汉 430074;

⁴湖北工业大学土木建筑与环境学院, 湖北 武汉 430068;

⁵流域生态与地理环境监测国家测绘地理信息局重点实验室, 江西 南昌 330013

摘要 为了提高地形起伏较大区域点云的滤波效果, 提出了一种基于动态阈值获取点云的滤波算法。该算法分为两个阶段, 初次滤波以获取更为准确的地面点为前提, 二次滤波优化以初次滤波获取的地面点为基础, 从而获取不同区域的高差阈值, 根据这些阈值再对原始点云进行滤波。实验结果表明, 相较于其他经典算法, 所提算法能够获得更小的 I 类误差和总误差, 在滤除地物的同时能够有效地保留地形特征。

关键词 遥感; 机载 LiDAR; 点云; 滤波; 动态阈值; 算法

中图分类号 P237

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.062802

Airborne LiDAR Point Cloud Filtering Algorithm Based on Dynamic Threshold

Hui Zhenyang^{1,2}, Lu Tieding^{2*}, Hu Youjian³, Yu Xianyu⁴, Xia Yuanping^{2,5}

¹Key Laboratory for Digital Land and Resources of Jiangxi Province, East China University of Technology, Nanchang, Jiangxi 330013, China;

²Faculty of Geomatics, East China University of Technology, Nanchang, Jiangxi 330013, China;

³Faculty of Information Engineering, China University of Geosciences, Wuhan, Hubei 430074, China;

⁴School of Civil Engineering, Architecture and Environment, Hubei University of Technology, Wuhan, Hubei 430068, China;

⁵Key Laboratory of Watershed Ecology and Geographical Environment Monitoring, Nanchang, Jiangxi 330013, China

Abstract To improve the filtering effects of point clouds in abrupt terrains, a filtering algorithm is proposed based on dynamic thresholds. This algorithm can be divided into two stages. The first filtering aims at obtaining the more accurate ground points, while the second filtering aims at obtaining the elevation difference thresholds in different regions based on the ground points obtained by the first filtering. Subsequently the original point clouds are filtered according to the above thresholds. The experimental results show that the proposed algorithm can be used to obtain the smaller Type I error and total error, comparing with the other classic algorithms. Moreover, this algorithm can be used to filter the ground objects and simultaneously protect the terrain details effectively.

Key words remote sensing; airborne LiDAR; point cloud; filtering; dynamic threshold; algorithm

OCIS codes 280.3640; 280.3400; 280.3420

收稿日期: 2018-08-03; 修回日期: 2018-09-18; 录用日期: 2018-10-10

基金项目: 国家自然科学基金(41801325, 41464001)、国家重点研发计划(2016YFB0501405)、江西省教育厅科技项目(GJJ170449)、东华理工大学博士启动基金项目(DHBK2017155)、东华理工大学江西省数字国土重点实验室开放研究基金(DLLJ201806)、湖北省桥梁安全监控技术与装备工程技术研究中心基金(QLZX2014010)

* E-mail: tieding_lu@163.com

1 引言

机载 LiDAR (Light Detection and Ranging) 是近年来发展十分迅速的一门遥感新技术。由于其能够快速获取三维点云, 并且激光束能够穿透植被打到地面, 这项技术现已被广泛应用于数字地面模型 (DTM) 的获取^[1-4]。为获取 DTM, 首先要进行点云滤波, 即从原始 LiDAR 点云中去除建筑物、植被等非地面点保留的地形信息。

由于地形复杂多样, 点云滤波一直都是研究的热点与难点。当前, 关于滤波的算法已经有很多。Sithole 和 Vosselman 根据滤波原理的不同将滤波算法分为以下 4 类: 基于坡度 (Slope based)^[5-6] 的滤波算法、基于曲面 (Surface based)^[7-8] 的滤波算法、聚类/分割 (Clustering/Segmentation)^[9] 滤波算法以及最小块儿 (Block-minimum)^[10] 滤波算法。经实验对比分析, Sithole 和 Vosselman 认为基于曲面的滤波算法能够取得更好的滤波结果^[11]。这是因为基于曲面的滤波算法往往能够采用更多与点云相关的语义信息。

