

# 自发参量下转换制备纠缠光子对的特性

宋媛媛<sup>1</sup>, 陈鼎<sup>2</sup>, 丛爽<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>中国科学技术大学自动化系, 安徽 合肥 230027;

<sup>2</sup>北京卫星信息工程研究所天地一体化信息技术国家重点实验室, 北京 100086

**摘要** 通过 II 型自发参量下转换制备纠缠光子对, 在 Mathematica 环境下分析频率纠缠、频率关联、量子干涉特性及脉冲和晶体参数对特性的影响。结果表明, 连续光抽运可以得到最大的频率纠缠度和干涉可见度; 脉冲光频宽一定时, 随着非线性晶体厚度的增大, 双光子的联合光谱变窄, 频率纠缠度增大, 不可区分性减小, 干涉可见度减小; 非线性晶体厚度一定时, 随着脉冲光频宽的减小, 双光子的联合光谱变窄, 频率纠缠度增大, 不可区分性增大, 干涉可见度增大; 选取不同的联合光谱函数参数, 可以得到具有频率反关联、不关联和正关联特性的双光子。

**关键词** 光谱学; 自发参量下转换; 纠缠光子对; 联合光谱; 单光子光谱; 纠缠度; 干涉可见度

中图分类号 TN245

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.043002

## Property of Entangled Photon Pairs Generated via Spontaneous Parametric Down Conversion

Song Yuanyuan<sup>1</sup>, Chen Ding<sup>2</sup>, Cong Shuang<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China;

<sup>2</sup>State Key Laboratory of Space-Ground Integrated Information Technology, Beijing Institute of Satellite Information Engineering, Beijing 100086, China

**Abstract** The type-II spontaneous parametric down conversion is used to prepare the entangled photon pairs. In the Mathematica environment, the properties of frequency entanglement, frequency correlation, quantum interference and the influences of parameters for pulse and crystal on the properties are analyzed. The results show that the continuous optical pumping can be used to obtain the maximum frequency entanglement and interference visibility. When the spectral width of pulsed laser is constant, as the nonlinear crystal thickness increases, the combined two-photon spectra become narrow, the frequency entanglement increases, the indistinguishability decreases, and the interference visibility decreases. In contrast, when the nonlinear crystal thickness is constant, as the spectral width of pulsed laser decreases, the combined two-photon spectra become narrow, the frequency entanglement increases, the indistinguishability increases, and the interference visibility increases. For different parameters of the combined spectral function, a photon pair with frequency anti-correlation, non-correlation and positive correlation can be obtained.

**Key words** spectroscopy; spontaneous parametric down conversion; entangled photon pairs; combined spectra; single photon spectra; entanglement; interference visibility

**OCIS codes** 300.6170; 300.6360

## 1 引言

纠缠光源被广泛应用于量子信息<sup>[1]</sup>、量子度量衡<sup>[2]</sup>和量子成像<sup>[3]</sup>等领域。目前, 产生纠缠光子源

的有效方法是自发参量下转换(SPDC)<sup>[4]</sup>, 其利用高频强光作用非线性晶体, 同时产生两个低频纠缠光子对, 分别为信号光和闲置光。利用该方法可产生偏振<sup>[5]</sup>、时间-能量<sup>[6]</sup>和频率<sup>[7]</sup>等各种光子自由度形

收稿日期: 2018-07-06; 修回日期: 2018-07-12; 录用日期: 2018-09-04

基金项目: 国家自然科学基金(61573330)、天地一体化信息技术国家重点实验室开放基金(2015\_SGIIT\_KFJJ\_DH\_04)

\* E-mail: scong@ustc.edu.cn

式的纠缠源,且双光子产生的光场具有宽带光谱分布。自发参量下转换的非线性晶体一般为一块负单轴晶体,采用一束非寻常光作为抽运光,如果产生一对偏振相同的信号-闲置光子对<sup>[8]</sup>,则称为 I 类相位匹配;如果产生的信号-闲置光子对有正交偏振<sup>[9]</sup>,则称为 II 类相位匹配。在 I 类和 II 类相位匹配过程中,如果下转换产生的信号-闲置光具有相同的中心频率(波长),则该过程为简并的;反之则为非简并的。1995 年, Kwiat 等<sup>[10]</sup>首次提出通过抽运 II 型 BBO( $\beta$  相偏硼酸钡晶体,  $\beta$ -BaB<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) 晶体,完成极化纠缠光子对的制备,1999 年又提出通过抽运两块 I 型 BBO 晶体的方法,实现了高亮度的偏振纠缠光子源<sup>[11]</sup>。2008 年, Baek 等<sup>[12]</sup>研究了第 I 类 SPDC 产生的频率简并和非简并纠缠光子对的光谱特性。2009 年, 卢宗贵等<sup>[13]</sup>研究了第 I 类 SPDC 产生的纠缠双光子光谱分布特性。通过 SPDC 产生的纠缠光源对量子通信、高维量子态、光与物质量子界面和量子度量衡等量子应用研究有重要意义。

纠缠双光子之间的联合光谱可以看作是双光子频率的概率分布,能够反映出双光子的特点。通过研究双光子联合光谱函数在不同参数下的光谱形状,了解双光子特性及不同参数对光谱性能的影响。在自发参量下转换过程中,由于连续光和脉冲光的频宽不同,采用连续光和脉冲光作为抽运源各有利弊。连续光的相干性比脉冲光好,但产生的信号-闲置光子对在抽运光较长的相干时间范围内随机产生,具有较大的时间不确定性<sup>[14]</sup>,导致很难将连续光应用到一些量子过程中,如多光子纠缠态的产生等<sup>[15]</sup>。脉冲光作抽运源的自发参量下转换过程则可以克服这些缺点。尤其当取频宽很小的抽运脉冲

时,纠缠光子对也在抽运脉冲极短的持续时间内产生,此时抽运脉冲可精确控制纠缠光子对的产生,从而有效地降低探测光信号过程中环境噪声对光信号的影响,提高信噪比。因此,在进行光子干涉测量的相关实验中,通常选择脉冲光作为抽运光源。

纠缠光子对逐渐被应用于量子通信和量子计算等领域。笔者等在进行量子定位导航的应用中,需要在地面站接收一对带有延时的纠缠光子对。为了更好地获取和拟合合理信息,本文研究了产生纠缠光子对的信号特性。基于 II 型自发参量下转换技术制备纠缠光子对,通过仿真实验,研究纠缠双光子中的信号光和闲置光的单光子光谱特性,并根据双光子的联合光谱函数,研究以连续光抽运和在不同的脉冲光频宽和晶体厚度情况下以脉冲光抽运产生双光子的频率纠缠、频率关联和量子干涉特性,以及不同参数对其性能的影响。

## 2 II 型自发参量下转换光子对的产生

典型的 II 型自发参量下转换制备纠缠光子对的实验装置如图 1 所示,其中,图 1(a)是采用共线匹配的方式产生偏振纠缠双光子,激光器产生一束抽运光入射到单片 II 型非线性晶体中,抽运光与 II 型非线性晶体相互作用,经过偏振分束器(PBS)后,输出两束偏振相互正交的信号光和闲置光,此时完成纠缠光源的制备。单光子探测器(D1 和 D2)把从偏振分束器输出的光信号转为电信号,从中可获得制备出的包括光子数量在内的纠缠光子特性。将 D1 和 D2 输出的电信号送入符合计数器(CC)中,CC 对信号光和闲置光进行符合判决,输出符合脉冲,并统计单位时间内符合脉冲数,得到符合计数。

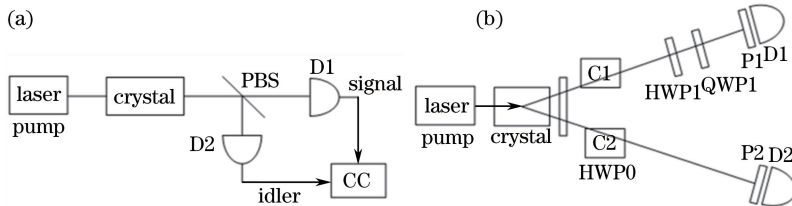


图 1 II 型自发参量下转换制备纠缠光子对的实验装置示意图。(a)共线匹配;(b)非共线匹配  
Fig. 1 Schematic of experimental device for generation of entangled photon pairs via type-II spontaneous parametric down conversion. (a) Collinear matching; (b) non-collinear matching

图 1(b)利用 II 型非线性晶体,采用非共线匹配方式直接产生双光子纠缠态,抽运光与晶体相互作用所输出的两束光通过半波片 HWP0 出射后,再分别经过双折射晶体 C1 和 C2,沿着 C1 出射的光在经过半波片 HWP1 和四分之一波片 QWP1 后进入

