基于腔结构的可控量子纠缠

陆繁*
江南大学理学院，江苏 无锡 214122

摘要 提出了一种基于 V 型三能级原子和腔量子电动力学系统的量子纠缠态制备方案。在不同耦合参量条件下，数值分析了任意两腔之间的纠缠演化规律。研究结果表明，当原子以恒定速度通过空腔时，通过改变耦合腔间的耦合参量，可实现对腔间纠缠的控制。利用此方案可同时实现多分量量子纠缠态的产生和控制。

关键词 量子光学；V 型三能级原子；腔量子电动力学；纠缠态；并发度

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**：10.3788/LOP56.042701

Controllable Quantum Entanglement Based on Cavity Structure

Lu Fan*
School of Science, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, *China*

Abstract A scheme for the preparation of quantum entangled states is proposed based on a V-type three-level atom and cavity quantum electrodynamics system. The dynamics of cavity-cavity entanglement is numerically analyzed under different coupling parameters. The research results show that the cavity-cavity entanglement can be mediated by varying the coupling parameters between cavities when the atom successively passes through the empty cavities at a constant speed. Moreover, this scheme can be utilized for the simultaneous generation and control of multi-component quantum entanglement states.

Key words quantum optics; V-type three-level atom; cavity quantum electrodynamics; entanglement; concurrence

OCIS codes 270.5565; 270.5580; 270.5585

1 引 言

量子纠缠是量子信息和量子计算的重要资源。腔量子电动力学系统是一种分布信息的重要工具，这类系统可用于产生纠缠态。在过去的十年里，科研工作者们已经提出了多种基于腔结构产生纠缠态的方案[1-4]。Su 等[5]提出一种利用原子的自发辐射和腔的衰减产生最大纠缠态的方案。Ziane 等[6]提出了通过控制原子与腔相互作用的时间生成多体纠缠的方案。Lin 等[7]提出了利用原子与强失谐腔相互作用产生两体三维最大纠缠态的方案。但是，由于实验条件的限制和来自环境的干扰，纠缠量子位的消相干成为了实现量子技术的主要障碍。消相干影响基于腔量子电动力学系统的量子计算机模型的实现[8]。量子纠缠极易受环境的扰动，在噪音环境中会快速衰减，从而导致纠缠猝死[9]。与纠缠猝死相反，Ficek 等[10]发现了纠缠的突然产生。同时，实验上也证明纠缠猝死后能够复苏[11]。此外，Francica 等[12]提出用量子芝诺效应抑制纠缠退化，Man 等[13]通过调节失谐或腔与附加腔间的耦合强度保护两量子位系统间的纠缠。Wiseman 等[14]利用弱测量和反转测量的方法保护多粒子间的纠缠。徐玉虎等[15]发现不同跃迁频率下利用对称失谐可极大地保护纠缠。

在纠缠态的应用方面，量子隐形传态需要用到长时间处于纠缠态的共享量子比特对，而作为许多量子算法基本特征的量子并行性来源于量子状态的相干叠加。消相干不利于量子信息处理，若在消相干出现时对其进行调控，则可保持量子系统原有的信息。因此，了解量子系统在各种环境下的动力学性质，通过优化耦合参量对系统进行调控，寻找调控和保护纠缠的方法对于量子信息的处理至关重要。

收稿日期：2018-07-31；**修回日期**：2018-08-24；**录用日期**：2018-08-31

* **E-mail**：33933524@qq.com

闫丽[16]研究了两个二能级原子与共同热库发生相互作用的系统纠缠动力学性质。邢贵超等[17]研究了与热库耦合的光腔内三原子间的纠缠动力学。马蓉等[18]研究了运动原子与场相互作用模型中的量子关联。

为了调控纠缠,本文设计了一个既能生成纠缠态,又能通过参数调节控制纠缠的装置。在这项工作中,受文献[19]的启发,使用两对相互耦合的无损耗单模腔组成四腔结构模型,令一个 V 型三能级原子以恒定速度相继通过耦合腔系统,V 型三能级原子的两个偶极跃迁分别与其通过的腔模发生共振耦合。应用该模型研究腔-腔之间的耦合参量对腔模之间纠缠的影响。