基于曲面滤波算法的基本思想是: 利用点云的局部信息创建一个接近地面的参数曲面, 然后在曲面上设置缓冲区, 在缓冲区内的点云即是地面点。此方法通常采用渐进迭代加密的方法进行点云滤波^[12-14]。基于曲面的滤波算法往往需要解决两个问题: 一是如何确定点云的临近关系; 二是如何设定滤波规则。对于第 1 个问题, 现有的算法通常采用规则格网对点云进行组织, 但所采用的格网尺寸通常都是固定的, 这样势必会在地形起伏较大的区域造成误判^[15-17]。对于第 2 个问题, 现有的算法往往只是设定单一的高差阈值或者角度阈值, 采用一次滤波的形式就可直接得到滤波结果^[18]。这样滤波的结果往往会导致 I 类误差大 (将地面点归类为地物点), 或者 II 类误差大 (将地物点归类为地面点), 无法同时保证两类误差都很小。当总的错分点云数目较多时, 滤波算法的总误差也会较大。

为解决上述问题, 本文提出了一种基于动态阈值的二次滤波法。初次滤波采用多尺度格网对点云进行划分, 然后通过计算点云的真实值和拟合值之间的差值对点云进行滤波。初次滤波通过设置较小的高差阈值, 使得滤波结果的 II 类误差尽可能小。二次滤波是以初次滤波获得的地面点云为基础, 通过形态学膨胀算法计算出不同区域的高差阈值, 然后根据不同的区域阈值对原始点云再次进行滤波获取最终的地面点。经实验表明, 本文算法可以有效

地对地形复杂区域进行滤波处理。

2 动态阈值滤波法

本文所提滤波算法可以分为 4 个阶段: 1) 点云去噪; 2) 采用多尺度格网内插法对点云进行初次滤波; 3) 根据初次滤波结果获取整个区域的动态高差阈值; 4) 根据高差阈值对原始点云进行二次滤波并获取最终的地面点云, 具体流程如图 1 所示。

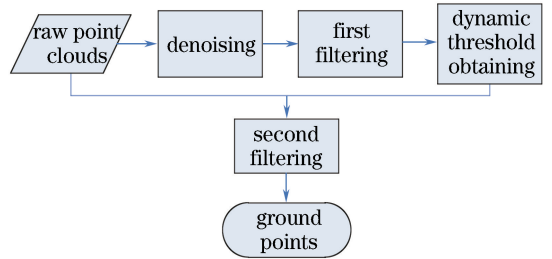


图 1 所提算法流程图

Fig. 1 Flow chart of proposed algorithm

2.1 点云去噪

原始点云中包含有多种噪声, 比如高位噪声、低位噪声、独立成片噪声等。高位噪声通常是激光打到天空中的飞鸟等障碍物而形成的局部极高点, 低位噪声则通常是由于反射介质致使激光多次反射而形成的局部极低点。相较于高位噪声, 低位噪声对大多数的滤波算法影响很大, 这是因为大多数的滤波算法都是假定局部最低点为地面点。本文所提算法对噪声也较为敏感, 因此应首先进行点云去噪。

本文采用自动算法与手动算法相结合的方式对点云进行去噪。首先对点云建立 K 维 (KD) 树, 然后依次对每个点进行临近判断, 将高差变化过大的点判定为噪声点。接着, 为减小误差, 对自动判别的噪声点进行目视判别, 最终将确定的噪声点进行剔除。

2.2 多尺度格网内插法滤波

本文采用多尺度格网内插法进行初次点云滤波, 具体步骤如下:

