

干扰控制 K 均值序贯泛化二维地震信号去噪

冯振杰^{1*}, 张欢², 张成²

¹安阳师范学院计算机与信息工程学院, 河南 安阳 455000;

²河北工业大学电子信息工程学院, 天津 300401

摘要 K 均值序贯泛化(SGK)去噪算法在字典更新阶段会引入噪声干扰。为了控制噪声干扰对字典原子的影响, 构建一种干扰控制 K 均值序贯泛化(C-SGK)地震信号去噪算法。该算法在字典更新阶段通过判断信噪比值与设定阈值间的大小来决定是否更新原子。若信噪比值大于设定阈值, 则顺序更新原子, 反之则不更新原子。对人工合成和实际地震信号的去噪结果表明, 本算法能够很好地控制噪声干扰, 且与传统 SGK 算法比较发现, 本文算法对地震信号的去噪效果更优。

关键词 机器视觉; 二维地震信号; 噪声干扰控制; K 均值序贯泛化字典; 去噪; 信噪比

中图分类号 TN911.72; P631.4

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.031501

Two-Dimensional Seismic Signal Denoising Based on Controlled Interference K -Means Sequential Generalized Algorithm

Feng Zhenjie^{1*}, Zhang Huan², Zhang Cheng²

¹ School of Computer and Information Engineering, Anyang Normal University, Anyang, Henan 455000, China;

² School of Electronics and Information Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China

Abstract A certain amount of noise would be introduced by a dictionary update step using the K -means sequential generalized (SGK) denoising algorithm. To reduce the effect of noise interference on dictionary atoms, a seismic signal denoising algorithm is proposed based on controlled interference SGK (C-SGK) dictionary learning under a compressive sensing framework. The algorithm compares the signal-to-noise ratio and the threshold set in the dictionary update step, which determines whether to update the atom: the atoms should be sequentially updated only if the signal-to-noise ratio is greater than the threshold. The experimental results of synthesized and real seismic signal denoising in this study indicate that the proposed algorithm can effectively control noise interference. Compared with traditional SGK denoising, the proposed algorithm demonstrates a better denoising effect on seismic signals.

Key words machine vision; two-dimensional seismic signal; noise interference control; K -means sequential generalized dictionary; denoising; signal to noise ratio

OCIS codes 150.3045; 120.3940

1 引言

在地震信号采集过程中, 因为各种复杂条件如地形地貌、仪器设备等的影响, 野外采集得到的地震信号中不可避免地含有大量的噪声。去除噪声对于提高地震信号中有效信号分量的信噪比具有重要意义^[1]。

信号去噪算法有很多^[2-3], 如局部径向道中值滤

波法(LRMF)、奇异值分解法、多项式拟合法^[4]等。Zhu 等^[5]提出局部径向道中值滤波法, 即步变中值滤波器, 通过在径向道中采用步变中值滤波器来消除线性噪声。Li 等^[6]提出将奇异值分解法(SVD)与小波变换相结合, 将地震信号投影到小波域, 将噪声与有效信号隔开, 克服了单一 SVD 算法不能去除面波干扰的缺点。Tang 等^[7]提出基于学习型超完

收稿日期: 2018-06-04; 修回日期: 2018-07-06; 录用日期: 2018-08-15

基金项目: 河南省高等学校重点科研项目(17A510007)

* E-mail: 49909413@qq.com

备字典的地震信号去噪算法。张广智等^[8]提出基于稀疏冗余表示的压制三维地震信号随机噪声算法。除此之外还有很多去噪算法,比如小波变换去噪^[9-10]、脊波变换去噪^[11]、轮廓波变换^[12]、曲波变换^[13]、波原子变换去噪^[14]等。

字典学习及信号稀疏表示理论在图像修复^[15-18]、图像去噪^[19-20]、数据压缩^[21]和盲源分离^[22]等领域得到了发展,在地震信号处理领域也获得了广泛应用。若地震信号在变换域下可稀疏表示,则稀疏表示向量中的极大部分小系数值可以看成是噪声,去掉这些噪声,即可对地震信号去噪。字典的设计决定了稀疏先验概率,因此稀疏表示系数越少的字典越能得到良好的去噪效果。例如采用样本集中的信号训练超完备字典,如 K -奇异值分解(K -SVD)字典,要比采用离散余弦变换(DCT)标准参数字典得到更加准确的字典原子。 K -SVD字典虽然是一种稀疏型字典,但 K -SVD采用奇异值分解进行字典构造,因此训练速度较慢。而新近提出的 K 均值序贯泛化(SGK)字典源于 K 均值聚类算法^[23],计算复杂度相较于 K -SVD低很多,是一种理想的学习型字典。