2 理论模型

研究一个 V 型三能级原子依次通过耦合光腔(a)和耦合光腔(b)时,耦合参量对光腔之间纠缠的影响。物理模型示意图如图 1 所示,耦合光腔(a)由光腔 c_1 和光腔 c_2 耦合构成,耦合强度为 J_1;耦合光腔(b)由光腔 c_3 和光腔 c_4 耦合构成,耦合强度为 J_2。V 型三能级原子的两个激发态能级 $|e\rangle$ 与能级 $|i\rangle$ 之间偶极禁戒。能级 $|g\rangle$ 为基态,能级 $|e\rangle$ 和能级 $|i\rangle$ 到能级 $|g\rangle$ 的跃迁频率分别为 ω_1, ω_2。当原子通过腔 c_1 时,腔 c_1 的腔模与原子能级 $|e\rangle\leftrightarrow|g\rangle$ 间跃迁共振,腔 c_1 与原子的相互作用强度为 k_1;当原子通过腔 c_3 时,腔 c_3 的腔模与原子能级 $|i\rangle\leftrightarrow|g\rangle$ 间跃迁共振,腔 c_3 与原子的相互作用强度为 k_2;取原子能级 $|g\rangle$ 为零能量参考点。假设在原子进入光腔时,腔 c_1, c_2, c_3, c_4 均处于真空态,原子处在相干叠加态,满足

$$|\varphi_{\mathrm{atom}}(0)\rangle=\alpha|e\rangle+\beta|i\rangle, \tag{1}$$

式中:α, β 满足归一化条件 $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$。原子经过耦合腔系统(a),初态可表示为

$$|\varphi_0(0)\rangle=(\alpha|e\rangle+\beta|i\rangle)\otimes|0_{c_1}0_{c_2}\rangle。 \tag{2}$$

在旋波近似下,原子与耦合腔系统(a)所构成的子系统的哈密顿量为($\hbar=1$)

$$\boldsymbol{H}_1=\omega_1|e\rangle\langle e|+\omega_2|i\rangle\langle i|+\omega_1\boldsymbol{a}_1^{\dagger}\boldsymbol{a}_1+\omega_1\boldsymbol{a}_2^{\dagger}\boldsymbol{a}_2+k_1(\boldsymbol{a}_1^{\dagger}|g\rangle\langle e|+\boldsymbol{a}_1|e\rangle\langle g|)+J_1(\boldsymbol{a}_1^{\dagger}\boldsymbol{a}_2+\boldsymbol{a}_1\boldsymbol{a}_2^{\dagger}), \tag{3}$$

式中:$\boldsymbol{a}_1(\boldsymbol{a}_1^{\dagger})$ 为腔 c_1 的湮灭(产生)算符;$\boldsymbol{a}_2(\boldsymbol{a}_2^{\dagger})$ 为腔 c_2 的湮灭(产生)算符。忽略子系统的损耗,即原子与耦合腔系统(a)构成一个封闭系统,系统的总能量守恒,考虑该子系统中最多只有一个激子。为书写方便,在表示中略去腔场的上标,态矢量从左向右依次代表原子、腔 c_1 和腔 c_2。系统的态矢量集合 $\{|e00\rangle,|g00\rangle,|i00\rangle,|g01\rangle,|g10\rangle\}$ 构成了该子系统的一个完备子空间。在此表象中,哈密顿量 $\boldsymbol{H}_1$ 的本征值谱为

$$\{0,\omega_1,\omega_1-\sqrt{J_1^2+k_1^2},\omega_1+\sqrt{J_1^2+k_1^2},\omega_2\}。 \tag{4}$$

原子经过腔 c_1 后,系统的状态可表示为

$$|\varphi_1(t)\rangle=A_1|e00\rangle+A_2|g00\rangle+A_3|i00\rangle+A_4|g01\rangle+A_5|g10\rangle。 \tag{5}$$

将(2)、(3)、(5)式代入薛定谔方程 $\mathrm{j}\hbar(\partial|\varphi(t)\rangle)/\partial t=\boldsymbol{H}|\varphi(t)\rangle$,其中 $\mathrm{j}^2=-1$,$\boldsymbol{H}$ 为系统的哈密顿量,$|\varphi(t)\rangle$ 为 t 时刻系统的状态。

求解得到

$$A_1=\alpha\left(\frac{J_1^2}{J_1^2+k_1^2}+\frac{k_1^2}{J_1^2+k_1^2}\cos\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t\right), \tag{6}$$

$$A_2=0, \tag{7}$$

$$A_3=\beta, \tag{8}$$

$$A_4=\alpha\,\frac{J_1k_1}{J_1^2+k_1^2}\left(\cos\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t-1\right), \tag{9}$$

$$A_5=-\mathrm{j}\,\frac{\alpha k_1}{\sqrt{J_1^2+k_1^2}}\sin\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t。 \tag{10}$$

