

# 基于莫尔测量技术的光栅常数测定方法

程伟昊, 陈云云\*, 段传森, 梁焘, 李芋松

南京信息工程大学物理与光电工程学院江苏省大气海洋光电探测重点实验室, 江苏 南京 210044

**摘要** 基于莫尔测量法, 提出一种装置简单、测量精度较高的光栅常数测定方法。分别选取光栅常数为 0.05 mm 和 0.02 mm 的标准光栅与相应的待测光栅进行实验, 获取了 -1 级、0 级、+1 级三个级次的大光强、高对比度莫尔条纹, 并计算出待测光栅的光栅常数及其误差。研究表明, 随着标准光栅和待测光栅之间夹角的增大, 误差有增大的趋势。

**关键词** 光学测量; 光栅常数; 莫尔测量法; 莫尔条纹间隔

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.062001

## Method of Measuring Grating Constant Based on Moiré Measurement Technology

Cheng Weihao, Chen Yunyun\*, Duan Chuansen, Liang Tao, Li Yusong

*Jiangsu Key Laboratory for Optoelectronic Detection of Atmosphere and Ocean, School of Physics and Optoelectronic Engineering, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing, Jiangsu 210044, China*

**Abstract** Based on Moiré measurement technology, a method of measuring grating constant with simple setup and higher measurement precision is presented. The standard gratings with grating constants of 0.05 mm and 0.02 mm as well as corresponding grating to be measured are selected for experiments. In the experiment, three levels of Moiré fringes with high light intensity and high contrast are obtained, namely -1 level, 0 level and +1 level. The grating constant and its error of the grating to be measured are calculated. Results show that the error tends to increase with the increase of the angle between the standard grating and the grating to be measured.

**Key words** optical measurement; grating constant; Moiré measurement method; Moiré fringe spacing

**OCIS codes** 200.4560; 000.2690; 110.1650; 100.2650

## 1 引言

光栅作为光学测量领域中重要的光学元件之一, 在许多研究中都有广泛的应用<sup>[1-2]</sup>。光栅常数作为其最重要的特征参数, 在实际应用中涉及到许多物理量的准确计算<sup>[3-4]</sup>, 因此光栅常数的精确测量成为一个十分重要的研究课题。但是目前对于光栅常数的测量, 大多数是基于大学物理实验课的研究, 如基于夫琅禾费衍射和光栅方程等相关理论进行实验获取一片光栅的谱线, 测量一级谱线和零级谱线的距离, 进而计算出光栅常数<sup>[5]</sup>; 或者通过推导光栅到达电荷耦合器件 (CCD) 处各谱点的复振幅分布, 验证 CCD 接收的能量, 从而求得光栅常数<sup>[6]</sup>。

莫尔测量技术具有非接触性、相干性好、稳定性高等优点, 且装置简单、操作方便, 被广泛应用于很多领域, 如复杂流场的准确诊断<sup>[7]</sup>、基于莫尔条纹的量子图像隐写技术<sup>[8]</sup>、大型干涉区域的莫尔中子干涉仪<sup>[9]</sup>等。因此, 本文从莫尔测量技术出发, 通过实验获取莫尔条纹, 结合条纹间隔和光栅常数的关系, 求得待测光栅的光栅常数。

## 2 基本原理

利用现有莫尔测量法的基本原理测量光栅常数。在莫尔测量法实验装置中, 需有两片光栅作为核心光学元件才能形成莫尔条纹<sup>[10]</sup>。本研究一片光栅为标准光栅, 另一片为待测光栅。假设标准光

收稿日期: 2018-07-20; 修回日期: 2018-08-13; 录用日期: 2018-10-16

基金项目: 江苏省自然科学基金 (BK20151522)、江苏省六大人才高峰高层次人才项目 (R2016L14)

\* E-mail: yunqq321@sina.cn

栅和待测光栅的光栅常数分别为  $d'$  和  $d$ , 两片光栅之间的夹角为  $\theta$ , 莫尔条纹间隔  $D$  的计算公式为<sup>[11]</sup>

$$D = \frac{dd'}{(d^2 + d'^2 - 2dd' \cos \theta)^{\frac{1}{2}}}. \quad (1)$$

实验测量可得到相应夹角下的莫尔条纹间隔  $D$ , 标准光栅的光栅常数  $d'$  为已知, 则待测光栅的光栅常数  $d$  由(1)式得

$$d = \frac{2D^2 d' \cos \theta \pm \sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta}}{2(D^2 - d'^2)}. \quad (2)$$

由(2)式得

$$\sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta} = Dd' \sqrt{2D^2 (\cos 2\theta - 1) + 4d'^2},$$

