基于目标函数加权优化的相机位姿估计算法

凌寒羽*,王培元

海军航空大学,山东烟台 264001

摘要提出了一种结合物方残差和像方残差的加权迭代位姿计算方法。在高精度快速位姿估计算法(EPnP)的基础上,加入改进的自适应加权物方残差目标函数迭代算法来优化结果,并以迭代后的平均像方残差作为最小误差判决阈值来修正误差较大的参数。实验结果表明,所提方法可以极大地提高非冗余情况下 EPnP 算法中位姿参数的计算精度和稳健性。在参考点充足的情况下,维持了 EPnP 算法的高精度,具有较高的实用价值。 关键词 机器视觉;相机位姿估计;目标函数;物方残差;像方残差;加权;稳健性 中图分类号 TP391.4 文献标识码 A doi: 10.3788/LOP56.041503

Method for Camera Pose Estimation Based on Weighted Optimization of Objective Functions

Ling Hanyu*, Wang Peiyuan

Naval Aviation University, Yantai, Shandong 264001, China

Abstract A weighted iterative pose estimation method is proposed, which combines the object-space errors and image-space collinearity errors. Based on the efficient perspective-*n*-point (EP*n*P) algorithm, an improved iterative algorithm with adaptive weighted object-space collinearity error function is added to optimize the results, and the average image-space collinearity error after iteration is used as the minimum error decision threshold to correct the parameters with relatively large errors. The experimental results show that this proposed method can greatly improve the accuracy and robustness of the pose parameters of the EP*n*P algorithm in the non-redundant situations. Moreover, it can maintain the high precision of the EP*n*P algorithm and possess high practical value in the condition of sufficient reference points.

Key words machine vision; camera position estimation; objective function; object-space collinearity errors; image-space collinearity errors; weighting; robustness

OCIS codes 150.0155; 150.1135; 150.1488

1引言

透视 n 点投影(Perspective-n-Point)是计算机 视觉中的经典定位问题,又名 PnP 问题。多数方法 是在已知摄像机内参数的前提下,获得 n 个特征点 的世界坐标和成像后所得的二维图像坐标,求取摄 像机的位姿关系。

PnP问题已经被研究了一个多世纪,近几年在 精度和效率方面展现出很多令人印象深刻的研究成 果。PnP的求解手段主要分为迭代和解析两种。 解析求解手段有很高的计算效率,但是由于噪声的 影响,尤其当点数不足时缺乏稳定性。常见的解析 方法包括高精度快速位姿估计算法 EPnP(Efficient PnP)^[1]、RPnP(Robust PnP)^[2]、OPnP(Optimal PnP)^[3]等。Lepetit 等在传统 PnP 问题上提出 EPnP 位姿估计算法,该方法定位准确、计算速度 快,是第一个在O(n)时间复杂度下得到封闭形式解 的方法。Ferraz 等^[4-5]提出 EPPnP(Efficient Procrustes PnP)和 CEPPnP(Covariant EPPnP)等 系列改进算法,用迭代求解手段将冗余点作为额外

收稿日期: 2018-07-24; 修回日期: 2018-08-16; 录用日期: 2018-09-10

基金项目:国防科技卓越青年人才基金、泰山学者工程专项经费(ts201712072)

^{*} **E-mail**: 289667059@qq.com

信息,以此提高结果的稳定性。此种方法求解精度高,但是计算成本高,耗时严重。并且会因目标函数与初值选取对局部极小值十分敏感,产生极大的不稳定性。常见的迭代方法包括正交迭代(Orthogonal Iteration,OI)算法^[6]、高斯牛顿迭代(Gauss-Newton,GN)算法和列文伯格(Levenberg-Marquardt,LM)算法等。迭代方法通常需要一个相对精确的初值,因此许多研究人员首先利用一些优秀的解析方法进行求解,得到一个比较精确的初始结果,将物方残差或像方残差作为目标函数,不断地进行绝对定向迭代,以作最小化寻优处理。Chen 等^[7]为了提高 EPnP 算法的精度和稳健性,提出基于虚拟控制点的迭代算法。