原子经过耦合腔(b),与腔 c_3 发生相互作用,系统的初态可以表示为

$$|\varphi'_0(0)\rangle=|\varphi_1(t)\rangle\otimes|0_{c_3}0_{c_4}\rangle。 \tag{11}$$

在旋波近似下,原子与耦合腔(b)组成系统的哈密顿量为

$$\boldsymbol{H}_2=\omega_1|e\rangle\langle e|+\omega_2|i\rangle\langle i|+\omega_2\boldsymbol{a}_3^{\dagger}\boldsymbol{a}_3+\omega_2\boldsymbol{a}_4^{\dagger}\boldsymbol{a}_4+k_2(\boldsymbol{a}_3^{\dagger}|g\rangle\langle i|+\boldsymbol{a}_3|i\rangle\langle g|)+J_2(\boldsymbol{a}_3^{\dagger}\boldsymbol{a}_4+\boldsymbol{a}_3\boldsymbol{a}_4^{\dagger})。 \tag{12}$$

式中:$\boldsymbol{a}_3(\boldsymbol{a}_3^{\dagger})$ 为腔 c_3 的湮灭(产生)算符;$\boldsymbol{a}_4(\boldsymbol{a}_4^{\dagger})$ 为腔 c_4 的湮灭(产生)算符。

原子经过腔 c_3 后,同样,整个系统处于单激发态,这时系统的状态可以表示为

$$|\varphi_2(t)\rangle=B_1|e0000\rangle+B_2|g0100\rangle+B_3|g1000\rangle+B_4|i0000\rangle+B_5|g0001\rangle+B_6|g0010\rangle。 \tag{13}$$

类似地,基矢中标记顺序从左到右依次为原子、腔 c_1、腔 c_2、腔 c_3、腔 c_4。将(5)~(13)式代入薛定谔方程可得

$$B_1=\alpha\left(\frac{J_1^2}{J_1^2+k_1^2}+\frac{k_1^2}{J_1^2+k_1^2}\cos\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t\right), \tag{14}$$

$$B_2=\alpha\,\frac{J_1k_1}{J_1^2+k_1^2}\left(\cos\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t-1\right), \tag{15}$$

$$B_3=-\mathrm{j}\frac{\alpha k_1}{\sqrt{J_1^2+k_1^2}}\sin\sqrt{J_1^2+k_1^2}\,t,\tag{16}$$

$$B_4=\beta\left(\frac{J_2^2}{J_2^2+k_2^2}+\frac{k_2^2}{J_2^2+k_2^2}\cos\sqrt{J_2^2+k_2^2}\,t\right),\tag{17}$$

$$B_5=\beta\frac{J_2k_2}{J_2^2+k_2^2}\left(\cos\sqrt{J_2^2+k_2^2}\,t-1\right),\tag{18}$$

$$B_6=-\mathrm{j}\frac{\beta k_2}{\sqrt{J_2^2+k_2^2}}\sin\sqrt{J_2^2+k_2^2}\,t。\tag{19}$$

为研究光腔之间的纠缠，这里仅考虑原子状态为$|g\rangle$时腔场的状态，对原子求迹得腔场的约化态，可得

$$|\varphi(t)\rangle=B_2|0100\rangle+B_3|1000\rangle+B_5|0001\rangle+B_6|0010\rangle。\tag{20}$$

将(20)式归一化得到

$$|\varphi(t)\rangle=\frac{B_2}{N}|0100\rangle+\frac{B_3}{N}|1000\rangle+\frac{B_5}{N}|0001\rangle+\frac{B_6}{N}|0010\rangle,\tag{21}$$

式中：$N=\sqrt{|B_2|^2+|B_3|^2+|B_5|^2+|B_6|^2}$。

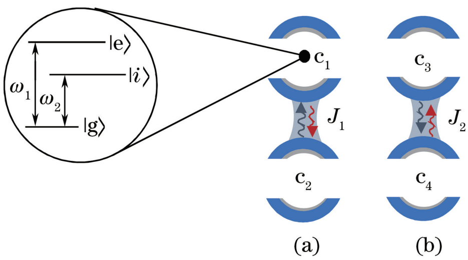

图 1 物理模型示意图

Fig. 1 Schematic of physical model

3 数值模拟与结果分析

通过数值模拟的方法研究系统参量k_1，k_2，J_1，J_2对光腔之间纠缠度的影响。采用Wootters[20]提出的并发度度量各腔之间的纠缠，并发度定义为

$$c(\boldsymbol{\rho})=\max\{0,\sqrt{\lambda_1}-\sqrt{\lambda_2}-\sqrt{\lambda_3}-\sqrt{\lambda_4}\},\tag{22}$$