对这一项需要分情况讨论。

1) 若  $\cos 2\theta < 1 - 2d'^2/D^2$ , 则  $\sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta}$  为虚数, 所求  $d$  值为一对虚数, 取实部为

$$d \approx D^2 d' \cos \theta / (D^2 - d'^2). \quad (3)$$

2) 若  $\cos 2\theta = 1 - 2d'^2/D^2$ , 则  $\sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta}$  为零, 所求  $d$  值为一个实数, 结果为

$$d = D^2 d' \cos \theta / (D^2 - d'^2). \quad (4)$$

3) 若  $\cos 2\theta > 1 - 2d'^2/D^2$ , 则  $\sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta}$  为实数, 所求  $d$  值为两个实数, 表示为

$$d = \frac{2D^2 d' \cos \theta \pm \sqrt{-2D^4 d'^2 + 4D^2 d'^4 + 2D^4 d'^2 \cos 2\theta}}{2(D^2 - d'^2)}. \quad (5)$$

由上述测量原理可知, 只要实验获取莫尔条纹间隔, 就可以计算出待测光栅的光栅常数。

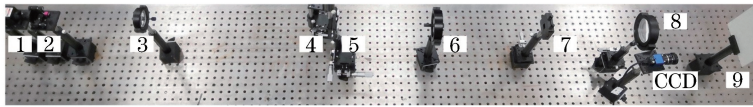
## 3 实 验

### 3.1 实验装置

为测量光栅常数, 将标准光栅和待测光栅放入莫尔测量技术实验系统中, 如图 1 所示。

图 1 中, 1 是激光器, 实验中所用的波长为 532 nm, 最大功率为 400 mW; 2 和 3 是扩束准直系

统, 其中 3 是透镜(焦距和直径分别为 30 cm 和 5 cm); 4 是标准光栅; 5 是待测光栅, 光栅下装有可以旋转的精密角位移台, 其角度范围为  $\pm 10^\circ$ , 最小读数为  $5'$ ; 6 和 8 是成像透镜, 其焦距和直径分别为 30 cm 和 7.5 cm; 7 是滤波小孔; 9 是接收屏。此实验装置测量待测光栅的光栅常数时无需触碰待测光栅, 因此不会对待测光栅造成物理损坏。



(1-laser light source; 2, 3-beam expanding collimation system; 4-standard grating; 5-measured grating; 6, 8-imaging lens; 7-filter aperture; 9-receiving screen)

图 1 实验装置图

Fig. 1 Experimental setup

### 3.2 实验结果

基于图 1 的实验测量系统, 分别得到  $d' = 0.05$  mm 和  $d' = 0.02$  mm 时不同  $\theta$  角 ( $\theta = 10', 20', 30', 40', 50', 60'$ ) 的条件下,  $-1$  级、0 级以及  $+1$  级的莫尔条纹, 如图 2, 3 所示

### 3.3 数据处理

获取到相应条件下的莫尔条纹后, 将条纹图像导入计算机进行图像处理。首先, 对所有的莫尔条纹图像进行二值化处理, 结果如图 4、图 5 所示。

二值化后的图像边缘参差不齐, 无法准确得到

条纹宽度。根据图像中每一行值为 1 的像素点个数判断出此行是属于亮条纹部分还是暗条纹部分。判断某行是亮条纹还是暗条纹区域的条件是, 本行中值为 1 的像素点个数是否超过本行在有效条纹图像区域内像素点总数的一半。由于莫尔条纹二值化图像的有效区域为圆形, 圆心为  $O$ , 求某行在有效区域中的像素点总数可以转化为通过圆的半径求弦长的问题, 如图 6(a) 所示, 某点  $A$  的所在行数和所在列数分别为  $m$  和  $n$ , total quantity 为所在行在有效区域的像素点总数, minimum quantity 为此行作为亮

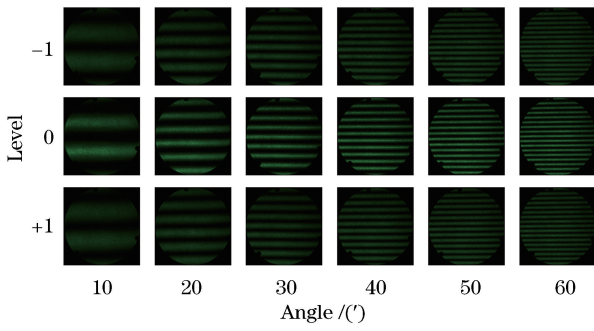


图 2 不同  $\theta$  下的莫尔条纹 ( $d'=0.05$  mm)