在选取目标函数时,由于物方残差受深度的影 响较大,常常会导致计算结果不稳定,故研究人员多 采用像方残差进行结果寻优。选择适当的归一化最 小化物方残差的方法同样可以得到非常好的结果。 杨森等^[8]在此思想基础上提出相机位姿的加权线性 算法,在降低时间复杂度的基础上提高了结果的精 度。像方残差是图像上坐标的观测值与计算后的估 计值之差。图像的观测值存在一定的测量误差,若测 量误差满足高斯分布,则像方残差相当于相机投影矩 阵的最大似然估计^[9]。而三维世界坐标的观测值同 样具有测量的不确定性,会产生一定的计算误差。仅 考虑像方残差或物方残差是假设图像坐标和世界坐标二者中一方存在"无限精确"的条件下实现的,在实际应用中往往无法达到如此理想化情况。

鉴于此,本文提出了一种基于目标函数加权优 化的相机位姿估计算法。根据 EPnP 的高精度、高 稳健性和高时效性,将它作为解析方法进行位姿估 计;对 OI 算法的物方残差目标函数进行自适应加 权优化处理,将其作为迭代优化方法,缓解 EPnP 在 非冗余情况下的高误差性;利用迭代后输出的平均 像方残差作为阈值修正求解参数。

2 加权正交迭代算法

物方残差和像方残差均可作为相机位姿结果优 化中的代价函数。从图1可以看出物方残差和像方 残差的物理意义^[6]。在如图1的相机投影模型下, $O_c - X_c Y_c Z_c$ 是以摄像机为原点的摄像机坐标系, $O_c Z_c$ 垂直于图像平面。 X_i 为目标参考点在空间点 X_i 的观测位置坐标向量, \hat{x}_i 为目标参考点在空间点 投影点 \hat{x}_i 的坐标估计值; x_i 为目标参考点 x_i 在图 像上的实际坐标观测值, \hat{X}_i 表示 x_i 在测量视线下 目标点 \hat{X}_i 的估计位置坐标;i为参考点索引; E_A 表 示参考点的物方残差; E_c 表示参考点的像方残差。



图 1 物方残差与像方残差示意图



2.1 目标函数的建立

物方残差是如今 PnP 问题中常用的一种误差 优化目标函数,相比于像方残差,它在最小过程中可 以进行线性求解,已被诸多方法采用。物方残差可 通过计算 n 个目标点在空间中的测量值和图像点 在视线方向按照透视投影模型的空间位置的差值平 方求得,即

$$E_{\mathrm{A}} = \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{X}_{i} - \boldsymbol{\hat{X}}_{i}|^{2} \,. \tag{1}$$

像方残差是计算图像上目标的观测值 x; 和空间参考点X; 按照所估计的相机内参数矩阵A 和外参数(旋转矩阵 R 和平移向量 t)进行反投影得到的

 $\| \boldsymbol{u}_{i} \|$

估计值 *x*; 之间的距离差值的平方,又称为重投影 误差:

$$E_{\rm G} = \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{\hat{x}}_i|^2 \,. \tag{2}$$

部分方法采用平均重投影误差,表示为

$$\bar{E}_{G} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |\boldsymbol{x}_{i} - \boldsymbol{\hat{x}}_{i}|^{2} .$$
(3)

由摄像机投影矩阵可知:

$$\hat{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{A} \left(\boldsymbol{R} \boldsymbol{X}_i + \boldsymbol{t} \right)_{\circ} \tag{4}$$

OI算法是一种典型的物方残差目标函数迭代 算法^[6],将参考点的空间位置在摄像机坐标系下表 示,并根据透视投影模型将世界坐标系下参考点和 图像坐标系下投影点相互联系,可得

$$E_{\mathrm{A}} = \sum_{i=1}^{n} \| (\boldsymbol{I} - \hat{\boldsymbol{V}}_{i}) (\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}_{i} + \boldsymbol{t}) \|^{2}, \qquad (5)$$

式中: \mathbf{I} 为三维单位矩阵; $\hat{\mathbf{V}}_i = \hat{\mathbf{u}}_i \hat{\mathbf{u}}_i^T / (\hat{\mathbf{u}}_i^T \hat{\mathbf{u}}_i)$ 为视线的 投影矩阵; $\hat{\mathbf{u}}_i = (u_i, v_i, 1)^T$ 为空间参考点在归一化平 面上的投影坐标; $\|\mathbf{x}\|$ 为 \mathbf{x} 的范数。目标函数使用 物点、像点、摄影中心三点共线的共线误差来表示。