偏振器 P1 和单光子探测器 D1 中,沿着 C2 出射的光直接由偏振器 P2 和单光子探测器 D2 接收,其中偏振器 P1 和 P2 均由两个堆叠的偏振分束器组成, HWP0、C1 和 C2 可补偿两束光因双折射造成的离散效应, HWP1 和 QWP1 可制备其他 Bell 态<sup>[10]</sup>。

对于 II 型自发参量下转换,其过程可以表示为  $e \rightarrow o + e$ ,其中输入的抽运光为  $e$  光,产生的输出信号光为  $o$  光,另一个输出闲置光为  $e$  光,这两个光子的偏振方向互相垂直。其中  $o$  光被称为寻常光,其在晶体传播中的折射率固定不变; $e$  光被称为非寻常光,是偏振方向垂直于  $o$  光振动的光,在传播中的折射率随入射光方向发生变化。当非共线匹配时,II 型 SPDC 过程在频率简并和频率非简并情况下光场的空间结构如图 2 所示,其中,抽运光的分布为两个相交的圆锥面,其上圆为  $e$  光,下圆为  $o$  光;当共线匹配时,这两个圆锥面是相切的。当相位匹配切割角逐渐增大时,两个圆锥面都向抽运光方向靠拢,发生交叠,此时两圆交叉的两点可能是  $e$  光也可能是  $o$  光,如果其中一个为  $e$  光,则另一个一定为  $o$  光,这样在两方向上的一对光子便形成偏振纠缠的双光子态。调整合适的抽运光方向与晶体光轴的夹角,使两个锥面相交,两锥体交线的两个方向各在抽运光的一侧,则沿这两个方向出射的下转换光子即处在偏振纠缠态,其表达式为:  $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2} [ |H_1V_2\rangle + \exp(i\phi) |V_1H_2\rangle ]$ ,式中:  $H_1$  和  $H_2$  为水平偏振态,  $V_1$  和  $V_2$  为垂直偏振态,角度  $\phi$  可以通过附加一个双折射相移器或小幅度旋转下转换晶体本身来改变大小,其在  $0$  到  $\pi$  间变化,互换不同偏振可产生 4 种 Bell 态,即  $|\psi^+\rangle = 1/\sqrt{2} [ |H_1V_2\rangle + |V_1H_2\rangle ]$ 、 $|\psi^-\rangle = 1/\sqrt{2} [ |H_1V_2\rangle - |V_1H_2\rangle ]$ 、 $|\phi^+\rangle = 1/\sqrt{2} [ |H_1H_2\rangle + |V_1V_2\rangle ]$  和  $|\phi^-\rangle = 1/\sqrt{2} [ |H_1H_2\rangle - |V_1V_2\rangle ]$ 。

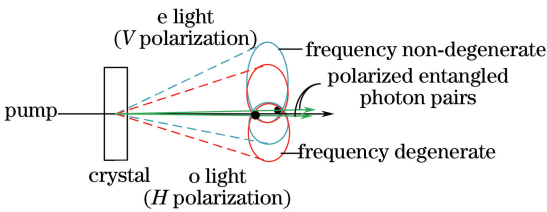


图 2 II 型 SPDC 光场示意图

Fig. 2 Illustration of type-II SPDC light field

### 3 双光子联合光谱以及单光子光谱与抽运频宽和晶体厚度的关系

根据量子理论,自发参量下转换所产生的纠缠光子对波函数  $|\psi\rangle$  可表示为<sup>[16]</sup>

$$|\psi\rangle = C \iint d\omega_s d\omega_i \Phi(\omega_s, \omega_i) \cdot \varepsilon_p(\omega_s + \omega_i) a_s^\dagger(\omega_s) a_i^\dagger(\omega_i) |0\rangle, \quad (1)$$

式中:  $C$  为常数;  $\omega_s$  和  $\omega_i$  分别为信号光和闲置光的频率,  $a_s^\dagger(\omega_s)$  和  $a_i^\dagger(\omega_i)$  分别为信号光和闲置光的

产生算符;  $|0\rangle$  为真空态;  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  为相位匹配函数,其表达式为

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}(\Delta L/2), \quad (2)$$

式中:  $\text{sinc}(\Delta L/2) = \frac{2\sin(\Delta L/2)}{\Delta L}$ ;  $L$  为非线性晶体厚度;  $\Delta$  为径向相位失配量,其表达式为

$$\Delta = k_s(\omega_s) + k_i(\omega_i) - k_p(\omega_p), \quad (3)$$

其中  $k_s(\omega_s)$ 、 $k_i(\omega_i)$  和  $k_p(\omega_p)$  分别为信号光、闲置光和抽运光的光波数,且有  $k_r(\omega_r) = n_r \omega_r / c$  ( $r = p, s, i$ ),  $n_r$  为折射率,  $c$  为真空中的光速,  $\omega_r$  为光频率。当  $\Delta = 0$  即  $k_p(\omega_p) = k_s(\omega_s) + k_i(\omega_i)$  时,双光子满足动量守恒即相位匹配条件,此时自发参量下转换过程的效率最大。

(1) 式中,  $\varepsilon_p(\omega_s + \omega_i)$  为抽运线性函数,其表达式为

$$\varepsilon_p(\omega_s + \omega_i) = \exp[-(\omega_s + \omega_i - \Omega_p)^2 / \sigma_p^2], \quad (4)$$

式中:  $\sigma_p$  和  $\Omega_p$  分别为抽运光的频宽和中心频率。

抽运线性函数是抽运脉冲函数时域分布的傅里叶变换,满足能量守恒,即下转换过程仅允许产生光子对的频率之和等于抽运频率,即  $\omega_p = \omega_s + \omega_i$  的情况。自发参量下转换产生的双光子的联合光谱函数  $S(\omega_s, \omega_i)$  是相位匹配函数和抽运线性函数乘积的平方,即

$$S(\omega_s, \omega_i) = |\Phi(\omega_s, \omega_i) \varepsilon_p(\omega_s + \omega_i)|^2. \quad (5)$$

$S(\omega_s, \omega_i)$  可以看作光子频率的概率分布,体现了联合光谱的强度。

直接测量双光子联合光谱,并将其与双光子的频率纠缠特性联系起来,可实现纠缠量化。Fedorov 等<sup>[17]</sup> 提出在脉冲抽运时信号光子与闲置光子间的频率纠缠度;将 Schmidt 数值  $R$  近似为单光子光谱宽度与双光子联合光谱宽度的比值,其表达式为

$$R = \frac{\Delta\nu_s}{\Delta\nu_c}, \quad (6)$$

式中:  $\Delta\nu_c$  为双光子联合光谱的频率宽度,即联合光谱图形在  $\nu_i = \nu_s$  轴上的频率宽度;  $\Delta\nu_s$  为信号光  $s$  的单光子光谱的半峰全宽(FWHM),即峰值高度一半处的峰宽度;  $R$  在  $0$  到  $\infty$  范围内波动。

根据频率一致纠缠源的判据<sup>[18]</sup>,通过比较纠缠光子对的信号光子与闲置光子频谱之和的频宽  $\Delta\Lambda_+$  和信号光子与闲置光子频谱之差的频宽  $\Delta\Lambda_-$  的大小可判断频率的关联特性。在双光子联合光谱上,  $\Delta\Lambda_+$  为联合光谱图形在正对角线  $\nu_i = \nu_s$  上的频率宽度即  $\Delta\nu_c$ ,  $\Delta\Lambda_-$  为联合光谱图形在负对角线  $\nu_i = -\nu_s$  上的频率宽度。若  $\Delta\Lambda_+ < \Delta\Lambda_-$ , 则双光子

为频率反关联;若  $\Delta\Lambda_+ = \Delta\Lambda_-$ , 则双光子为频率不关联;若  $\Delta\Lambda_+ > \Delta\Lambda_-$ , 则双光子为频率正关联。

还可通过对双光子联合光谱的积分运算来体现量子干涉可见度,对信号光子和闲置光子可区分性的度量直接体现在干涉可见度上。双光子的干涉可见度  $V$  可以表示为<sup>[16]</sup>

$$V = \frac{\iint d\omega_s d\omega_i |A(\omega_s, \omega_i)A(\omega_i, \omega_s)|}{\iint d\omega_s d\omega_i |A(\omega_s, \omega_i)|^2}, \quad (7)$$

式中:  $A(\omega_s, \omega_i) = \Phi(\omega_s, \omega_i)\epsilon_p(\omega_s + \omega_i)$  为双光子联合光谱的幅度函数, 当且仅当  $|A(\omega_s, \omega_i)| = |A(\omega_i, \omega_s)|$ , 即联合光谱的幅度函数关于正对角线  $\nu_i = \nu_s$  对称时, 干涉可见度  $V$  达到最大值 1, 两个单光子的光谱完全重合, 不可区分<sup>[19]</sup>; 两个单光子光谱的差异越大, 不可区分性越小, 双光子的干涉可见度也越小。