式中：$\lambda_i(i=1,2,3,4)$为矩阵$\boldsymbol{\rho}'=\boldsymbol{\rho}(\boldsymbol{\sigma}_y\otimes\boldsymbol{\sigma}_y)\boldsymbol{\rho}^*\times(\boldsymbol{\sigma}_y\otimes\boldsymbol{\sigma}_y)$的本征值且$\lambda_1>\lambda_2>\lambda_3>\lambda_4$，这里$\boldsymbol{\rho}$为系统的密度矩阵，$\boldsymbol{\rho}^*$为$\boldsymbol{\rho}$的复共轭矩阵，$\boldsymbol{\sigma}_y=\begin{pmatrix}0&-\mathrm{j}\\ \mathrm{j}&0\end{pmatrix}$为泡利矩阵。并发度$0\leqslant c(\boldsymbol{\rho})\leqslant1$，当$c(\boldsymbol{\rho})=1$时，系统处于最大纠缠态，而$c(\boldsymbol{\rho})=0$时系统处于可分离态。

对于类贝尔态系统，态密度矩阵可表示为

$$\boldsymbol{\rho}=\begin{pmatrix}a&0&0&z\\0&b&y&0\\0&y^*&c&0\\z^*&0&0&d\end{pmatrix},\tag{23}$$

式中：a,b,c,d为非负实数，$a+b+c+d=1$；y,z为复数。此类态密度矩阵的矩阵元呈X型，因此称为X态，对于X态，其并发度公式简化为

$$c(\boldsymbol{\rho})=2\max\{0,|z|-\sqrt{bc},|y|-\sqrt{ad}\}。\tag{24}$$

通过求迹的方法可以得到腔c_i与腔c_j构成的子系统的约化密度矩阵。对于(21)式所表示的量子系统，腔c_1和腔c_2子系统的约化密度矩阵可通过对腔c_3和腔c_4子系统求迹的方法得到

$$\begin{cases}\langle00|\varphi(t)\rangle=\dfrac{B_2}{N}|01\rangle+\dfrac{B_3}{N}|10\rangle\\ \langle11|\varphi(t)\rangle=0\\ \langle01|\varphi(t)\rangle=\dfrac{B_5}{N}|00\rangle\\ \langle10|\varphi(t)\rangle=\dfrac{B_6}{N}|00\rangle\end{cases}。\tag{25}$$

容易得到X型密度矩阵为

$$\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_1-\mathrm{c}_2}=\frac{1}{N^2}\begin{pmatrix}|B_5|^2+|B_6|^2&0&0&0\\0&|B_2|^2&B_2B_3^*&0\\0&B_2^*B_3&|B_3|^2&0\\0&0&0&0\end{pmatrix}。\tag{26}$$

将(26)式与(23)式进行比较，并代入(24)式，计算得到腔c_1与腔c_2间并发度的表达式为

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_1-\mathrm{c}_2})=2\left|\frac{1}{N^2}B_2B_3^*\right|。\tag{27}$$

同理，可得其他两腔间并发度表达式为

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_2-\mathrm{c}_3})=2\left|\frac{1}{N^2}B_2B_6^*\right|,\tag{28}$$

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_1-\mathrm{c}_4})=2\left|\frac{1}{N^2}B_3B_5^*\right|,\tag{29}$$

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_3-\mathrm{c}_4})=2\left|\frac{1}{N^2}B_5B_6^*\right|,\tag{30}$$

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_1-\mathrm{c}_3})=2\left|\frac{1}{N^2}B_3B_6^*\right|,\tag{31}$$

$$c(\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{c}_2-\mathrm{c}_4})=2\left|\frac{1}{N^2}B_2B_5^*\right|。\tag{32}$$

由(1)式可知原子初始时处于两个高能态的叠加态，以下模拟中选取参数$\alpha=\beta=\sqrt{2}/2$，即原子初

始处于两高能态的最大纠缠态。

首先，考虑原子仅与腔 c_1 相互作用，即 $k_1\neq0$，$k_2=0$ 时，腔 c_1-腔 c_2 之间纠缠随原子与腔 c_1 相互作用时间的变化。当 $k_1=0.2$，$k_2=0$ 时，不同耦合常数 J_1 下，腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠随相互作用时间的变化如图 2 所示。