本文提出了一种基于稀疏表示模型进行二维地震信号去噪算法。选用的 SGK 学习型字典从含噪声地震信号小块中训练得到,为此,SGK字典中不可避免地含有噪声干扰,为了控制噪声干扰对字典原子的影响,提出了稀疏模型下基于控制 K 均值序贯泛化(C-SGK)的地震信号去噪算法。基于 SGK的字典训练算法最初是由 Sahoo 等^[23]提出的,Sahoo 等^[24]之后又提出控制噪声干扰的 C-SGK 算法。Chen 等^[25]将 SGK字典用于多维地震信号去噪。本文算法的核心思想就是在更新原子时,先判断信噪比是否大于设定的阈值,若大于则顺序更新原子,反之则不更新,最后通过对人工合成地震信号和实际地震信号去噪实验表明,本文算法具有可行性,并且通过与传统 SGK去噪算法对比展示其优越性。

2 C-SGK 原理

2.1 含噪地震信号的字典训练

将含有噪声模型的地震信号分解成大小相同的多个子块 $\mathbf{y}_{ij} = \mathbf{R}_{ij}\mathbf{Y}$,矩阵 \mathbf{R}_{ij} 提取地震信号在 (i, j) 处的子块,记子块的集合 $\mathbf{G} = \{\mathbf{y}_j\}_{j=1}^M$ 。 $\mathbf{y}_j = \mathbf{s}_j + \mathbf{n}_j$, \mathbf{s}_j 为原 (i, j) 子块, \mathbf{n}_j 为含噪 (i, j) 子块。字典按以下步骤循环迭代得到。

1) 稀疏编码。任选一追踪算法,求得每个子块 \mathbf{y}_j 的稀疏表示系数 \mathbf{v}_j 。

2) 字典更新。

①找到用到原子 \mathbf{d}_k 时所有的索引 $\omega_k = \{j | \nu_j(k) \neq 0\}$ 。

②计算索引集 ω_k 中抽取出原子 \mathbf{d}_k 的稀疏表示误差

$$\mathbf{e}_j^k = \mathbf{y}_j - \sum_{l \neq k} \mathbf{d}_l \nu_j(l), \quad (1)$$

记 $\mathbf{E}_k = \{\mathbf{e}_j^k\}_{j \in \omega_k}$, $\mathbf{v}_k = \{\nu_j(k)\}_{j \in \omega_k}$ 。

③更新原子 \mathbf{d}_k

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \mathbf{E}_k \mathbf{v}_k^T (\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T)^{-1} = \frac{\sum_{j \in \omega_k} \mathbf{e}_j^k \nu_j(k)}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)}. \quad (2)$$

2.2 噪声干扰分析

对(1)式做恒等变形,得到

$$\mathbf{e}_j^k = \mathbf{y}_j - \sum_{l=1}^K \mathbf{d}_l \nu_j(l) + \mathbf{d}_k \nu_j(k) = \mathbf{n}_j + \mathbf{r}_j + \mathbf{d}_k \nu_j(k), \quad (3)$$

式中 $\mathbf{r}_j = \mathbf{s}_j - \sum_{l=1}^{K_1} \mathbf{d}_l \nu_j(l)$,将(3)式代入(2)式做恒等变形:

$$\hat{\mathbf{d}}_k = \frac{\sum_{j \in \omega_k} \mathbf{n}_j \nu_j(k) + \sum_{j \in \omega_k} \mathbf{r}_j \nu_j(k) + \mathbf{d}_k \sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)} = \frac{\sum_{j \in \omega_k} \mathbf{n}_j \nu_j(k)}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)} + \frac{\sum_{j \in \omega_k} \mathbf{r}_j \nu_j(k)}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)} + \mathbf{d}_k. \quad (4)$$