推导双光子的联合光谱以及单光子光谱与抽运频宽和晶体厚度的关系, 设抽运光、信号光和闲置光的频率  $\omega_r$  分别为

$$\omega_r = \Omega_r + \nu_r, \quad (8)$$

式中:  $\Omega_r$  为对应光场的中心频率;  $\nu_r$  为对应光场频率的偏移量, 即差分频率。根据能量守恒, 差分频率满足  $\nu_s + \nu_i = \nu_p$ 。

将光波数  $k_r(\nu_r) = n_r(\Omega_r + \nu_r)/c$  按级数展开取一阶项, 忽略二阶以上项, 可得<sup>[20]</sup>

$$k_r(\nu_r) = K_r + \frac{\nu_r}{\mu_r(\Omega_r)}, \quad (9)$$

式中:  $K_r$  为展开式的常数项, 满足零阶分量的动量守恒, 即  $K_s + K_i = K_p$ ;  $\mu_r(\Omega_r)$  为沿晶体传播对应光场的光束在中心频率  $\Omega_r$  处测得的群速度。

将(9)式代入(3)式, 可得到径向相位失配量  $\Delta$  与差分频率  $\nu_r$  的关系, 即

$$\Delta = K_s + K_i - K_p + \frac{\nu_s}{\mu_s(\Omega_s)} + \frac{\nu_i}{\mu_i(\Omega_i)} - \frac{\nu_p}{\mu_p(\Omega_p)}, \quad (10)$$

将其化简为

$$\Delta = -(\nu_p D_+ + 0.5\nu_- D), \quad (11)$$

式中:  $\nu_p = \omega_p - \Omega_p = \omega_s + \omega_i - \Omega_p$ ;  $\nu_- = \nu_i - \nu_s = \omega_i - \omega_s + \Omega$ ;  $\Omega = \Omega_s - \Omega_i$  为信号光和闲置光中心频率的偏移量;  $D$  为闲置光与信号光在晶体中的逆群速度之差, 其与  $\mu_r(\Omega_r)$  之间的关系为  $D = 1/\mu_i(\Omega_i) - 1/\mu_s(\Omega_s)$ ;  $D_+$  为信号光和闲置光在晶体中传播的平均逆群速度与抽运光传播的逆群速度差, 其表达式为  $D_+ = 0.5[1/\mu_s(\Omega_s) + 1/\mu_i(\Omega_i)] - 1/\mu_p(\Omega_p)$ ;  $D$

和  $D_+$  的大小、正负均取决于晶体的自身性质, 即对特定的晶体如 BBO 随中心频率(波长)的变化而各不相同。

将(11)式代入(2)式, 可得

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}\{0.5L[-(\omega_s + \omega_i - \Omega_p)D_+ - 0.5D(\omega_i - \omega_s + \Omega)]\}. \quad (12)$$

当  $\Omega \neq 0$  时, 即信号光和闲置光的中心频率不同, 则两个输出信号频率是非简并的, 将(12)式中  $\omega_s$  和  $\omega_i$  交换后, 可得

$$\Phi(\omega_i, \omega_s) = \text{sinc}\{0.5L[-(\omega_i + \omega_s - \Omega_p)D_+ - 0.5D(\omega_s - \omega_i - \Omega)]\}, \quad (13)$$

此时  $|\Phi(\omega_s, \omega_i)| \neq |\Phi(\omega_i, \omega_s)|$ , 因此相位匹配函数不对称。因为抽运线性函数  $\epsilon_p(\omega_s + \omega_i)$  能够决定可用于下转换泵能量的范围, 相位匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  能够决定分配给两个下变频光子的能量, 所以相位匹配函数不对称时会导致能量分配不均, 进而体现为信号光和闲置光的单光子光谱各不相同, 可区分。

当  $\Omega = 0$  时, 即信号光和闲置光的中心频率相等, 则频率简并, 设  $\Omega_s = \Omega_i = \bar{\Omega}$ , 又因为  $\Omega_p = \Omega_s + \Omega_i$ , 所以  $\Omega_p = 2\bar{\Omega}$ , 此时(12)式转化为

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}\{0.5L[-(\omega_s + \omega_i - 2\bar{\Omega})D_+ - 0.5D(\omega_i - \omega_s)]\}. \quad (14)$$

同时当  $D_+ = 0$  时, 将  $\omega_s$  和  $\omega_i$  交换后, 相位匹配函数关于  $\omega_s$  和  $\omega_i$  对称, 即  $|\Phi(\omega_s, \omega_i)| = |\Phi(\omega_i, \omega_s)|$ , 下转换所产生的两个单光子的光谱完全相同, 此时的双光子是完全不可区分的。

将(8)式关于信号光频率  $\omega_s$  和闲置光频率  $\omega_i$  的表达式代入(14)式, 可得相位匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  与信号光差分频率  $\nu_s$  和闲置光差分频率  $\nu_i$  的关系为

$$\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i) = \text{sinc}\{0.5L[-(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s)]\}. \quad (15)$$

以同样的方式, 可将(4)式的抽运线性函数  $\epsilon_p(\omega_s + \omega_i)$  转化为

$$\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i) = \exp[-(\nu_s + \nu_i)^2/\sigma_p^2], \quad (16)$$

将(15)和(16)式代入(5)式, 可得中心频率差值  $\Omega = 0$  频率简并情况下, 自发参量下转换产生的双光子的联合光谱函数为

$$S(\nu_s, \nu_i) = |\exp[-(\nu_s + \nu_i)^2/\sigma_p^2] \cdot \text{sinc}\{0.5L[-(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s)]\}|^2. \quad (17)$$



由(17)式可以看出,影响下转换产生的双光子联合光谱性能的参数有抽运光的频宽  $\sigma_p$  与非线性晶体厚度  $L$ 。

单光子光谱区别于双光子联合光谱,可以单独反映双光子各自的变化,通过研究单光子光谱可以了解单光子的变化情况。将(17)式的联合光谱函数分别沿信号光和闲置光的差分频率方向作投影,得到信号光的单光子光谱  $S_s(\nu_s)$  和闲置光的单光子光谱  $S_i(\nu_i)$  为

$$\begin{cases} S_s(\nu_s) = \int d\nu_i S(\nu_s, \nu_i) \\ S_i(\nu_i) = \int d\nu_s S(\nu_s, \nu_i) \end{cases} \quad (18)$$

将(8)式代入(12)式,得到相位匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  与信号光差分频率  $\nu_s$  和闲置光差分频率  $\nu_i$  的关系为

$$\begin{aligned} & \Phi(\Omega_s + \nu_s, \Omega_i + \nu_i) = \\ & \text{sinc}\{0.5L[-(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s + \Omega)D]\}. \end{aligned} \quad (19)$$

以同样的方式,将(4)式的抽运线性函数  $\epsilon_p(\omega_s + \omega_i)$  转化为

$$\epsilon_p(\Omega_s + \nu_s + \Omega_i + \nu_i) = \exp[-(\nu_s + \nu_i)^2 / \sigma_p^2], \quad (20)$$

将(19)式和(20)式代入(5)式,得到中心频率差值  $\Omega \neq 0$  频率非简并的情况下自发参量下转换产生的双光子的联合光谱函数为

$$\begin{aligned} & S(\nu_s, \nu_i) = |\exp[-(\nu_s + \nu_i)^2 / \sigma_p^2] \cdot \\ & \text{sinc}\{0.5L[-(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s + \Omega)]\}|^2, \end{aligned} \quad (21)$$

将(21)式代入(18)式,得到  $S_s(\nu_s)$  和  $S_i(\nu_i)$  分别为

$$\begin{cases} S_s(\nu_s) = \int d\nu_i |\exp[-(\nu_s + \nu_i)^2 / \sigma_p^2] \cdot \\ \text{sinc}\{0.5L[-(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s + \Omega)]\}|^2 \\ S_i(\nu_i) = \int d\nu_s |\exp[-(\nu_s + \nu_i)^2 / \sigma_p^2] \cdot \\ \text{sinc}\{0.5L[(\nu_s + \nu_i)D_+ - 0.5D(\nu_i - \nu_s + \Omega)]\}|^2 \end{cases} \quad (22)$$