在旋转矩阵 R 初值已知的前提下,利用平移向 量 t 可求得最优解,接着利用单位四元数(Unit Quaternion,QTN)绝对定向的最优解来更新 R,从 而不断地进行迭代计算。第 k 次迭代的平移向量 和第k+1 次迭代的旋转矩阵可根据(6)式和(7)式 计算,目标函数满足迭代条件后即可停止迭代计算。

$$\boldsymbol{t}^{(k)}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{n} \left(\boldsymbol{I} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\hat{V}}_{i} \right)^{-1} \sum_{i=1}^{n} (\boldsymbol{\hat{V}}_{i} - \boldsymbol{I}) \boldsymbol{R}^{(k)} \boldsymbol{X}_{i},$$
(6)

$$\boldsymbol{R}^{(k+1)} = \arg \min_{\mathbf{R}} \sum_{i=1}^{n} \| \boldsymbol{R} \boldsymbol{X}_{i} + \boldsymbol{t} - \widehat{\boldsymbol{V}}_{i} (\boldsymbol{R}^{(k)} \boldsymbol{X}_{i} + \boldsymbol{t}^{(k)}) \|^{2}$$
(7)

在实际情况下,由于测量仪器的不同和目标所 在空间受限等影响,空间点的测量值 X_i并不绝对 精确,存在一定的测量误差 ΔX_i。相比于像方残 差,物方残差对于目标深度的变化十分敏感,在目标 深度变化剧烈的情况下,往往无法得到良好的误差 估计,会影响最终的计算结果。通过选择适当的归 一化加权,最小化物方残差的方法可以得到非常好 的结果。物方残差的计算结果包含了投影误差和测 量误差两个因素的共同作用。

2.2 权值的选取

文献[8]给出了在一般情况下物方残差与像方 残差之间的关系,同时结合图1两种残差模型可得

$$E_{A} = \| \boldsymbol{X}_{i}^{c} - \hat{\boldsymbol{X}}_{i}^{c} \|, \qquad (8)$$

$$E_{G} = \| \boldsymbol{x}_{i} - \hat{\boldsymbol{x}}_{i} \| =$$

$$- \frac{\boldsymbol{R}(\boldsymbol{X}_{i} - \tilde{\boldsymbol{C}}^{w})}{\boldsymbol{R}_{i}(\boldsymbol{X}_{i} - \tilde{\boldsymbol{C}}^{w})} \| = \frac{1}{\boldsymbol{z}_{i}^{c}} \| \boldsymbol{X}_{i}^{c} - \hat{\boldsymbol{X}}_{i}^{c} \|, \qquad (9)$$

式中: X_i^c 和 \hat{X}^c 分别为空间参考点在摄像机坐标系 下的测量值和估计值; \tilde{C}^w 为摄像机中心在世界坐标 系中的坐标; $C^w = (\tilde{C}^w, 1)^T$ 为对应的齐次坐标; R_s 为旋转矩阵 R的第 3 行; z_i^c 为常数。由(8)式和 (9)式可知,物方残差和像方残差成正比:

$$E_{\rm A} = z_i^{\rm c} E_{\rm Go} \tag{10}$$

结合图 1 和图 2,在正交迭代方法中, $X_i \hat{X}_i = O_c \hat{X}_i$ 二者相互垂直,然而现有理论无法判断 $x_i \hat{x}_i = O_c \hat{x}_i$ 的几何关系,它的物方残差与一般情况相比略 微偏小。



图 2 不同方法中的物方残差对比

Fig. 2 Comparison of object-space collinearity errors for different methods

E[']_A代表正交迭代方法中物方残差大小,*E*_A表示一般情况下物方残差大小,Δ*E*表示两种情况下参考点估计值之差。由图 2 可知:

$$E'_{\rm A} \leqslant E_{\rm A}, \qquad (11)$$

$$E_{\rm A} = \sqrt{E_{\rm A}^{\,\prime 2} + \Delta E^2} \,. \tag{12}$$

同时联立(10)式可求得在正交迭代方法中物方 残差和像方残差二者之间的运算关系:

$$E'_{\rm A} = \sqrt{(z_i^{\rm c} E_{\rm G})^2 - \Delta E^2}$$
 (13)