1) 设定最大格网边长 c_{\max} , 最小格网边长 c_{\min} , 并令初始分割格网边长 c 等于 c_{\max} 。

2) 根据格网边长对点云进行格网划分, 获取各个格网内所有点高程的最大、最小值以及相应点的平面坐标。

对于任意一点 $P(x_P, y_P, z_P)$, 其所在格网的编号可表示为

$$\begin{cases} D_i^P = (x_i - x_{\min})/c, \\ D_j^P = (y_j - y_{\min})/c, \end{cases} \quad (1)$$

式中: x_{\min} 、 y_{\min} 分别为点云 x 、 y 的最小值。

对于任意一网格 (D_i, D_j) , 其所具有的高程最大、最小值以及对应点的平面坐标可表示为

$$\begin{aligned} & (X_{\max}, Y_{\max}, Z_{\max})^{(D_i, D_j)} = \\ & \{ (x_i, y_i, z_i)^{(D_i, D_j)} \mid z_i = \\ & \max(z_1, \dots, z_i, \dots, z_n) \}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & (X_{\min}, Y_{\min}, Z_{\min})^{(D_i, D_j)} = \\ & \{ (x_j, y_j, z_j)^{(D_i, D_j)} \mid z_j = \\ & \min(z_1, \dots, z_j, \dots, z_n) \}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中: i, j 分别为格网内任意一点; n 为格网内点云的总数; z 为任意一点的高程值。

3) 依次遍历各个点, 找到其所在网格, 然后取该格网的八邻域各个格网高程的最小值以及对应的平面坐标, 对该点根据平面距离按反比例加权法拟合计算该点的拟合高程, 即

$$\begin{cases} \omega_i = [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]^{1/2} \\ \bar{z} = \sum_{i=1}^8 z_i \omega_i / \sum_{i=1}^8 \omega_i \end{cases}, \quad (4)$$

式中: ω_i 为权重; \bar{z} 为拟合后的高程值。如果该点原始高程与拟合高程之差大于阈值 T_h , 那么该点就标记为非地面点。阈值 T_h 定义为

$$T_h = (t + \delta_k) \times [Z_{\max}^{(D_i, D_j)} - Z_{\min}^{(D_i, D_j)}], \quad (5)$$

式中: t 为常量; δ 为扩张系数; k 为迭代次数。

如果该点所在格网位于 4 个角上, 则取与该格网毗邻的 3 个格网的最小值进行拟合; 如果该点所在格网位于边界上, 则取与该格网毗邻的 5 个格网的最小值进行拟合。

4) $c = c - 5, k = k + 1$, 如果 c 不小于 c_{\min} , 则对步骤 3) 未标记的点云执行步骤 2), 否则, 执行步骤 5)。

5) 初次滤波结束, 从原始点云中去除标记的点云获得初始地面点云。

2.3 动态阈值获取

对获得的初始地面点云按照最小格网边长 c_{\min} 进行网格划分, 划分的基准依然是原始点云 XY 平面的最小值, 即 x_{\min} 和 y_{\min} 。各格网所代表的高程值依然是该格网内所有点高程的最小值, 如果该格网内点云个数为 0, 则对该格网进行高程内插。

空格网高程内插方法如下:

- 1) 设置参数, 平面距离为 D_{ist} , 最小拟合点云个数为 N ;
- 2) 根据该格网的编号, 反推出该格网中心点的平面坐标;
- 3) 求取初始地面点云中心到该格网中心平面

距离小于 D_{ist} 的所有地面点;

4) 如果地面点个数大于 N , 则进行步骤 5); 否则, $D_{\text{ist}} = D_{\text{ist}} + 5$, 并转入步骤 3);

5) 对这些点云根据平面距离按反比例加权法拟合出该格网中心的高程坐标 Z 。

对网格化后的点云采用 3×3 的方形结构元素进行形态学膨胀运算。形态学膨胀运算是取以目标格网为中心的结构元素内所有格网高程的最大值作为该格网的高程值, 运算公式表示为

$$Z_{i,j}^{(D)} = \max(Z_{i-1,j-1}, Z_{i-1,j}, Z_{i-1,j+1}, Z_{i,j-1}, Z_{i,j}, Z_{i,j+1}, Z_{i+1,j-1}, Z_{i+1,j}, Z_{i+1,j+1}), \quad (6)$$