下面将通过对自发参量下转换过程的仿真实验来分析双光子的联合光谱和单光子光谱在不同参数下表现出的频率纠缠、频率关联以及量子干涉特性。

## 4 不同参数下的光谱特性实验及其结果分析

详细分析了信号光和闲置光的单光子光谱特性、连续光抽运时双光子的光谱特性、脉冲光抽运时

脉冲的频宽和晶体的厚度对双光子光谱特性的影响,以及具有特殊频率关联的双光子间特性。其中所有的仿真实验均是在 Mathematica 软件上完成的。采用绘图函数 Plot 对信号光和闲置光的单光子光谱作图,采用绘制三维图形函数 Plot3D 对相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$ 、抽运线性函数  $\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  和双光子联合光谱函数  $S(\nu_s, \nu_i)$  作三维空间图;采用密度函数 Density Plot 作二维俯视图,绘图点 Plot Points 为 50,绘图范围 PlotRange 为 Full,颜色函数 Color Function 设为“Sunset Colors”,在 Mathematica 中将各个函数的表达式代入 Plot/Plot3D/Density Plot[ $S_s(\nu_s)/S_i(\nu_i)/\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)/\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)/S(\nu_s, \nu_i), \nu_s, \nu_i, \sigma_p, D_+, D, L$ ]中进行仿真实验绘图。

### 4.1 单光子光谱特性分析

采用脉冲光作为自发参量下转换的抽运光进行两部分实验:1) 在信号光和闲置光的中心频率差值  $\Omega \neq 0$ , 即频率非简并的情况下,观察参数  $\Omega$  的变化对单光子光谱特性的影响;2) 在信号光和闲置光的中心频率差值  $\Omega = 0$ , 即频率简并的情况下,观察参数  $D_+$  的变化对单光子光谱特性的影响。

通过(22)式  $S_s(\nu_s)$  和  $S_i(\nu_i)$  所示的光谱函数可作出单光子光谱图,首先在 Mathematica 中使用数值积分函数 NIntegrate 对双光子联合光谱函数中信号光差分频率  $\nu_s$  (或闲置光差分频率  $\nu_i$ ) 进行积分,然后使用 Plot 函数绘制出单光子光谱函数随闲置光差分频率  $\nu_i$  (或信号光差分频率  $\nu_s$ ) 变化的图像。在实验中,选择脉冲光的频宽为  $\sigma_p = 1$  nm,晶体厚度  $L = 1$  mm,  $D_+ = -1.82 \times 10^{-13}$  s/mm,  $D = 1 \times 10^{-13}$  s/mm<sup>[21]</sup>。在第一个实验中,分别取  $\Omega = 5$  THz 和  $\Omega = -5$  THz,将所有参数代入(22)式中,  $\Omega > 0$  和  $\Omega < 0$  时信号光子和闲置光子的单光子光谱  $S_s(\nu_s)$  和  $S_i(\nu_i)$  分别如图 3(a) 和 (b) 所示。在第二个实验中取  $\Omega = 0$ , 分别使  $D_+ = -1.82 \times 10^{-13}$  s/mm 和  $D_+ = 0$ <sup>[22]</sup>, 其他参数不变,将所有参数代入(22)式中,信号光子和闲置光子的单光子光谱  $S_s(\nu_s)$  和  $S_i(\nu_i)$  如图 3(c) 和 (d) 所示。在图 3 中蓝色实线为信号光(s)的单光子光谱,红色虚线为闲置光(i)的单光子光谱。

由图 3(a) 和 (b) 可以看出,当  $\Omega \neq 0$  时,频率非简并,此时实验不满足相位匹配条件,即  $\Delta \neq 0$ 。信号光和闲置光的单光子光谱的对称轴存在偏移,且偏移量为  $\Omega$ , 此时信号光和闲置光在频率上是可区

分的,并且这种偏移的程度越大,信号光和闲置光的单光子光谱可区分性越大。从图 3(c)和(d)可以看出,当  $\Omega=0$  时,频率简并,即信号光和闲置光的中心频率相同,所以两个单光子光谱对称轴均在差分频率为零的轴线处。另一方面,当  $D_+ \neq 0$  时,相位

匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  不对称,从图 3(a)、(b)和(c)可以看出,双光子的单光子光谱幅度各异,是可区分的;当  $D_+=0$  时,信号光和闲置光的单光子光谱完全重合,是不可区分的。

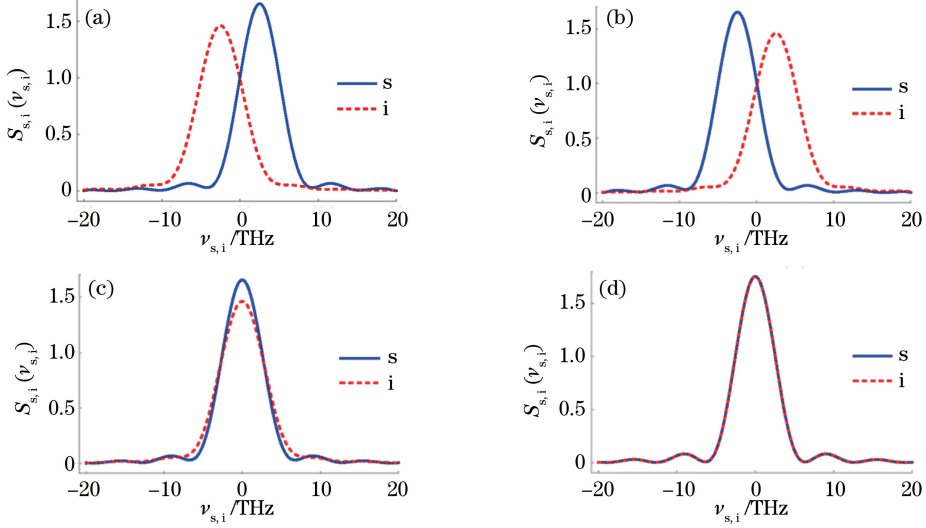


图 3 不同参数下信号光(s)和闲置光(i)的单光子光谱图。(a)  $\Omega > 0$ ; (b)  $\Omega < 0$ ; (c)  $D_+ \neq 0$ ; (d)  $D_+ = 0$

Fig. 3 Single photon spectra of signal light (s) and idle light (i) under different parameters.

(a)  $\Omega > 0$ ; (b)  $\Omega < 0$ ; (c)  $D_+ \neq 0$ ; (d)  $D_+ = 0$

实验结果表明:1) 当频率非简并即  $\Omega \neq 0$  时,自发参量下转换过程仍能发生,但不满足相位匹配条件,存在相位失配量  $\Delta$ ,因此自发参量下转换的效率下降,产生的双光子的频率纠缠度不高;2) 当  $\Omega=0$  且  $D_+=0$  时,若相位匹配函数对称,信号光和闲置光的单光子光谱完全重合,不可区分;若相位匹配函数不对称,两个单光子的光谱存在差异,是可区分的。因此,在实际实验中,应该尽量减少相位匹配函数的不对称性,以提高双光子的不可区分性和干涉可见度。

#### 4.2 连续抽运光下的双光子的特性分析

连续光是指抽运光频宽  $\sigma_p \rightarrow 0$  的情况。当连续光作为自发参量下转换的光源时,进行相位匹配函数、抽运线性函数、双光子联合光谱以及单光子光谱的仿真实验。实验中所选取参数分别为:  $L = 1 \text{ mm}$ ,  $D_+ = -1.82 \times 10^{-13} \text{ s/mm}$ ,  $D = 1 \times 10^{-13} \text{ s/mm}$ 。令信号光和闲置光的差分频率  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-8 \text{ THz}, 8 \text{ THz}]$  范围内变化。将各参数代入(15)式和(16)式,得到以信号光、闲置光差分频率为变量的相位匹配函数及抽运线性函数,如图 4

(a1)和(b1)所示,其二维俯视图分别如图 4(a2)和(b2)所示;将各参数代入(17)式,得到如图 4(c)所示的双光子联合光谱函数图,其二维俯视图如图 4(c3)所示;将各参数代入(22)式,令  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-20 \text{ THz}, 20 \text{ THz}]$  范围内变化,得到如图 4(d)所示的单光子光谱图。

从图 4(a1)中可以看出,相位匹配函数整体呈“山”字状,结合图 4(a2)可以看出,相位匹配函数关于  $\nu_i = D_+ + \nu_s$  轴对称,且在该对称轴上函数达到最大值,将(15)式  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  中的信号光差分频率  $\nu_s$  和闲置光差分频率  $\nu_i$  进行交换可以得到  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$ ,因为  $D_+ \neq 0$ ,所以  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i) \neq \Phi(\bar{\Omega} + \nu_i, \bar{\Omega} + \nu_s)$ ,相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  关于  $\nu_i = \nu_s$  轴不对称,即函数不具有对称性。从图 4(b1)可见,抽运线性函数的空间图形呈倒“T”状,从图 4(b2)可见,  $\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  仅在负对角线  $\nu_i = -\nu_s$  轴上取得函数最大值,因为连续光的频宽  $\sigma_p$  趋近于 0,所以其函数图像的宽度很窄,表现为负对角线上的一条细线。