若 ΔE 取值极小,则可忽略;若其值在总像方残 差中的占比无法忽略,由(13)式可以看出物方残差 和像方残差呈正相关性。

加权值的选择既要考虑物方残差和像方残差二 者的关系,又要反映出图像坐标和世界坐标的相对 测量精度,在计算过程中,需要提前统一图像坐标单 位(pixel)和三维空间单位(mm)。权值分配在点的 测量精度这一问题上应该遵循空间参考点的可信度 原则,通过权值的分配调整异常值对整体误差的影 响^[10]。赋予测量误差大的点较小的权值,测量误差 小的点较大的权值,平衡所有空间参考点物方残差 对整体的贡献^[11]。但在大部分实际应用中无法提 前预知目标点的测量误差。

这里采用改进的 Huber^[12]函数来确定权重系 数 ω_i,既能够快速收敛,又能够平衡异常值对整体 估计的影响。以每一次迭代中归一化图像上的像方 残差为量度,根据残差大的点所对应的测量误差和 深度影响剧烈这一特点可得权重系数的表达式,即

$$\boldsymbol{\omega}_{i} = \begin{cases} 1 & , |\boldsymbol{r}_{i}| \leq r \\ \boldsymbol{r}^{2}/\boldsymbol{r}_{i}^{2} & , |\boldsymbol{r}_{i}| \geq r \end{cases}, \quad (14)$$

式中:r为所有空间参考点初始像方残差的平均值;

r_i为第i个参考点的像方残差;ω_i为第i个参考点 的权重系数;迭代的初始权值设为1,随着迭代的进 行,判别每个参考点 |r_i | 与门限r的大小关系,不断 地更新权值大小。最终的加权物方残差目标函数为

$$E_{\mathrm{A}} = \min_{\boldsymbol{R}, t} \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\hat{V}}_{i}) (\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}_{i} + t) \|^{2}.$$

为保证加权算法能够收敛至正确解,迭代误差 需满足

(15)

$$E_{R}^{(k+1)} = \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} - \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} \|^{2} = \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} - \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k)} \|^{2} - \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} - \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k)} \|^{2}, \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} - \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k)} \|^{2} \leqslant \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \mathbf{x}_{i}^{(k)} - \mathbf{\hat{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k)} \|^{2} = E_{R}^{(k)}, \quad (17)$$

$$E_{R}^{(k+1)} \leqslant E_{R}^{(k)} - \sum_{i=1}^{n} \omega_{i} \| \hat{\mathbf{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k+1)} - \hat{\mathbf{V}}_{i} \mathbf{x}_{i}^{(k)} \|^{2}$$
(18)

式中: $E_{R}^{(k+1)}$ 为第 k次的迭代误差; x_i 为 X_i 在归一 化平面上的视线投影向量。由(18)式可知,在迭代 停止前, $E_{R}^{(k+1)} \leq E_{R}^{(k)}$ 恒成立,满足全局收敛条件, 则改进方法是正确且有效的。

3 像方残差的平移向量优化

图像上点的观测值往往无法达到极致精确,伴随着观测值的不确定性^[5,13-14],若测量误差满足高 斯分布,则像方残差相当于相机投影矩阵的最大似 然估计。图像观测值的不确定性测量误差与在噪声 影响下的位姿估计误差的关系如图 3 所示,图中 Δu_i 是图 3 中任意一点的测量误差。该方法既考虑 了投影矩阵的估算误差,又考虑了图像点的测量误 差,是二维平面上两点之间的几何误差。





正交迭代使用初始的旋转矩阵 R 来迭代平移

向量*t*。仅采用物方残差作为目标函数,忽略了图像点观测值的不确定性。尽管第2节通过更新权值

系数来修正输出结果,但最终的平移向量参数 t 仍 会出现较大误差,此时需要使用 EPnP 中控制点的 距离不变性和以上述所求像方残差的阈值限制对平 移向量 t 进行优化。