Fig. 2 Moiré fringes under different  $\theta$  when  $d'=0.05$  mm

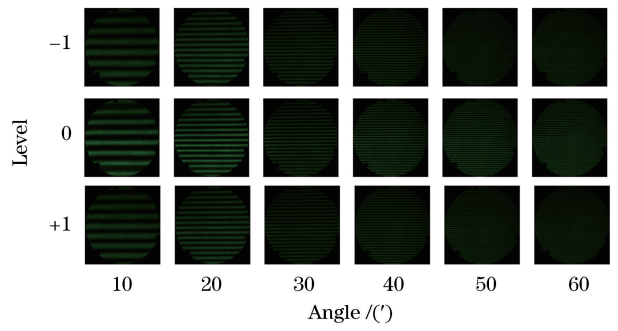


图 3 不同  $\theta$  下的莫尔条纹 ( $d'=0.02$  mm)

Fig. 3 Moiré fringes under different  $\theta$  when  $d'=0.02$  mm

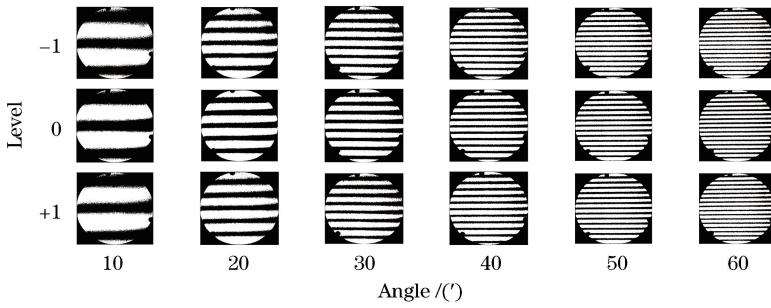


图 4 当  $d'=0.05$  mm 时二值化的莫尔条纹

Fig. 4 Binary Moiré fringes when  $d'=0.05$  mm

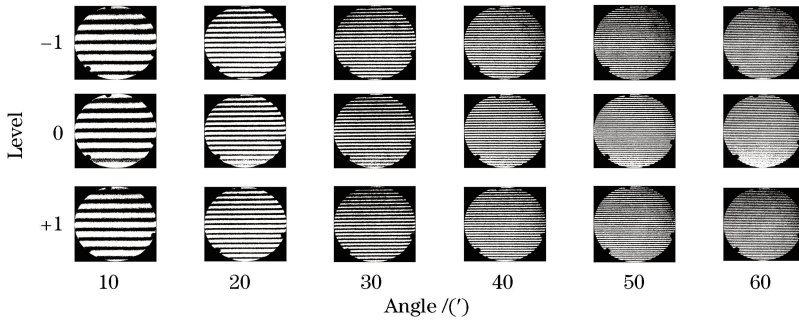


图 5 当  $d'=0.02$  mm 时二值化的莫尔条纹

Fig. 5 Binary Moiré fringes when  $d'=0.02$  mm

条纹区域所需最少值为 1 的像素点个数,  $R$  为圆形有效区域的半径长度内包含的像素点个数。通过遍历此行中所有的像素点, 即可计算出值为 1 的像素点个数, 进而得出判断。将判断为亮条纹的行中所有像素点全部赋值为 1, 判断为暗条纹的行中所有像素点全部赋值为 0, 则可得到条纹边界整齐的理想条纹, 如图 6(b) 所示。

获取理想条纹的亮暗边界对应的行坐标后, 将相邻边界行坐标相减, 获得所有亮条纹和暗条纹包含的像素点行数。设第  $i$  个亮条纹或暗条纹区域包含的像素点行数为  $p_i$ , 莫尔条纹有效圆形区域包含总的像素点行数为  $p_{\text{sum}}$ , 莫尔条纹圆形区域实际直径  $R_{\text{real}}=50$  mm, 则第  $i$  个亮条纹或暗条纹区域的

实际宽度  $w_i$  为

$$w_i = \frac{p_i}{p_{\text{sum}}} \cdot R_{\text{real}} \quad (6)$$

基于以上分析和操作, 可得出各个莫尔条纹二值化后的图像, 计算出亮条纹和暗条纹宽度, 将二者相加即可得到各个图像的莫尔条纹间隔, 相应的结果在表 1 和表 2 中给出。

## 4 分析与讨论

为了减小误差, 用三个级次的莫尔条纹间隔的平均值代入(2)式计算出待测光栅常数。最终, 根据表 1、表 2 的数据, 给出相对误差, 结果如表 3、表 4 所示。