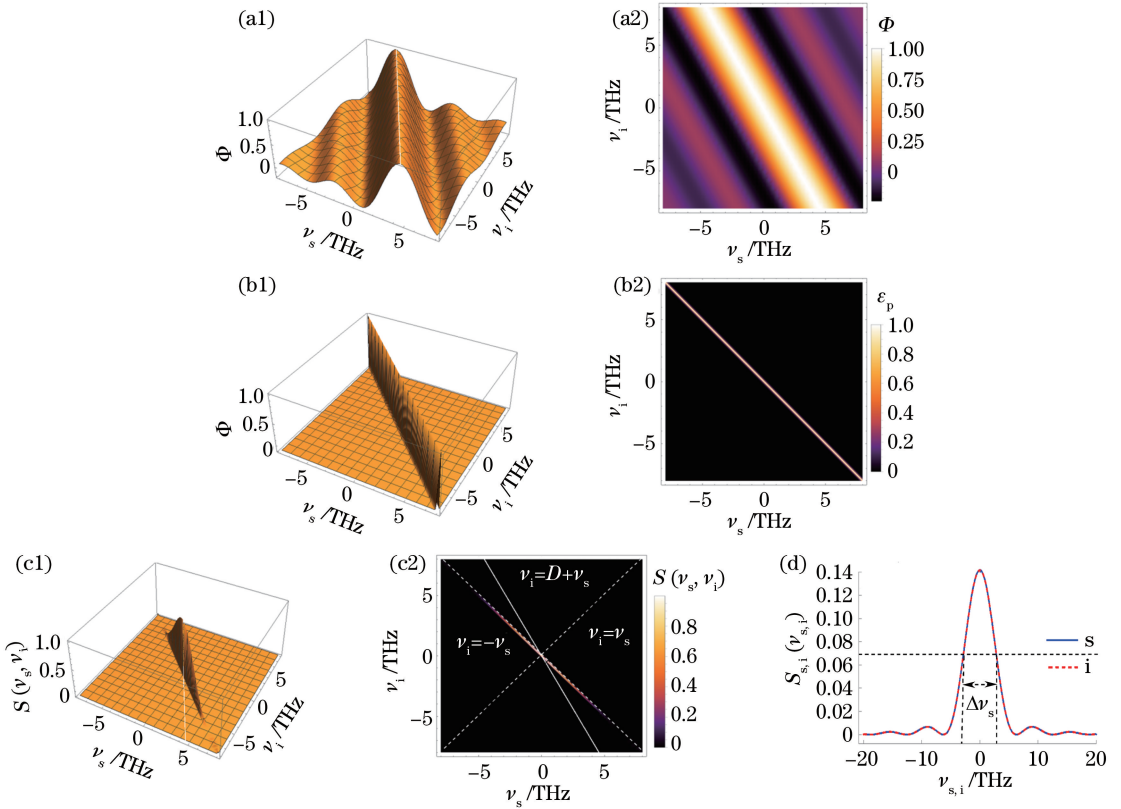


图4 抽运源为连续光时的各函数图形。(a1)(a2)相位匹配函数的三维图和二维图;(b1)(b2)抽运线性函数的三维图和二维图;(c1)(c2)联合光谱函数的三维图和二维图;(d)单光子光谱图

Fig. 4 Source function graphs when continuous light used as pump. (a1) (a2) 3D and 2D plots of phase matching function; (b1) (b2) 3D and 2D plots of pumping linear function; (c1) (c2) 3D and 2D plots of combined spectral function; (d) single photon spectra

由于双光子的联合光谱是由抽运线性函数与相位匹配函数乘积的平方得到的,所以从图4(c1)可以看到,联合光谱函数的三维图形呈峰状,从图4(c2)可以看到,联合光谱函数是一条沿着抽运线性函数方向、且与相位匹配函数的 $\nu_i = D + \nu_s$ 轴坐标范围一致的细线。从图4(c2)中可以明显观察到,横坐标信号光差分频率 $\nu_s$ 越大,纵坐标闲置光的差分频率 $\nu_i$ 越小,联合光谱图形在 $\nu_i = \nu_s$ 上的频率宽度为 $\Delta\Delta_+$ ,在 $\nu_i = -\nu_s$ 上的频率宽度为 $\Delta\Delta_-$ ,测量得到 $\Delta\Delta_+ \rightarrow 0$ , $\Delta\Delta_- \approx 12.43$  THz,明显 $\Delta\Delta_+ < \Delta\Delta_-$ ,说明以连续光作为自发参量下转换抽运光时产生的信号光子和闲置光子满足频率反关联特性。以连续光作为自发参量下转换过程的抽运源时,如图4(c2)所示的联合光谱图像关于 $\nu_i = \nu_s$ 轴对称,所以其幅度函数 $A(\omega_s, \omega_i)$ 满足 $|A(\omega_s, \omega_i)| = |A(\omega_i, \omega_s)|$ ,由(7)式可知,干涉可见度 $V=1$ ,达到最大值。

从图4(d)中可以看出,信号光(s)和闲置光(i)的单光子光谱是重合的,这是因为虽然相位匹配函

数 $\Phi(\omega_s, \omega_i)$ 不对称,但 $\sigma_p$ 接近零,则抽运线性函数图像可以看作是宽度接近零的细线,且关于 $\nu_i = \nu_s$ 轴对称,所以其被相位匹配函数截断的细线即双光子联合光谱函数 $S(\nu_s, \nu_i)$ 的图像也关于 $\nu_i = \nu_s$ 轴对称,由(18)式可知, $S_s(\nu_s) = S_i(\nu_i)$ ,故两者的单光子光谱完全重叠不可区分。从图4(d)可见,信号光(s)的单光子光谱的半峰全宽为 $\Delta\nu_s \approx 5.17$  THz,因为连续光的频宽 $\sigma_p \rightarrow 0$ ,图4(c2)中联合光谱宽度 $\Delta\nu_c \rightarrow 0$ ,因此 $R \rightarrow \infty$ ,达到最大的频率纠缠度。

### 4.3 脉冲光的频宽和晶体厚度对双光子的特性影响

当采用脉冲光作为抽运光源进行自发参量下转换时,脉冲光的频宽 $\sigma_p$ 和非线性晶体厚度 $L$ 分别为抽运线性函数 $\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$ 和相位匹配函数 $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$ 的重要参数,通过分别固定晶体厚度时改变脉冲光频宽和固定脉冲光频宽时改变晶体厚度,确定二者对双光子的联合光谱、单光子光谱以及双光子频率纠缠度和干涉可见度的影响。

1) 固定晶体的厚度  $L$ , 改变脉冲光的频宽  $\sigma_p$

选取参数分别为:  $L=1\text{ mm}$ ,  $D_+ = -1.82 \times 10^{-13}\text{ s/mm}$ ,  $D=1 \times 10^{-13}\text{ s/mm}$ , 脉冲光频宽  $\sigma_p$  分别取  $0.5, 2, 5\text{ nm}$ , 令信号光和闲置光的差分频率  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-8\text{ THz}, 8\text{ THz}]$  范围内变化, 将各参数代入(16)式, 得到以  $\nu_s$  和  $\nu_i$  为变量的抽运线性函数三

维图, 依次如图 5(a1)、(a2)和(a3)所示; 将各参数代入(17)式, 得到双光子联合光谱三维图, 依次如图 5(b1)、(b2)和(b3)所示, 其对应的俯视图如图 5(c1)、(c2)和(c3)所示; 将各参数代入(22)式, 令  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-20\text{ THz}, 20\text{ THz}]$  范围内变化, 得到双光子的单光子光谱依次如图 5(d1)、(d2)和(d3)所示。