1) 按照原方法计算出迭代后各参数的最佳解 和对应物方残差以及像方残差;2) 按照原 EPnP 方 法,依据刚性变换不变性,对4个控制点在世界坐标 系(C_1^w , C_2^w , C_3^w , C_4^w)和摄像机坐标系(C_1^c , C_2^c , C_3^c , C_4^c)下坐标距离相等这一特点^[1],可得

$$\beta = \underset{\beta}{\operatorname{argmin}} \sum_{i,j=1,i< j}^{4} | \| \boldsymbol{C}_{i}^{c} - \boldsymbol{C}_{j}^{c} \|^{2} - \| \boldsymbol{C}_{i}^{w} - \boldsymbol{C}_{j}^{w} \|^{2} |, \qquad (19)$$

$$\boldsymbol{c} = \sum_{i=1}^{r} \beta_i \boldsymbol{w}_i, \boldsymbol{c} = [\boldsymbol{C}_1^{cT}, \boldsymbol{C}_2^{cT}, \boldsymbol{C}_3^{cT}, \boldsymbol{C}_4^{cT}]^{T}, \quad (20)$$

$$\boldsymbol{P}_{i}^{c} = \sum_{j=1}^{4} \alpha_{ij} \boldsymbol{C}_{j}^{c}, \sum_{j=1}^{4} \alpha_{ij} = 1, \qquad (21)$$

式中: β 为目标函数;i,j为参考点索引;通过 EPnP 中(20)式和(21)式可得虚拟控制点和真实控制点在 摄像机坐标系下的坐标集合{ C_i° }和{ P_i° };c为4个控 制点在摄像机坐标系下的坐标矩阵; N_F 为原方法中 c的系数矩阵与自身转置的乘积在零空间的维数; w_i 可通过该系数矩阵对应的右奇异向量求得; a_{ij} 为控制 点的系数。通过一到两步的高斯迭代算法可求得 β 的最优解^[15]。真实控制点的世界坐标系坐标集合 { P_i° }已知,最后通过解控制点在两种三维空间坐标 下的绝对定向问题即可求得在(19)式限制条件下的 最优位姿 R和t。具体操作可参考文献[1]。 根据(3)式和(4)式求得此种条件下的像方残 差,与2.2节中所求像方残差阈值进行比较,数值小 者对应的相机外参数为最优位姿。

4 实 验

4.1 仿真实验

仿真实验采用与 EPnP 方法相同的配置,在一 般配置的计算机下使用 Matlab2017 软件实现。采 用 640 pixel×480 pixel 分辨率、800 pixel 等效焦距 的 虚 拟 摄 像 机。在 $[-2 \text{ mm}, 2 \text{ mm}] \times$ $[-2 \text{ mm}, 2 \text{ mm}] \times [4 \text{ mm}, 8 \text{ mm}] 范围内随机生$ 成摄像机坐标系下的若干三维参考点坐标。在世界坐标系和对应的图像坐标系下分别加入不同水平的高斯白噪声,对每个水平的噪声分别做 1000 次独立实验。

不同算法的旋转矩阵计算误差 *E*_R 与平移向量的计算误差 *E*₄ 均可表示为

$$E_{\mathrm{R}} = \| \bar{\boldsymbol{q}} - \boldsymbol{q} \| / \| \boldsymbol{q} \| , \qquad (22)$$

$$E_{t} = \| \overline{t} - t \| / \| t \|, \qquad (23)$$

式中: \bar{q} 和 q 为与旋转矩阵对应的归一化四元数的 真实值与计算值; \bar{t} 和 t 为平移向量的真实值与计 算值。

比较如下算法的精度与稳健性:

 EPnP:当前最优的高效的非迭代 PnP 算法 之一;

2) EPnP+OI:以 EPnP 为初值,最小化物方残

差的正交迭代算法;

3) EP*n*P+GN:高效 EP*n*P 加上几步高斯牛顿 迭代;

4) EPnP+OIGN:以 EPnP 为初值的正交迭代算法,加入几步高斯牛顿迭代进行像方残差参数修正;

5) EP*n*P+WOIGN:对算法 4)进行正交迭代 的加权优化处理;

图 4 给出空间参考点数量从 4 点增加到 15 点时的相机外参数平均误差和中值误差的变化情况。 与原 EPnP和 EPnP+GN 算法相比,改进方法在缺少冗余点时明显提高了算法的精度。并且随着点数的增大,结果稳定在较高的精度上。EPnP+OI 算法与 EPnP 相比旋转矩阵的计算误差明显下降,但是由于使用最小化物方残差作为目标函数,其平移向量与原方法相比精度有所下降。EPnP+OIGN 算法采用的像方残差平移向量优化方法使得平移向量 t 的精度大幅度提高,甚至超越了原算法,对旋转矩阵 R 的精度也有一定幅度的修正优化。EPnP+WOIGN 算法采用正交迭代的加权优化处理,在一定程度上调整了各参数的求解精度。