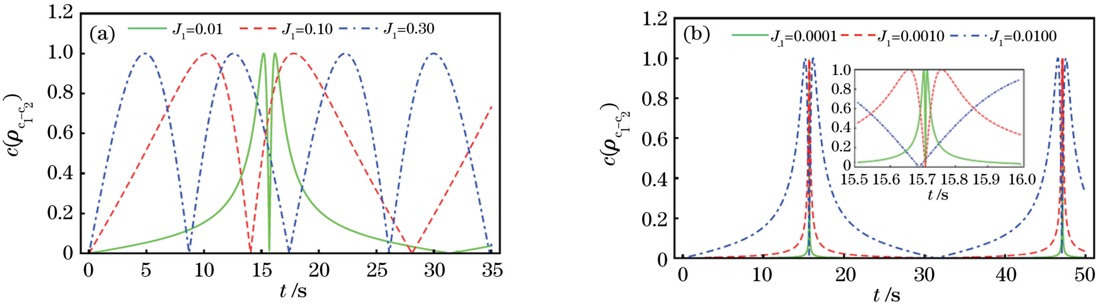

图 2 当 $k_1=0.2$，$k_2=0$ 时，不同耦合常数 J_1 下腔 c_1 与腔 c_2 间的纠缠随相互作用时间的变化。(a) J_1 较大时；(b) J_1 较小时

Fig. 2 Entanglement between cavities c_1 and c_2 versus interaction time for different coupling constants J_1 when $k_1=0.2$, $k_2=0$. (a) Larger J_1; (b) smaller J_1

模拟发现，原子与耦合光腔(a)中腔 c_1 的局域耦合诱导产生了腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠，在一定的耦合时间范围内，耦合参量 J_1 越大，腔 c_1-腔 c_2 之间纠缠量越大。长时相互作用下，如图 2(a)所示，耦合参量 J_1 越大，腔 c_1-腔 c_2 之间纠缠变化周期越短，振荡越剧烈；而如图 2(b)所示，耦合参量 J_1 越小，腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠变化周期越长，在一个周期内出现两个峰值的时间间隔越短，纠缠死亡时间越长，纠缠曲线呈现 M 型。当 $J_1=0$ 时，腔 c_1 与腔 c_2 相互独立，即腔 c_1-腔 c_2 间纠缠为零。其中的物理机制为原子与光腔之间的局域耦合诱导产生了原子与光腔之间的纠缠，光腔内光子存在的概率一定，而腔-腔耦合作用越强，腔-腔之间光子交换速度越快，从而表现为腔-腔之间的相干性呈周期性变化。因而调节腔-腔耦合参量 J_1，可以调控腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠量。

进一步地，考虑原子先后以相同的速度经过腔 c_1 和腔 c_3，即原子与腔 c_1 作用的时间 t_1 等于其与腔 c_3 作用的时间 t_2，研究 $J_2=0$ 时，不同耦合强度 J_1 对腔 c_1-腔 c_2、腔 c_1-腔 c_3、腔 c_2-腔 c_3 之间纠缠的影响。图 3 为不同耦合常数 J_1 下，腔间纠缠随相互作用时间的变化。