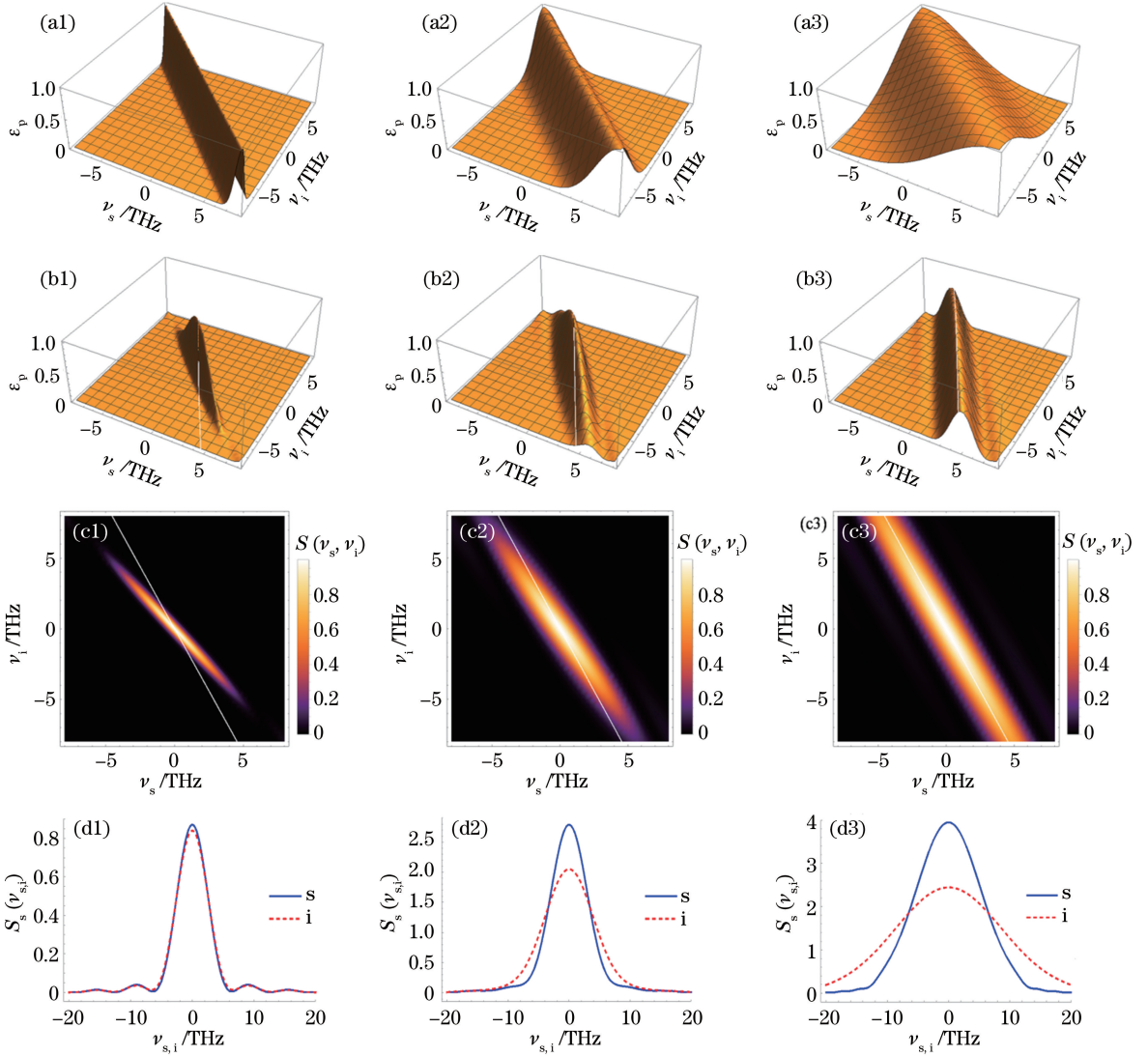


图 5 不同脉冲光频宽下的抽运线性函数三维图、联合光谱函数三维图及二维图和单光子光谱图。

(a1) (b1) (c1) (d1)  $\sigma_p=0.5\text{ nm}$ ; (a2) (b2) (c2) (d2)  $\sigma_p=2\text{ nm}$ ; (a3) (b3) (c3) (d3)  $\sigma_p=5\text{ nm}$

Fig. 5 3D plots of pumping linear functions, 3D plots and 2D plots of combined spectral functions, single photon spectra under different spectral widths of pulsed laser. (a1) (b1) (c1) (d1)  $\sigma_p=0.5\text{ nm}$ ; (a2) (b2) (c2) (d2)  $\sigma_p=2\text{ nm}$ ; (a3) (b3) (c3) (d3)  $\sigma_p=5\text{ nm}$

采用不同的脉冲光频宽进行仿真实验时, 晶体厚度  $L$  固定的情况下相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  的幅度不变, 由于  $D, D_+$  和  $L$  的取值与连续光作为抽运光时所选参数相同, 此时相位匹配函数的三维图同图 4(a1)一样, 从图 5(a1)、(a2)和(a3)可以

看出, 脉冲光频宽  $\sigma_p$  取值越大, 抽运线性函数  $\varepsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  在负对角线  $\nu_i = -\nu_s$  附近的频率宽度越大, 所以  $\varepsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  和  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  在空间相交重叠的范围也越大。因此,  $S(\nu_s, \nu_i)$  的图形越宽越长, 即  $\Delta\nu_c$  越大, 但联合光谱图形的频率



范围受相位匹配函数中  $\nu_i = D_+ \nu_s$  轴坐标范围的限制,在图 5(c1)、(c2)和(c3)中表现为联合光谱图形越来越靠近白色细线,即  $\nu_i = D_+ \nu_s$  轴,直到在这条轴附近的一定范围后,图形的频率宽度和范围将不再随  $\sigma_p$  的增大而增大。图 5(d1)、(d2)和(d3)中所有信号光(s)和闲置光(i)的单光子光谱均是可区分的,这是因为  $D_+ \neq 0$ ,相位匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  不对称,所以分配给信号光和闲置光的能量不均,双光子的单光子光谱不一致,是可区分的,且随着  $\sigma_p$  的变大,参与频率下转换的抽运光子变多,用于下转换的泵能量频率范围变大,信号光和闲置光分配能量差异变大,因此单光子光谱图形越来越宽即  $\Delta\nu_s$  越大,双光子之间的单光子光谱差异越大。

不同脉冲光频宽下的频率纠缠度与干涉可见度如表 1 所示,其中,双光子光谱的频率宽度  $\Delta\nu_c$  可通过图 5(c1)、(c2)和(c3)测得,信号光 s 的单光子光谱的半峰全宽  $\Delta\nu_s$  可以通过图 5(d1)、(d2)和(d3)测得,根据(6)式求出不同脉冲光频宽  $\sigma_p$  下的频率纠缠度,根据(7)式可以求出不同脉冲光频宽  $\sigma_p$  下的干涉可见度  $V$ ,使用 Mathematica 中数值积分函数 NIntegrate 对(7)式的分子和分母进行二重积分,可得  $\sigma_p = 0.5$  nm 时,  $V \approx 4.748/4.922 \approx 0.96$ ;  $\sigma_p = 2$  nm 时,  $V \approx 12.436/16.098 \approx 0.77$ ;  $\sigma_p = 5$  nm 时,  $V \approx 15.892/22.769 \approx 0.69$ 。从表 1 可以看出,随着  $\sigma_p$  的变大,  $\Delta\nu_c$  和  $\Delta\nu_s$  均变大,而频率纠缠度  $R$  变小,双光子的干涉可见度变小。

表 1 不同脉冲光频宽下的频率纠缠度与干涉可见度

Table 1 Frequency entanglement and interference visibility under different spectral widths of pulsed laser

$\sigma_p/\text{nm}$	$\Delta\nu_c/\text{THz}$	$\Delta\nu_s/\text{THz}$	$R$	$V$
0.5	0.67	5.86	8.75	0.96
2	1.13	6.94	6.14	0.77
5	2.26	12.58	5.57	0.69

2) 固定脉冲光的频宽  $\sigma_p$ , 改变晶体的厚度  $L$

选取各参数分别为:脉冲光的频宽为  $\sigma_p = 1$  nm,  $D_+ = -1.82 \times 10^{-13}$  s/mm,  $D = 1 \times 10^{-13}$  s/mm,晶体厚度  $L$  分别取 0.5, 1, 3 mm,令信号光和闲置光的差分频率  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-8$  THz, 8 THz]范围内变化,将  $\sigma_p = 1$  nm 代入(16)式,得到以  $\nu_s$  和  $\nu_i$  为变量的抽运线性函数三维图,如图 6(a)所示;将参数  $D_+$ 、 $D$  和不同的  $L$  代入(15)式,得到以  $\nu_s$  和  $\nu_i$  为变量的相位匹配函数三维图,依次如图 6(b1)、(b2)和(b3)所示;将各参数代入

(17)式,依次得到如图 6(c1)、(c2)和(c3)所示的双光子联合光谱函数三维图,其对应的俯视图如图 6(d1)、(d2)和(d3)所示;将各参数代入(22)式,令  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-20$  THz, 20 THz]范围内变化,依次得到如图 6(e1)、(e2)和(e3)所示的单光子光谱图。