图 5 和图 6 给出几种算法在不同水平高斯白噪 声下的稳健性对比曲线,分别取点数为 4 和 5 做了 两次不同的仿真实验。可以看出,点数为 4 时各算 法均出现了较大的误差,其中 EPnP+OIGN 算法 和 EPnP+WOIGN 算法的稳健性较高,且参数的 计算误差能够随着噪声的增大保持在一个相对较低



图 4 各算法精度对比图。(a)旋转矩阵平均误差;(b)旋转矩阵中值误差;(c)平移向量平均误差;(d)平移向量中值误差 Fig. 4 Precision comparison among all algorithms. (a) Mean rotation error; (b) median rotation error; (c) mean translation error; (d) median translation error



图 5 点数为 4 时各算法稳健性对比图。(a)旋转矩阵平均误差;(b)旋转矩阵中值误差; (c)平移向量平均误差;(d)平移向量中值误差

Fig. 5 Robustness comparison among all algorithms when point number is 4.

(a) Mean rotation error; (b) median rotation error; (c) mean translation error; (d) median translation error





Fig. 6 Robustness comparison among all algorithms when point number is 5.

(a) Mean rotation error; (b) median rotation error; (c) mean translation error; (d) median translation error

的误差水平上。EPnP+OI算法计算旋转矩阵 **R** 的稳健性较好,与图 4 一致的是,在平移向量 t 的计算上出现了较大偏差。点数为 5 时,各算法的参数

误差均有大幅度减小,其稳健性与4点时一致。

4.2 真实图像实验

在仿真实验的基础上进行真实图像实验,以此

验证算法的有效性。给定大小为 800 pixel × 600 pixel的图像。使用 1529.60 pixel 焦距, u₀ = 400.41 pixel, v₀ = 303.68 pixel 为主点坐标的摄像 机进行实验。1)利用尺度不变特征变换(SIFT)算 法匹配输入图像与参考图像之间的特征点, 建立临时匹配关系, 如图 7 所示; 2)根据已知参考点的坐标对应关系, 按照改进算法计算出相机位姿; 3)在参考图像中, 将 8 个顶点坐标进行反投影, 构造出一个黄色边框模型轮廓; 4)按照参考图像和输入图像的匹配关系, 将模型轮廓和其余参考点坐标投影到输入图像中。图 8(a)给出原始参考图像, 精确已知 210 个参考点的图像坐标对应世界坐标, 图 8(b)给出输入图像。

图 8(b)中,深蓝色加号表示已知的特征点图像

坐标,浅蓝色三角表示空间特征点重投影的结果,红 色加号表示少许错误匹配的图像特征点。实验表 明,计算结果精度越高,模型轮廓与图像边框的吻合 度越高。图中模型轮廓与物品轮廓有极好的匹配 度,可以看出改进算法有较好的准确性和较强的适 用性。

将真实图像对各算法进行测试,可以看出,在点数冗余时 5 种算法的重投影误差大小不一,原始 EPnP在真实图像的测试中具有 5 pixel 左右的误 差;EPnP+GN算法在高斯迭代的作用下减小了近 2 pixel 的误差;EPnP+OI算法中使用物方残差最 小化目标函数反而增大了重投影误差;而最终的像 方残差优化以及加权作用极大地减小了最终的重投 影误差,实验结果如表 1 所示。



图 7 SIFT 算法下匹配关系示意图 Fig. 7 Schematic of matching relation for SIFT algorithm



图 8 真实影像实验结果。(a)参考图像;(b)输入图像 Fig. 8 Experimental results of real image. (a) Reference image; (b) input image

表	1	真实实验结果	
Table 1	Rea	l experimental	results

	1
nı	vol
M	AUL

Algorithm name	EPnP	EPnP+OI	EPnP+GN	EPnP+OIGN	EPnP+WOIGN
Re-projection error	5.4196	6.1320	3.8357	1.6417	1.5189