式中: i, j 为格网的编号; $Z_{i,j}^{(D)}$ 为格网的高程值; $(Z_{i-1,j-1}, Z_{i-1,j}, Z_{i-1,j+1}, Z_{i,j-1}, Z_{i,j}, Z_{i,j+1}, Z_{i+1,j-1}, Z_{i+1,j}, Z_{i+1,j+1})$ 为方形结构元素各个格网的高程值。不同格网区域的高差阈值可表示为

$$D_{Z_{i,j}} = Z_{i,j}^{(D)} - Z_{i,j} + \epsilon, \quad (7)$$

式中: $Z_{i,j}^{(D)}$ 为膨胀后格网的高程; $Z_{i,j}$ 为原始格网高程; ϵ 为平滑常量。

2.4 二次滤波

依次遍历原始点云的各个点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$, 根据最小格网边长 c_{\min} 计算出该点所在的格网位置, 并确定该格网区域的高差阈值 D_z 。同时确定以该点为中心, 平面距离小于 D_{ist} 的所有初始地面点的个数。如前文所述, 如果个数少于最小拟合个数 N , 平面距离向外扩张 5 m 直到满足条件。然后依据这些地面点计算出 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 点的拟合高程 \bar{z}_i , 如果原始高程 z_i 与拟合高程 \bar{z}_i 之差大于阈值 D_z , 则将该点标记为非地面点, 否则标记为地面点。具体流程图如图 2 所示。

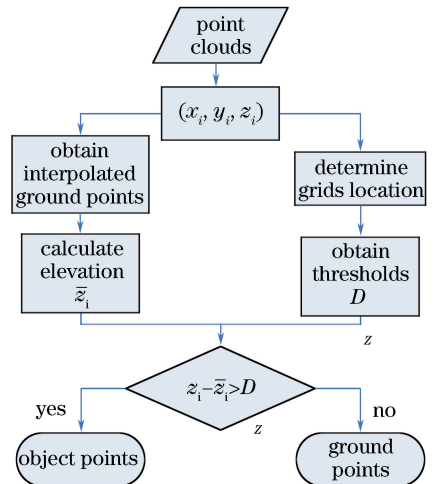


图 2 二次滤波算法流程图

Fig. 2 Flow chart of second filtering algorithm

3 实验与分析

3.1 实验数据

为检验本文所提算法在地形复杂区域的有效性,选用国际摄影测量与遥感学会(ISPRS)发布的检验滤波效果的测试数据 S11 作为代表进行实验。该测试数据由 Optech ALTM 扫描仪获取,点云间距为 1~1.5 m。测试数据事先经过了人工分类,每个点都被标记了地面点或者非地面点,如图 3 所示。由图 3 可以看出,该区域地形坡度大,斜坡上建有房屋,低矮植被较多,滤波难度大,具有一定的代表意义。

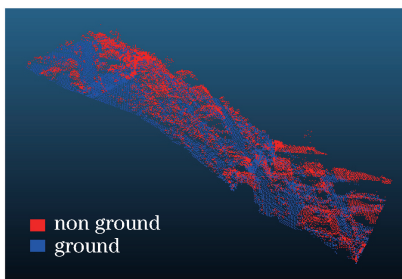


图 3 原始点云三维图

Fig. 3 Three-dimensional image of original point cloud

3.2 结果分析

本文所提算法主要分为两个阶段,分别为初次滤波和二次滤波。初次滤波是在确保 I 类误差(T_1)不至于过大的同时,尽量减小 II 类误差(T_2),即使获取的地面点尽量准确。二次滤波则以初次滤波的结果为基础进一步减小 I 类误差,使得最后的总误差(T_0)相对较小。I 类误差、II 类误差和总误差是采用 ISPRS 建立的滤波效果评价体系^[2],具体公式可表示为

$$T_1 = \frac{b}{a+b}, T_2 = \frac{f}{f+d}, T_0 = \frac{b+f}{e}, \quad (8)$$

式中: a 为正确划分的地面点数; b 为将地面点错误分为非地面点的点数; f 为将非地面点错误分为地面点的点数; d 为正确划分的非地面点数; e 为点云总个数。其中, $a+b+f+d=e$ 。