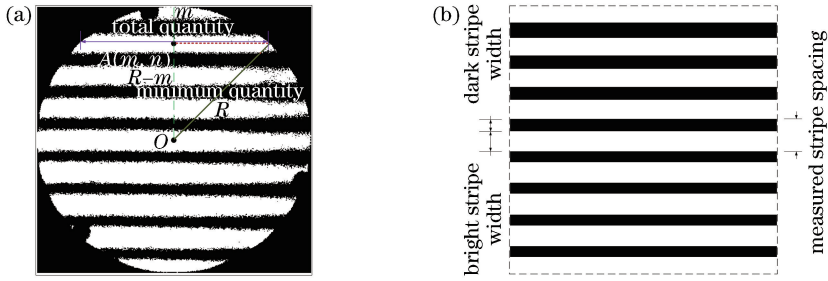


图 6 莫尔条纹的处理。(a)实际条纹;(b)理想条纹

Fig. 6 Handled Moiré fringe image. (a) Real image; (b) ideal image

表 1 条纹间隔( $d'=0.05$  mm)

Table 1 Stripe spacing ( $d'=0.05$  mm)

Angle	Level -1 spectrum /mm	Level 0 spectrum /mm	Level +1 spectrum /mm
10'	18.1992	18.3686	18.4866
20'	8.9286	8.9286	8.9423
30'	6.1431	6.1397	5.9762
40'	4.4497	4.4722	4.4772
50'	3.5678	3.6652	3.6294
60'	3.0095	3.0308	3.0290

表 2 条纹间隔( $d'=0.02$  mm)

Table 2 Stripe spacing ( $d'=0.02$  mm)

Angle	Level -1 spectrum /mm	Level 0 spectrum /mm	Level +1 spectrum /mm
10'	7.0060	6.6950	6.1732
20'	3.3072	3.3100	3.2362
30'	2.2530	2.2667	2.2595
40'	1.7146	1.7050	1.7058
50'	1.3506	1.3944	1.3712
60'	1.1490	1.1296	1.1011

表 3 光栅常数  $d$  及相对误差( $d'=0.05$  mm)

Table 3 Grating constants  $d$  and relative errors ( $d'=0.05$  mm)

Angle	Average of measured stripe spacing /mm	Calculated grating constant /mm	Relative error /%
10'	18.3515	0.0500001596263400	$3.20 \times 10^{-4}$
20'	8.9332	0.0500007202410115	$1.44 \times 10^{-3}$
30'	6.0863	0.0500014707048332	$2.94 \times 10^{-3}$
40'	4.4664	0.0500028818247214	$5.76 \times 10^{-3}$
50'	3.6208	0.0500042469724451	$8.49 \times 10^{-3}$
60'	3.0231	0.0500059827546186	$1.20 \times 10^{-2}$

通过比较,  $d'=0.05$  mm 时的相对误差小于  $d'=0.02$  mm 时的结果。此外, 为了判定两个光栅之间的夹角对相对误差的影响, 给出图 7 进行说明。

由图 7 的相对误差变化趋势可以看出, 当  $d' =$

表 4 光栅常数  $d$  及相对误差( $d'=0.02$  mm)

Table 4 Grating constants  $d$  and relative errors ( $d'=0.02$  mm)

Angle	Average of measured stripe spacing /mm	Calculated grating constant /mm	Relative error /%
10'	6.6247	0.0200162572489317 0.0199839380966274	$8.13 \times 10^{-2}$
20'	3.2845	0.0200363624425936 0.0199644437992279	$1.80 \times 10^{-1}$
30'	2.2597	0.0200303577918246 0.0199712526754583	$1.50 \times 10^{-1}$
40'	1.7085	0.0200271208842423 0.0199756531973852	$1.40 \times 10^{-1}$
50'	1.3712	0.0200242314324879 0.0199800485359379	$1.20 \times 10^{-1}$
60'	1.1266	0.0200682886900795 0.0199382272621740	$3.40 \times 10^{-1}$

0.05 mm 和  $d'=0.02$  mm 时, 相对误差总体上随着标准光栅和待测光栅所成夹角  $\theta$  的增大而增大。

本文使用的莫尔测量技术是通过 CCD 采集莫尔条纹图像并利用计算机进行图像处理和计算, 相比于人工观测、测量及计算的传统衍射法<sup>[12]</sup>, 具有便捷、高精度、高效率等优点。