采用不同厚度的非线性晶体进行仿真实验时,脉冲光频宽  $\sigma_p$  固定为 1 nm,抽运线性函数  $\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  的三维图如图 6(a)所示,从图 6(b1)、(b2)和(b3)可以看出,  $L$  值越大,相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  在  $\nu_i = D_+ \nu_s$  轴附近的频率宽度越小,  $\epsilon_p(2\bar{\Omega} + \nu_s + \nu_i)$  和  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  在空间相交重叠的范围也越小,因此,  $S(\nu_s, \nu_i)$  图形越窄越短,即  $\Delta\nu_c$  越小。因为由抽运线性函数产生的下转换光场被限制在相位匹配函数的  $\nu_i = D_+ \nu_s$  轴附近,所以相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  频率宽度越小,下转换产生的双光子联合光谱图形越靠近  $\nu_i = D_+ \nu_s$  轴,该轴与联合光谱图形相交的频率范围不变。图 6(e1)、(e2)和(e3)中所有信号光(s)和闲置光(i)的单光子光谱均是可区分的,  $D_+ \neq 0$  使相位匹配函数  $\Phi(\omega_s, \omega_i)$  不对称,因此双光子在下转换时分配的能量不均,双光子的单光子光谱不一致,是可区分的;  $L$  值变大,能量分配差异变大,双光子之间的单光子光谱差异随之变大,且  $\Delta\nu_s$  变小。

不同晶体厚度下的频率纠缠度与干涉可见度如表 2 所示,其中,双光子光谱的频率宽度  $\Delta\nu_c$  可以通过图 6(d1)、(d2)和(d3)测得,信号光 s 的单光子光谱的半峰全宽  $\Delta\nu_s$  可以通过图 6(e1)、(e2)和(e3)测得,根据(6)式求出不同晶体厚度  $L$  下的频率纠缠度,根据(7)式可以求出不同晶体厚度  $L$  下的干涉可见度  $V$ ,使用 Mathematica 中数值积分函数 NIntegrate 对(7)式的分子和分母进行二重积分,可以得到  $L = 0.5$  mm 时,  $V \approx 13.903/14.025 \approx 0.99$ ;  $L = 1$  mm 时,  $V \approx 5.587/6.651 \approx 0.84$ ;  $L = 3$  mm 时,  $V \approx 2.071/3.514 \approx 0.58$ 。从表 2 可以看出,随着  $L$  值变大,  $\Delta\nu_c$  和  $\Delta\nu_s$  均变小,频率纠缠度  $R$  变大,同时双光子的干涉可见度变小。

本小节可以得出以下结论:1) 为了得到尽量大的双光子频率纠缠度和干涉可见度,脉冲光频宽  $\sigma_p$  应尽量小,  $\sigma_p$  趋近 0 时,脉冲光抽运变为连续光抽运,达到最大纠缠度和干涉可见度;2) 确定  $\sigma_p$  后,为提高频率纠缠度还可以增大晶体厚度  $L$ ,但  $L$  过大会降低干涉可见度,所以应该选取合适的  $L$ 。

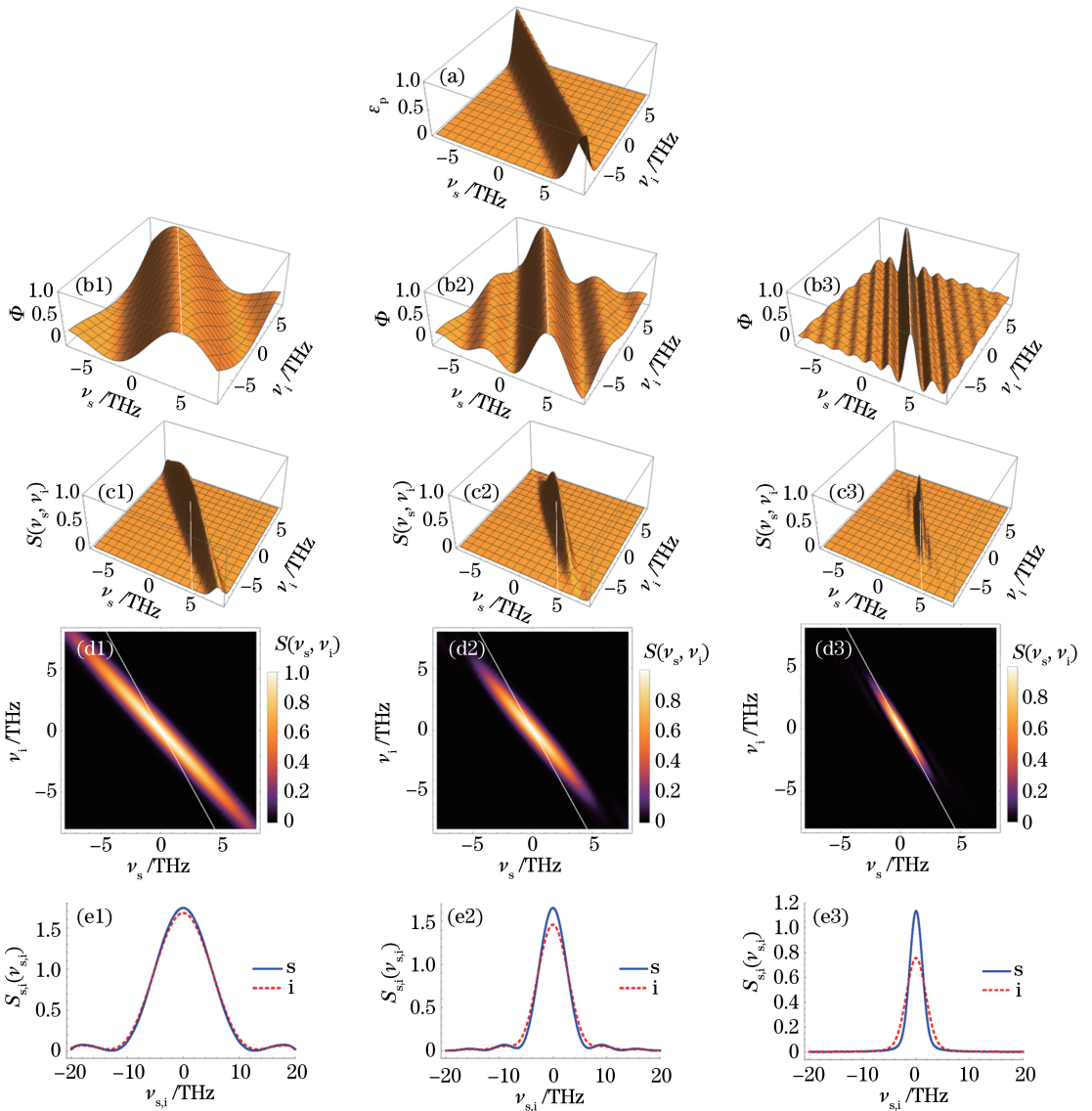


图 6 不同晶体厚度下的抽运线性函数三维图、相位匹配函数三维图、联合光谱函数三维图及二维图、单光子光谱图。

(a)  $\sigma_p = 1 \text{ nm}$ ; (b1) (c1) (d1) (e1)  $L = 0.5 \text{ mm}$ ; (b2) (c2) (d2) (e2)  $L = 1 \text{ mm}$ ; (b3) (c3) (d3) (e3)  $L = 3 \text{ mm}$

Fig. 6 3D plots of pumping linear functions, 3D plots of phase matching functions, 3D plots and 2D plots of combined spectral functions, single photon spectra under different crystal thicknesses. (a)  $\sigma_p = 1 \text{ nm}$ ; (b1) (c1) (d1) (e1)  $L = 0.5 \text{ mm}$ ; (b2) (c2) (d2) (e2)  $L = 1 \text{ mm}$ ; (b3) (c3) (d3) (e3)  $L = 3 \text{ mm}$

表 2 不同晶体厚度下的频率纠缠度与干涉可见度

Table 2 Frequency entanglement and interference visibility under different crystal thicknesses

$L / \text{mm}$	$\Delta\nu_c / \text{THz}$	$\Delta\nu_s / \text{THz}$	$R$	$V$
0.5	1.74	11.20	6.44	0.99
1	0.91	6.42	7.05	0.84
3	0.29	2.52	8.69	0.58

#### 4.4 具有特殊频率关联双光子的特性分析

采用自发参量下转换技术不仅可以制备以上所述的频率反关联特性的双光子,也可以通过改变双光子联合光谱函数的参数,使脉冲抽运的自发参量下转换过程产生具有频率不关联和正关联特性的双

光子<sup>[23]</sup>。由(15)式可知,当  $D_+ = 0$  时,相位匹配函数  $\Phi(\bar{\Omega} + \nu_s, \bar{\Omega} + \nu_i)$  具有对称性,即函数关于  $\nu_i = \nu_s$  轴对称,又因为脉冲光的频宽  $\sigma_p$  和非线性晶体的厚度  $L$  不同时,双光子联合光谱图像也不同,因此一定参数下自发参量下转换过程可以制备出具有频率不关联或正关联特性的双光子。