表 1 为初次滤波和二次滤波的精度评价结果。

表 1 滤波的精度评价

Table 1 Accuracy assessment of filtering %

Error type	Type I error	Type II error	Total error
First filtering	32.91	6.29	21.56
Second filtering	15.15	12.86	14.23

初次滤波后点云的三维显示图如图 4 所示。从图 3 和表 1 中可以看出初次滤波后获取的地面点相

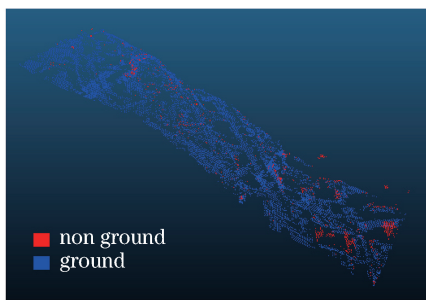


图 4 初次滤波后的地面点云

Fig. 4 Ground point cloud after first filtering

对比较准确,II 类误差较小,但 I 类误差较大,地面点较为稀少,这样不利于点云的后续处理应用,如建立数字高程模型(DEM)、统计森林植被量等。为获取更多准确的地面点,使 I 类误差也相对较小,文章对原始点云进行二次滤波。

二次滤波的结果如图 5 所示。从图中可以看出:准确划分的地面点相对增多,但同时错误划分的地面点也相对增多。由此可见,减小 I 类误差是以增大 II 类误差为代价的。此时点云的总误差为 14.23%,相较于初次滤波减小了近 8 个百分点。

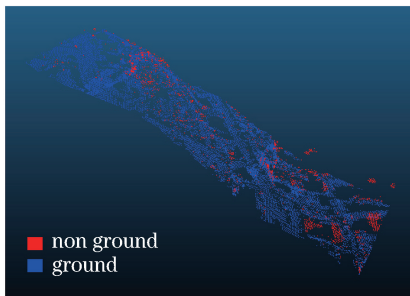


图 5 二次滤波后的地面点云

Fig. 5 Ground point cloud after second filtering

为更加直观地显示点云的滤波效果,在 sufer 软件中做出点云滤波前后三维曲面对比图(见图 6)。从图 6 中可以看出,滤波结果相对比较平滑,低矮植被以及大部分房屋都得到了有效地滤除,同时还最大限度地保持了原有地形的起伏情况。但也有部分区域明显存在误差,如图 6(b)中圆圈区域。这些误差主要表现为 II 类误差,即将非地面点误判为地面点,造成滤波地面凸起。产生误差的原因主要在于这些区域靠近边界,周围地面点相对较少,容易造成误判,而且建筑物面积较大,周围地面起伏也比较大,容易将部分靠近地面的屋顶划分为地面。

3.3 对比分析

将该区域的实验结果与真实滤波结果进行对比

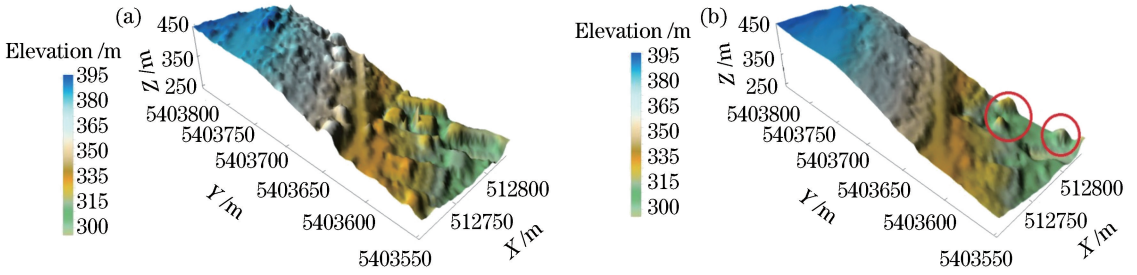


图 6 点云的三维曲面。(a)滤波前;(b)滤波后

Fig. 6 Three-dimensional surfaces of point cloud. (a) Before filtering; (b) after filtering