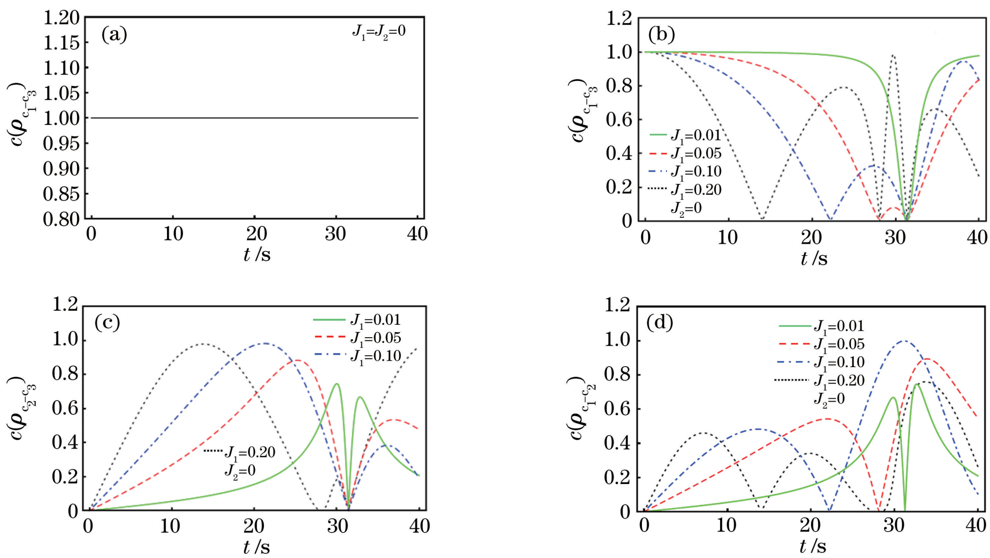

图 3 不同耦合常数 J_1 下腔间纠缠随相互作用时间的变化。(a) $k_1=k_2\neq0$，腔 c_1、腔 c_3 间的纠缠；(b) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_1、腔 c_3 间的纠缠；(c) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_2、腔 c_3 间的纠缠；(d) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_1、腔 c_2 间的纠缠

Fig. 3 Entanglement between cavities versus interaction time for different coupling constants J_1. (a) Entanglement between cavities c_1 and c_3 when $k_1=k_2\neq0$; (b) entanglement between cavities c_1 and c_3 when $k_1=k_2=0.1$; (c) entanglement between cavities c_2 and c_3 when $k_1=k_2=0.1$; (d) entanglement between cavities c_1 and c_2 when $k_1=k_2=0.1$

原子以相同速度先后经过腔 c_1 和腔 c_3，选取参数 $J_1=J_2=0$，经过这一过程，如图 3(a)所示，腔 c_1 与腔 c_3 处于最大纠缠态，将(15)、(16)、(18)、(19)式代入(31)式同样可得 $c(\boldsymbol{\rho}_{c_1-c_3})\equiv 1$，即处于相干叠加态的原子将其相干性完全转移成腔 c_1-腔 c_3 之间的纠缠。如图 3(b)所示，在一定的耦合作用时间范围内，耦合参量 J_1 越大，腔 c_1-腔 c_3 之间的纠缠越小，而如图 3(c)、(d)所示，腔 c_2-腔 c_3 之间的纠缠和腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠随着 J_1 的增大而增大。由这一现象可以看出，引进附加腔，调节腔间耦合参量可调控纠缠量。有趣的是，在图 3(b)和图 3(c)上可以找到一个与耦合常数 J_1 无关的时间点，使得腔 c_1-腔 c_3 之间和腔 c_2-腔 c_3 之间的纠缠量为零。因为从(19)式可以看出，$J_2=0$ 时，B_6 仅与 k_2 有关，与 J_1 无关，所以选取合适时间点可使 $B_6\equiv 0$，从而使得(28)式和(31)式为 0，即存在与 J_1 无关的耦合时间点使腔 c_1-腔 c_3 之间和腔 c_2-腔 c_3 之间的纠缠为 0，而此时腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠量不为 0，改变 J_1 可得到不同的腔 c_1-腔 c_2 之间的纠缠量。

最后，考虑原子以相同速度先后经过两对对称的耦合腔，即 $k_1=k_2\neq 0$，$J_1=J_2\neq 0$。图 4 为不同耦合常数 J_1 下，腔 c_i-腔 c_j($i\neq j$，$i,j=1,2,3,4$)之间的纠缠随相互作用时间的变化。