5 结 论

在相机位姿估计这一问题上分析了物方残差和 像方残差的产生原因和物理意义,并根据 PnP 算法 中两种不同的求解手段,提出结合物方残差和像方 残差的加权正交高斯牛顿迭代方法,以此修正 EPnP算法在非冗余情况下的高误差结果。以图像 平均像方残差为阈值,给予正交迭代中各空间点物 方残差不同的权值分配;将输出的像方残差作为最 小误差的判决阈值,简单使用一到两步高斯牛顿迭 代修正误差较大的相机参数。在和原 EPnP算法的 比较中,改进算法在精度和稳健性上均展示出良好 的性能,在仿真实验和真实图像实验中表现出了优良的效果,具有较强的实际应用价值。

参考文献

- Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. EPnP: An accurate O (n) solution to the PnP problem [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81 (2): 155-166.
- [2] Li S Q, Xu C, Xie M. A robust O(n) solution to the perspective-n-point problem [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1444-1450.
- [3] Zheng Y Q, Kuang Y B, Sugimoto S, et al. Revisiting the PnP problem: a fast, general and optimal solution [C] // IEEE International Conference on Computer Vision, December 1-8, 2013, Sydney, NSW, Australia. New York: IEEE, 2013: 2344-2351.
- [4] Ferraz L, Binefa X, Moreno-Noguer F. Very fast solution to the PnP problem with algebraic outlier rejection[C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 23-28, 2014, Columbus, OH, USA. New York: IEEE, 2014: 501-508.
- [5] Ferraz L, Binefa X, Moreno-Noguer F. Leveraging feature uncertainty in the PnP problem [C] // Proceedings of the British Machine Vision Conference (BMVC), September 1-5, 2014, Nottingham, UK. [S.l.:s.n.], 2014: 1-13.
- [6] Li X, Long G C, Liu J B, et al. Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0115004.
 李鑫,龙古灿,刘进博,等.相机位姿估计的加速正 交迭代算法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0115004.
- [7] Chen P, Hu G D. A simple algorithm for camera pose estimation [C] // IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, August 5-8, 2012, Chengdu, China. New York: IEEE, 2012: 2181-2186.
- [8] Yang S, Wu F C. Weighted linear methods for the camera pose estimation [J]. Journal of Software, 2011, 22(10): 2476-2487.
 杨森, 吴福朝. 摄像机位姿的加权线性算法[J]. 软件学报, 2011, 22(10): 2476-2487.
- [9] Urban S, Leitloff J, Hinz S. MLPnP -A real-time

maximum likelihood solution to the perspective-npoint problem [J]. ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2016, III-3: 131-138.

- [10] Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(5): 0515002.
 周润,张征宇,黄叙辉.相机位姿估计的加权正交迭代算法[J].光学学报, 2018, 38(5): 0515002.
- [11] Zhang Z J, Hao X Y, Cheng C Q, et al. Iteratively reweighted least squares method for camera pose estimation based on coplanar line correspondences
 [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(5): 1168-1175.
 张振杰,郝向阳,程传奇,等.基于共面直线迭代加权最小二乘的相机位姿估计[J].光学精密工程, 2016, 24(5): 1168-1175.
- [12] Du Z Y, Robles-Kelly A, Lu F F. Robust surface reconstruction from gradient field using the L1 norm
 [C] // 9th Biennial Conference of the Australian Pattern Recognition Society on Digital Image Computing Techniques and Applications, December 3-5, 2007, Glenelg, Australia, Australia. [S.l.: s. n.], 2007: 203-209.
- [13] Miao X K, Zhu F, Hao Y M, et al. A new pose estimation method based on uncertainty-weighted errors of the feature points [J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2012, 23(7): 1348-1355. 苗锡奎,朱枫,郝颖明,等.基于特征点不确定性加 权误差的位姿估计新方法[J].光电子 • 激光, 2012, 23(7): 1348-1355.
- [14] Li L Y, Li W T, Xu H Y, et al. Camera pose estimation with uncertain reference point based on orthogonal iterative [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 56(1): 011503.
 李丽媛,李文韬,许海燕,等.基于正交迭代的参考 点不确定相机位姿估计[J].激光与光电子学进展, 2018, 56(1): 011503.
- [15] Chen P, Wang C X. IEPnP: Aniterative camera pose estimation algorithm based on EPnP[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0411001.
 陈鹏, 王晨骁. IEPnP: 一种基于 EPnP 的相机位姿 迭代估计算法[J]. 光学学报, 2018, 38(4): 0411001.