分析,对比结果如图 7 所示。图 7(a)为原始点云的数字表面模型(DSM),图 7(b)为真实地面点云对应的 DEM,图 7(c)为本文算法滤波后的 DEM,图 7(d)为点云误差分布图。经与滤波准确结果对比可以发现,本文算法的滤波结果在大部分区域保

持了与真实 DEM 的一致性,尤其是在较为平坦的区域,本文的滤波结果几乎与真实滤波结果完全一致。但部分区域仍然存在较大的滤波误差,表现为图 7(c)中部分区域的突然起伏,对应于图 7(d)中 II 类误差区域。

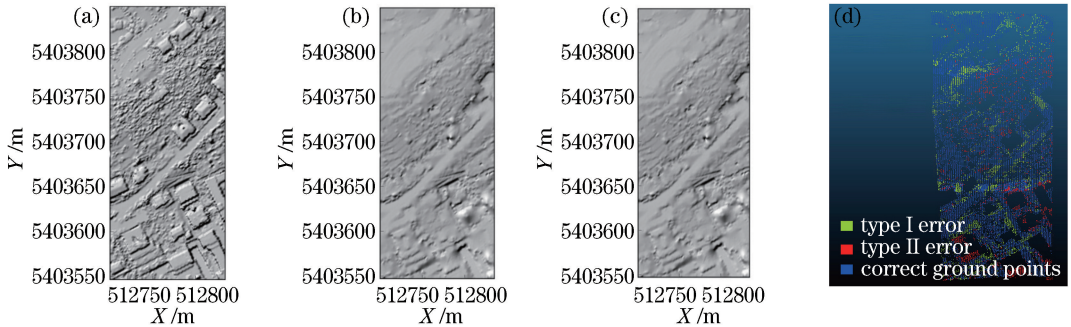


图 7 滤波效果的定性分析。(a)原始点云的数字表面模型;(b)真实地面点云对应的数字高程模型;(c)利用所提算法滤波后的数字高程模型;(d)点云的误差分布

Fig. 7 Qualitative analysis of filtering results. (a) Digital surface model of original point cloud; (b) digital elevation model of true ground points; (c) digital elevation model after filtering by proposed algorithm; (d) error distribution of point cloud

继而与 ISPRS 公布的其他 8 种算法的滤波精度进行横向对比,对比结果如表 2 所示。可以看出,所提算法的 I 类误差是最小的,总误差也仅低于 Axelsson 所提出的渐进加密三角网算法^[19],但 II 类

误差相对较大。正如前文所述,减小 I 类误差往往是以增大 II 类误差为代价的。整体而言,本文所提算法相对较好,可以有效地对复杂地形区域进行滤波。

表 2 滤波算法的精度对比

Table 2 Accuracy comparison among filtering algorithms

Filtering algorithm	Elmqvist	Sohn	Axelsson	Pfeifer	Brocelli	Roggero	Wack	Sithole	Proposed method	%
Type I error	33.63	20.49	15.96	28.26	62.00	33.16	39.12	37.69	15.25	
Type II error	4.38	12.17	3.65	2.41	2.53	3.88	3.38	3.49	12.86	
Total error	22.40	20.49	10.76	17.35	36.96	20.80	24.02	23.25	14.23	