当选取脉冲光的频宽为  $\sigma_p = 3 \text{ nm}$ ,非线性晶体的厚度为  $L = 2 \text{ mm}$ ,  $D_+ = 0$ ,  $D = 1 \times 10^{-13} \text{ s/mm}$  时,令信号光和闲置光的差分频率  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-8 \text{ THz}, 8 \text{ THz}]$  范围内变化,将各参数代入(17)式,得到双光子的联合光谱图如图 7(a)所示。

保持  $D_+ = 0$ ,  $D = 1 \times 10^{-13}$  s/mm, 使脉冲光频宽  $\sigma_p = 10$  nm, 晶体厚度  $L = 5$  mm<sup>[24]</sup>, 令信号光和闲置光的差分频率  $\nu_s$  和  $\nu_i$  在  $[-8$  THz,  $8$  THz] 范围

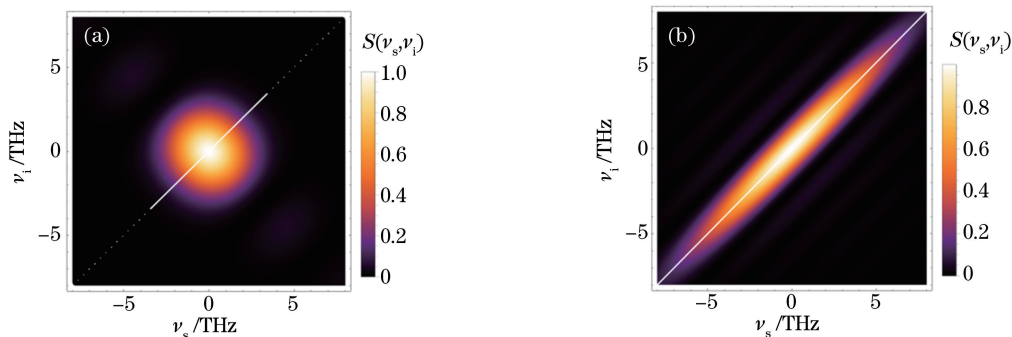


图 7 不同频率关联的双光子联合光谱。(a)不关联;(b)正关联

Fig. 7 Combined two-photon spectra under different frequency correlation. (a) Non-correlation; (b) positive correlation

从图 7(a)可以看出,双光子联合光谱图形关于  $\nu_i = \nu_s$  和  $\nu_i = -\nu_s$  都是对称的,测量得到联合光谱图形在正对角线  $\nu_i = \nu_s$  上的频率宽度  $\Delta\Delta_+ \approx 4.52$  THz,在负对角线  $\nu_i = -\nu_s$  上的频率宽度  $\Delta\Delta_- \approx 4.52$  THz,因为  $\Delta\Delta_+ = \Delta\Delta_-$ ,所以信号光子和闲置光子是不关联的;从图 7(b)可见,横坐标信号光差分频率  $\nu_s$  越大,纵坐标闲置光的差分频率  $\nu_i$  也越大,测量得到  $\Delta\Delta_+ \approx 19.23$  THz,  $\Delta\Delta_- \approx 2.08$  THz,明显  $\Delta\Delta_+ > \Delta\Delta_-$ ,所以信号光子和闲置光子满足频率正关联特性。

仿真实验表明,改变双光子联合光谱函数的参数可以使纠缠光子对之间的频率关联特性从反关联向不关联和正关联演化,这对量子密码学多光子纠缠态的产生和多光子干涉实验等具有重要意义。

## 5 结 论

分别对以连续光和脉冲光作为自发参量下转换的抽运光时,双光子的联合光谱和单光子光谱进行了仿真实验,对比研究了不同参数下对纠缠光子对的频率纠缠、频率关联和量子干涉特性的影响,可得到以下结论。1) 连续光作为抽运光时产生的双光子干涉可见度最大,脉冲光作为抽运光时,频宽越小或晶体厚度越小,干涉可见度越大;2) 连续光作为抽运光时产生的双光子频率纠缠度最大,脉冲光作为抽运光时,其频宽越小或晶体厚度越大,频率纠缠度越大;3) 选取合适的脉冲光频宽和晶体厚度可以产生频率负关联、不关联和正关联的双光子。

## 参 考 文 献

[1] Bouwmeester D, Ekert A, Zeilinger A. The physics

of quantum information [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2000: 11-28.

- [2] Giovannetti V, Lloyd S, MacCone L. Advances in quantum metrology [J]. Nature Photonics, 2011, 5 (4): 222-229.
- [3] D'Angelo M, Kim Y H, Kulik S P, *et al.* Identifying entanglement using quantum ghost interference and imaging [J]. Physical Review Letters, 2004, 92(23): 233601.
- [4] Burnham D C, Weinberg D L. Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs [J]. Physical Review Letters, 1970, 25 (2): 84-87.
- [5] Aspect A, Dalibard J, Roger G. Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers [J]. Physical Review Letters, 1982, 49(25): 1804-1807.
- [6] Kwiat P G, Steinberg A M, Chiao R Y. High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time [J]. Physical Review A, 1993, 47(4): R2472-R2475.
- [7] Tapster P R, Rarity J G, Owens P C M. Violation of Bell's Inequality over 4 km of optical fiber [J]. Physical Review Letters, 1994, 73(14): 1923-1926.
- [8] Yin J J, Yu K, Bao J Q. Spontaneous parametric down conversion in type-iBBO crystal pumped by femtosecond pulses [J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(9): 1376-1380.
- 尹娟娟, 俞侃, 包佳祺. 飞秒激光泵浦 I 类 BBO 晶体中自发参量下转换的研究 [J]. 光子学报, 2011, 40(9): 1376-1380.
- [9] Kim Y H, Grice W P. Generation of pulsed polarization-entangled two-photon state via temporal and spectral engineering [J]. Journal of Modern

- Optics, 2002, 49(14/15): 2309-2323.
- [10] Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, *et al.* New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(24): 4337-4341.
- [11] Kwiat P G, Waks E, White A G, *et al.* Ultrabright source of polarization-entangled photons[J]. Physical Review A, 1999, 60(2): R773-R776.
- [12] Baek S Y, Kim Y H. Spectral properties of entangled photon pairs generated via frequency-degenerate type-I spontaneous parametric down-conversion [J]. Physical Review A, 2008, 77(4): 043807.
- [13] Lu Z G, Liu H J, Jing F, *et al.* Theoretical analysis of spectral properties of parametric fluorescence via spontaneous parametric down-conversion [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(7): 4689-4696.  
卢宗贵, 刘红军, 景峰, 等. 基于自发参量下转换产生参量荧光的光谱分布特性理论分析[J]. 物理学报, 2009, 58(7): 4689-4696.
- [14] Shi B S, Tomita A. Generation of a pulsed polarization entangled-photon pair via a two-crystal geometry[J]. Physical Review A, 2003, 67(4): 043804.
- [15] Bouwmeester D, Pan J W, Daniell M, *et al.* Observation of three-photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement[J]. Physical Review Letters, 1999, 82(7): 1345-1349.
- [16] Grice W P, Walmsley I A. Spectral information and distinguishability in type-II down-conversion with a broadband pump[J]. Physical Review A, 1997, 56(2): 1627-1634.
- [17] Fedorov V, Efremov A, Volkov A, *et al.* Short-pulse or strong-field breakup processes: a route to study entangled wave packets[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2006, 39(13): S467-S483.
- [18] Valencia A, Ceré A, Shi X J, *et al.* Shaping the waveform of entangled photons[J]. Physical Review Letters, 2007, 99(24): 243601.
- [19] Ou Z Y. Temporal distinguishability of an N-photon state and its characterization by quantum interference [J]. Physical Review A, 2006, 74(6): 063808.
- [20] Keller T E, Rubin M H. Theory of two-photon entanglement for spontaneous parametric down-conversion driven by a narrow pump pulse [J]. Physical Review A, 1997, 56(2): 1534-1541.
- [21] Peřina J, Sergienko A V, Jost B M, *et al.* Dispersion in femtosecond entangled two-photon interference[J]. Physical Review A, 1999, 59(3): 2359-2368.
- [22] Nasr M B, Di Giuseppe G, Saleh B E A, *et al.* Generation of high-flux ultra-broadband light by bandwidth amplification in spontaneous parametric down conversion[J]. Optics Communications, 2005, 246(4/5/6): 521-528.
- [23] Giovannetti V, MacCone L, Shapiro J H, *et al.* Extended phase-matching conditions for improved entanglement generation [J]. Physical Review A, 2002, 66(4): 043813.
- [24] Lutz T, Kolenderski P, Jennewein T. A down-conversion source of positively spectrally correlated and decorrelated telecom photon pairs [C] // Conference on Lasers and Electro-Optics, June 9-14, 2013, San Jose, California United States. Washington: Optical Society of America. 2013: QTh1E.4.