## 5 结 论

通过莫尔测量实验、图像处理和数据计算, 得到待测光栅常数。在实验获取莫尔条纹图像后, 利用二值化等算法, 精确识别莫尔条纹边缘并得出条纹间隔。考虑到不同级次的莫尔条纹间隔有所不同, 选取三个典型级次条纹间隔的平均值代入公式进行计算, 以便尽可能减小误差。

结果发现, 标准光栅和待测光栅之间的夹角越大, 莫尔条纹间隔越小, 待测光栅常数相对误差越大。总之, 与传统的衍射法相比, 莫尔测量技术在获得光栅常数的实验中, 所得结果更加精确。

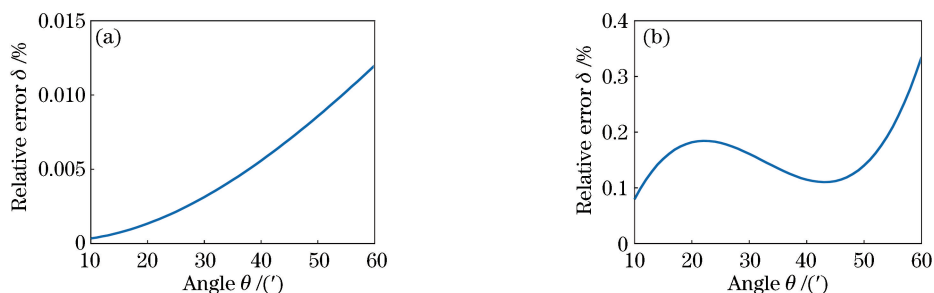


图 7 相对误差。(a)  $d'=0.05$  mm;(b)  $d'=0.02$  mm

Fig. 7 Relative error. (a)  $d'=0.05$  mm; (b)  $d'=0.02$  mm

### 参 考 文 献

- [1] Wang G Q, Habib U, Yan Z J, *et al.* Highly efficient optical beam steering using an in-fiber diffraction grating for full duplex indoor optical wireless communication [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2018, 36(19): 4618-4625.
- [2] Kondo K, Tatebe T, Hachuda S, *et al.* Fan-beam steering device using a photonic crystal slow-light waveguide with surface diffraction grating[J]. *Optics Letters*, 2017, 42(23): 4990-4993.
- [3] Chen H W, Tan G J, Huang Y G, *et al.* A low voltage liquid crystal phase grating with switchable diffraction angles [J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 39923.
- [4] Zheng M, Liu K, Liu L H, *et al.* Design of a grating by a joint optimization method for a phase-shifting point diffraction interferometer [J]. *Chinese Optics Letters*, 2017, 15(10): 101203.
- [5] Wang X Y. Study on determination method of grating constant [J]. *Study of Science and Engineering at RTVU*, 2018(1): 1-2, 8.  
王小羊. 光栅常数测定方法探讨 [J]. *电大理工*, 2018(1): 1-2, 8.
- [6] Fu S, Chen H Q. A new method based on CCD to measure the constant of grating [J]. *Journal of Applied Optics*, 2005, 26(1): 53-55.  
付赛, 陈海清. 一种基于 CCD 的实时测量光栅常数的方法 [J]. *应用光学*, 2005, 26(1): 53-55.
- [7] Chen Y Y, Yu Y, Zhong X, *et al.* Influence of flow velocity on flow field's optical tomography diagnosis [J]. *Optics Communications*, 2017, 382: 386-391.
- [8] Jiang N, Wang L. A novel strategy for quantum image steganography based on Moiré pattern [J]. *International Journal of Theoretical Physics*, 2015, 54(3): 1021-1032.
- [9] Sarenac D, Pushin D, Huber M, *et al.* Three phase-grating Moiré neutron interferometer for large interferometer area applications [J]. *Physical Review Letters*, 2018, 120(11): 113201.
- [10] Chen Y Y, Chen L Z, Huang X G. Studying the influence of export pressure on plasma's arc length and equivalent particle number density by Moiré and emission tomography [J]. *Optik*, 2015, 126(6): 588-591.
- [11] Huang W S, Cao X Q. Optical principle of Moiré fringes [J]. *Instrument Manufacturing*, 1979(6): 56-61.  
黄维实, 曹向群. 莫尔条纹的光学原理 [J]. *仪器制造*, 1979(6): 56-61.
- [12] Lü P W, Ma S S, Ma J. Influence of non-vertical incidence on the measurement of grating constant [J]. *Journal of Harbin Normal University (Natural Science)*, 2017, 33(3): 73-75.  
吕佩伟, 马宋设, 马靖. 平行光非垂直入射对光栅常量测量的影响 [J]. *哈尔滨师范大学(自然科学学报)*, 2017, 33(3): 73-75.