3.4 多区域验证

为检验该方法在不同地形区域的有效性,本文对 ISPRS 公布的其他 14 组样本数据也进行了实验验证。这 14 组样本数据来源于 Vaihingen/Enz 测试场和 Stuttgart 市中心的 8 个场景。这 8 个场景中,其中 4 个位于城市区域,4 个位于森林区域,点

间距分别为 1~1.5 m(样本 12~42)和 2~3.5 m(样本 51~71)。如同样本 S11 一样,这 14 组样本数据也都进行了人工分类。不同的样本数据具有不同的地理特征^[11]。

本文将这 14 组样本数据的实验结果与半自动化商业软件 Terrasolid TerraScan 处理的结果进行

对比,结果如表3所示。整体而言,本文所提算法的滤波效果要逊于 TerraScan 的滤波效果,尤其是在森林区域(样本 51~71)。这主要是因为本文算法的初次滤波是依靠反比例加权法算出拟合值,继而根据拟合值和真实值之间的差值进行滤波判断。如果点密度较小的话,参与拟合的点云个数就较少,对

该局部区域的拟合效果也就越差,即拟合的结果可能存在较大的误差。在该实验中,森林区域(样本 51~71)的点密度为每平方米 0.18 个点,城市区域(样本 12~42)的点密度为每平方米 0.67 个点。由此可得出结论,本文算法的滤波效果与点密度有关,并随着点密度的降低而降低。

表3 滤波结果的误差对比

Table 3 Error comparison of filtering results

%

Sample	TerraScan			Proposed method		
	Type I error	Type II error	Total error	Type I error	Type II error	Total error
12	21.49	1.12	11.55	7.57	7.21	7.39
21	14.30	1.95	11.56	8.13	6.15	7.70
22	14.51	2.56	10.78	2.23	17.02	6.80
23	12.92	2.54	8.01	4.55	17.33	10.60
24	16.38	3.98	12.97	7.29	19.78	10.68
31	8.36	8.97	4.85	7.07	14.61	10.53
41	25.10	0.74	13.15	14.75	16.08	15.42
42	8.00	1.39	2.55	9.37	4.78	6.12
51	0.41	0.29	1.13	0.49	18.92	4.48
52	4.72	4.52	5.38	4.33	21.91	6.22
53	3.62	11.01	4.02	7.00	18.02	9.44
54	2.49	13.68	2.30	4.43	10.99	7.91
61	1.60	4.81	1.71	3.41	7.21	4.54
71	1.69	3.56	1.90	3.91	10.26	7.07

4 结 论

提出了一种基于动态阈值的机载 LiDAR 点云滤波法。初次滤波以获取较小 II 类误差为前提,二次滤波则以初次滤波结果为基础,获取不同区域的高差阈值,继而再对原始点云进行滤波。经实验表明,所提算法可以有效地对各种复杂地形区域进行滤波处理。与 ISPRS 公布的其他算法进行对比表明,所提算法处理结果的 I 类误差、总误差都相对较小,但 II 类误差较大,这也是本文今后需要改进的地方。

参 考 文 献

- [1] Zhang A W, Xiao T, Duan Y H. A method of adaptive feature selection for airborne LiDAR point cloud classification [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(8): 082802.
- 张爱武, 肖涛, 段乙好. 一种机载 LiDAR 点云分类的自适应特征选择方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(8): 082802.
- [2] Hui Z Y, Hu Y J. Review on morphological filtering algorithms based on LiDAR digital elevation model construction[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*,

2016, 53(8): 080001.

惠振阳, 胡友健. 基于 LiDAR 数字高程模型构建的数学形态学滤波方法综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(8): 080001.

- [3] Hui Z Y, Cheng P G, Guan Y L, *et al.* Review on airborne LiDAR point cloud filtering [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(6): 060001.
- 惠振阳, 程朋根, 官云兰, 等. 机载 LiDAR 点云滤波综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(6): 060001.
- [4] Hui Z Y, Hu Y J, Kang Y F. Road point cloud extraction algorithm based on reflection intensity skewness balancing [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(2): 022801.
- 惠振阳, 胡友健, 康妍斐. 基于反射强度偏度平衡的道路点云提取算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 022801.
- [5] Huang Z W, Liu F, Hu G W. Improved method for LiDAR point cloud data filtering based on hierarchical pseudo-grid[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(8): 0828004.
- 黄作维, 刘峰, 胡光伟. 基于多尺度虚拟格网的 LiDAR 点云数据滤波改进方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(8): 0828004.