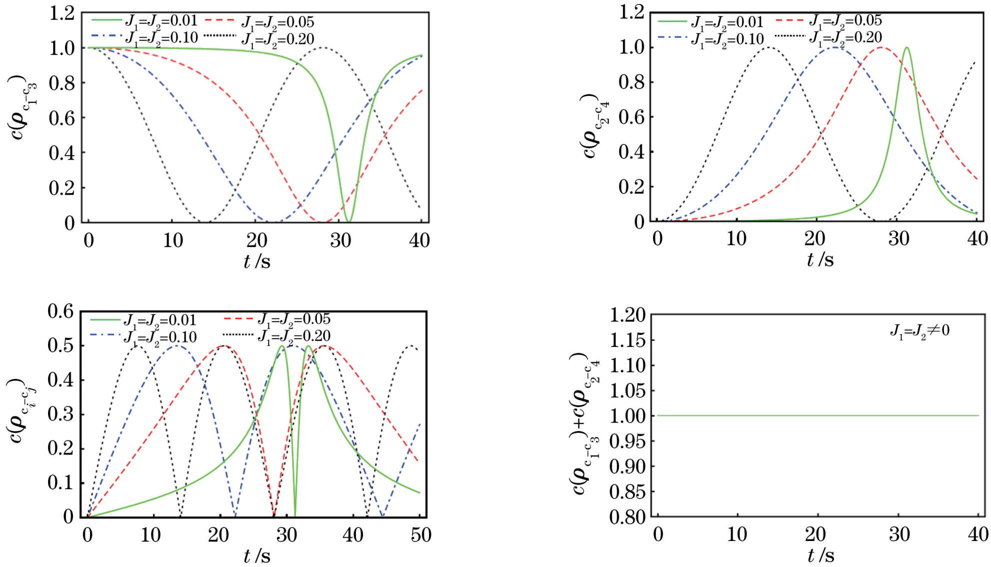

图 4　不同耦合常数 J_1 下腔 c_i-腔 c_j($i,j=1,2,3;i\neq j$)之间的纠缠随相互作用时间的变化。(a) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_1、腔 c_3 间的纠缠；(b) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_2、腔 c_4 间的纠缠；(c) $k_1=k_2=0.1$，腔 c_i、腔 c_j($|i-j|\neq 0,2$)间的纠缠；(d) $k_1=k_2\neq 0$，腔 c_1、腔 c_3 间的纠缠与腔 c_2、腔 c_4 间的纠缠之和

Fig. 4 Entanglement between cavities c_i and c_j ($i,\ j=1,\ 2,\ 3;\ i\neq j$) versus interaction time for different coupling constants J_1. (a) Entanglement between cavities c_1 and c_3 when $k_1=k_2=0.1$; (b) entanglement between cavities c_2 and c_4 when $k_1=k_2=0.1$; (c) entanglement between cavities c_i and c_j ($|i-j|\neq 0,\ 2$) when $k_1=k_2=0.1$; (d) sum of entanglement between cavities c_1-c_3 and entanglement between cavities c_2-c_4 when $k_1=k_2\neq 0$

如图 4(a)和(b)所示，腔 c_1-腔 c_3，腔 c_2-腔 c_4 间纠缠随腔间耦合参量的增强而振荡加剧，且腔 c_1-腔 c_3 间纠缠特性同腔 c_2-腔 c_4 间的纠缠特性严格相反，这是因为原子偶极与腔模的局域耦合诱导产生了腔 c_1-腔 c_3 之间的纠缠，而腔 c_1-腔 c_2 之间、腔 c_3-腔 c_4 之间的耦合又诱导产生了腔 c_2-腔 c_4 之间的纠缠，由于耦合参量的对称性，所以腔 c_2-腔 c_4 之间的纠缠正好补偿了腔 c_1-腔 c_3 之间的纠缠损失。由(31)、(32)式计算可得 $c(\boldsymbol{\rho}_{c_1-c_3})+c(\boldsymbol{\rho}_{c_2-c_4})=1$，数值模拟结果如图 4(d)所示，腔 c_1-腔 c_3，腔 c_2-腔 c_4 之间纠缠量之和为常数 1，所以它们的纠缠变化规律严格相反。随着 J_1 的增强，腔 c_i 与腔 c_j($|i-j|\neq 0,2$)之间的纠缠随时间的变化周期缩短，振荡加剧，而 J_1 越小，纠缠在一个周期内出现两个峰值的时间间隔越短，纠缠死亡时间越长，纠缠曲线呈现 M 型，如图 4(c)所示。由于耦合参量的对称性，图 4(c)展示了与图 2(a)相似的变化规律，其中的机理仍然为引入附加光腔，腔-腔之间的耦合参量越大，腔间光子交换的速度越快，腔间纠缠变化周期越短。当 $\alpha=\beta$，$k_1=k_2$，$J_1=J_2$ 时，由(15)～(19)式可得 $B_2=B_5$，$B_3=B_6$，进而由(27)～(32)式得出 $c(\boldsymbol{\rho}_{c_1-c_2})$，$c(\boldsymbol{\rho}_{c_1-c_4})$，$c(\boldsymbol{\rho}_{c_3-c_2})$，$c(\boldsymbol{\rho}_{c_3-c_4})$相等，