- [6] Li F, Cui X M, Yuan D B, *et al.* Slope improved morphological filtering algorithm for LiDAR point clouds [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2012, 32(5): 128-132.
李峰, 崔希民, 袁德宝, 等. 改进坡度的 LiDAR 点云形态学滤波算法 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2012, 32(5): 128-132.
- [7] Sui L C, Zhang Y B, Zhang S, *et al.* Filtering of airborne LiDAR point cloud data based on progressive TIN [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2011, 36(10): 1159-1163.
隋立春, 张熠斌, 张硕, 等. 基于渐进三角网的机载 LiDAR 点云数据滤波 [J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2011, 36(10): 1159-1163.
- [8] Yan J F, Deng K Z, Xing Z Q. 3D laser scanning point cloud filtering based on least squares fitting [J]. *Bulletin of Surveying and Mapping*, 2013(5): 43-46.
严剑锋, 邓喀中, 邢正全. 基于最小二乘拟合的三维激光扫描点云滤波 [J]. *测绘通报*, 2013(5): 43-46.
- [9] Gu Y C, Fan D M, Yu B, *et al.* Filtering of airborne LiDAR point cloud data based on mathematical morphology and region growing [J]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*, 2015, 35(5): 811-815.
谷延超, 范东明, 余彪, 等. 基于形态学与区域生长的机载 LiDAR 点云数据滤波 [J]. *大地测量与地球动力学*, 2015, 35(5): 811-815.
- [10] Zhang J X, Lin X G. Filtering airborne LiDAR data by embedding smoothness-constrained segmentation in progressive TIN densification [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2013, 81: 44-59.
- [11] Sithole G, Vosselman G. Experimental comparison of filter algorithms for bare-Earth extraction from airborne laser scanning point clouds [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2004, 59(1/2): 85-101.
- [12] Zeng F X, Li L. Research on point cloud filtering based on Lagrange operator and surface fitting [J]. *Laser Journal*, 2016, 37(8): 75-78.
曾繁轩, 李亮. 基于 Lagrange 算子与曲面拟合的点云滤波研究 [J]. *激光杂志*, 2016, 37(8): 75-78.
- [13] Liu Z Q, Li P C, Zhang B M, *et al.* Application of robust estimation to airborne lidar point cloud filtering [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2015, 52(12): 122801.
刘志青, 李鹏程, 张保明, 等. 抗差估计在机载激光雷达点云滤波中的应用 [J]. *激光与光电子学进展*, 2015, 52(12): 122801.
- [14] Hu H, Ding Y L, Zhu Q, *et al.* An adaptive surface filter for airborne laser scanning point clouds by means of regularization and bending energy [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2014, 92: 98-111.
- [15] Chen Q, Gong P, Baldocchi D, *et al.* Filtering airborne laser scanning data with morphological methods [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2007, 73(2): 175-185.
- [16] Li Y, Wu H Y, Xu H W, *et al.* A gradient-constrained morphological filtering algorithm for airborne LiDAR [J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 54: 288-296.
- [17] Li Y, Yong B, Wu H Y, *et al.* Filtering airborne lidar data by modified white top-hat transform with directional edge constraints [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2014, 80(2): 133-141.
- [18] Chen D, Zhang L Q, Wang Z, *et al.* A mathematical morphology-based multi-level filter of LiDAR data for generating DTMs [J]. *Science China Information Sciences*, 2013, 56(10): 1-14.
- [19] Axelsson P. DEM generation from laser scanner data using adaptive TIN models [J]. *International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2000, 33(B4/1): 110-117.