所以腔 c_i 与腔 c_j（$|i-j|\neq 0,2$）纠缠规律完全相同。

4 结　论

提出了一种利用 V 型三能级原子通过腔量子电动力学系统生成纠缠态的方案。研究了耦合腔间的不同耦合参量对腔单元之间纠缠的影响。当原子以恒定速度通过两对耦合腔时，改变耦合腔间的耦合参量，可控制腔与腔之间纠缠的变化规律。研究结果表明，耦合腔间的耦合强度增强，腔间纠缠振荡周期缩短，振荡加剧。特别地，利用对称的耦合腔结构，原子与腔间的局域耦合诱导原子的相干叠加态发生转移，腔-腔之间的耦合诱导腔间的纠缠发生转移。通过引进附加腔，可生成、转移纠缠态，调控纠缠量，实现调节耦合参量产生和控制多分量量子纠缠态的目的。

参 考 文 献

[1] Zheng S B, Guo G C. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED[J]. Physical Review Letters, 2000, 85(11): 2392-2395.

[2] Osnaghi S, Bertet P, Auffeves A, *et al*. Coherent control of an atomic collision in a cavity[J]. Physical Review Letters, 2001, 87(3): 037902.

[3] Wang G Y, Ai Q, Ren B C, *et al*. Error-detected generation and complete analysis of hyperentangled Bell states for photons assisted by quantum-dot spins in double-sided optical microcavities [J]. Optics Express, 2016, 24(25): 28444-28458.

[4] Chen Y H, Xia Y, Chen Q Q, *et al*. Fast and noise-resistant implementation of quantum phase gates and creation of quantum entangled states[J]. Physical Review A, 2015, 91(1): 012325.

[5] Su S L, Shao X Q, Wang H F, *et al*. Scheme for entanglement generation in an atom-cavity system via dissipation[J]. Physical Review A, 2014, 90(5): 054302.

[6] Ziane M, El Guerbouz R, Siyouri F Z, *et al*. Generation of different classes of multipartite entanglement using cavity-QED[J]. Communications in Theoretical Physics, 2018, 69(2): 131-136.

[7] Lin X M, Zhou Z W, Wu Y C, *et al*. Preparation of two-qutrit entangled state in cavity QED[J]. Chinese Physics Letters, 2005, 22(6): 1318-1320.

[8] Pellizzari T, Gardiner S A, Cirac J I, *et al*. Decoherence, continuous observation, and quantum computing: a cavity QED model[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(21): 3788-3791.

[9] Pandit M, Das S, Roy S S, *et al*. Effects of cavity-cavity interaction on the entanglement dynamics of a generalized double Jaynes-Cummings model [J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2018, 51(4): 045501.

[10] Ficek Z, Tanaś R. Delayed sudden birth of entanglement[J]. Physical Review A, 2008, 77(5): 054301.

[11] Xu J S, Li C F, Gong M, *et al*. Experimental demonstration of photonic entanglement collapse and revival[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(10): 100502.

[12] Francica F, Maniscalco S, Plastina F. Off-resonant quantum Zeno and anti-Zeno effects on entanglement [J]. Physica Scripta, 2010, T140: 014044.

[13] Man Z X, Xia Y J, Franco R L. Cavity-based architecture to preserve quantum coherence and entanglement [J]. Scientific Reports, 2015, 5: 13843.

[14] Wiseman H M, Milburn G J. Quantum measurement and control[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2009: 460.

[15] Xu Y H, Ren X Z, Liu X Y. Entanglement evolution characteristics of quantum Rabi models with two arbitrary qubits[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0127001.
徐玉虎, 任学藻, 刘雪莹. 两任意量子比特 Rabi 模型的纠缠演化特性[J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0127001.

[16] Yan L. Evolution property of entanglement between two subsystems [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(3): 032701.
闫丽. 两子系统间纠缠演化特性[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(3): 032701.

[17] Xing G C, Xia Y J. Entanglement dynamics of three atoms in optical cavity coupled to reservior[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67(7): 070301.
邢贵超, 夏云杰. 与热库耦合的光学腔内三原子间的纠缠动力学[J]. 物理学报, 2018, 67(7): 070301.

[18] Ma R, Ahmad A, Erkinjan H, *et al*. Quantum correlations in moving atom-field interaction model [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(5): 052701.
马蓉, 艾合买提·阿不力孜, 艾尔肯江·艾木都拉, 等. 运动原子和场相互作用模型中的量子关联[J].

激光与光电子学进展, 2018, 55(5): 052701.

[19] Yönaç M, Yu T, Eberly J H. Pairwise concurrence dynamics: a four-qubit model[J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2007, 40 (9): S45-S59.

[20] Wootters W K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits[J]. Physical Review Letters, 1998, 80(10): 2245-2248.