记 $\boldsymbol{\varepsilon}_k = \sum_{j \in \omega_k} \mathbf{n}_j \nu_j(k) / \sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)$ 为噪声分量, $\boldsymbol{\delta}_k = \sum_{j \in \omega_k} \mathbf{r}_j \nu_j(k) / \sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)$ 为信号分量。由(4)式可知,即使用没有噪声干扰的 DCT字典初始字典,在字典更新阶段仍然会引入噪声分量,而且信号分量的求解需要上一步更新后的原子。因此,随着迭代的重复进行,噪声干扰在字典原子间传递开来。

2.3 控制噪声干扰的 C-SGK 算法

如上所述,若训练样本集中含有噪声,则在字典更新阶段将不可避免地引入噪声干扰,为此 Sahoo 等^[24]提出控制噪声干扰的 C-SGK 算法。该算法的基本思想是在更新原子时设置阈值 M_{\min} ,首先判断信噪比值是否大于设定的阈值 M_{\min} ,如果当信号分量与噪声分量的能量比大于 M_{\min} 时则顺序更新字典原子 \mathbf{d}_k ,否则不更新。

$$E[\varepsilon_k^2(i)] = \frac{\sum_{j \in \omega_k} E[n_j^2(i)] \nu_j^2(k)}{\left[\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)\right]^2} = \frac{\sigma^2}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)}, \quad (5)$$

式中 $E[n_j^2(i)] = \sigma^2$ 为随机噪声的标准差。因此噪声分量对应的能量为

$$E[\|\boldsymbol{\varepsilon}_k\|_2^2] = \sum_{i=1}^N E[\varepsilon_k^2(i)] = \frac{n\sigma^2}{\sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k)}. \quad (6)$$

假设信噪比 $R_{\text{SNR}} = E[\|\mathbf{d}_k + \boldsymbol{\delta}_k\|_2^2] / E[\|\boldsymbol{\varepsilon}_k\|_2^2]$ 表示噪声对字典的影响度。当 R_{SNR} 值大于等于最小阈值 M_{\min} , 即满足如下的条件不等式时更新原子:

$$E[\|\mathbf{d}_k + \boldsymbol{\delta}_k\|_2^2] \geq M_{\min} E[\|\boldsymbol{\varepsilon}_k\|_2^2]. \quad (7)$$

通常情况, 可以通过(6)式得到 $E[\|\boldsymbol{\varepsilon}_k\|_2^2]$ 值, 而 $E[\|\mathbf{d}_k + \boldsymbol{\delta}_k\|_2^2]$ 值无法得到。在稀疏编码阶段求解的是稀疏表示系数的近似解, 而且 $\|\boldsymbol{\delta}_k\|_2^2 \ll \|\mathbf{d}_k\|_2^2$, 因此 $E[\|\mathbf{d}_k + \boldsymbol{\delta}_k\|_2^2] \sim \|\mathbf{d}_k\|_2^2$, (7) 式表述的条件不等式可等价替换为

$$\|\mathbf{d}_k\|_2^2 \sum_{j \in \omega_k} \nu_j^2(k) \geq M_{\min} n\sigma^2. \quad (8)$$

2.4 基于 C-SGK 的二维地震信号噪声去除

二维地震信号去噪模型为

$$\mathbf{y} = \mathbf{s} + \mathbf{n}. \quad (9)$$

由压缩感知和稀疏表示理论^[26-27]可知, 地震信号去噪问题可由如下的最小化问题来表示

$$\begin{cases} \{\hat{\nu}_{ij}, \hat{\mathbf{S}}, \hat{\mathbf{D}}\} = \arg \min \lambda Y - S_2^2 + \\ \sum \mu_{ij} \nu_{ij} + \sum D \nu_{ij} - R_{ij} S_2^2, \\ \hat{\mathbf{S}} = \mathbf{D} \hat{\mathbf{V}} \end{cases}, \quad (10)$$

式中: 第一项是一致约束项, 表示去除噪声后的地震信号与实际的含有噪声的地震信号之间的差异; 第二、三项为地震信号的先验条件, 保证由 \mathbf{R}_{ij} 矩阵提取出地震信号在 (i, j) 处的每一个子数据块都能在限定的误差中稀疏表示。初始化字典 \mathbf{D} 为过完备 DCT 字典, 然后按 2.1 节中表述的两个步骤来构造过完备的 SGK 字典, 并在字典更新阶段中判断(8)式所描述的准则是否满足, 若满足则更新原子, 反之则不更新。重复迭代多次, 在每次迭代过程中噪声得到逐步衰减, 最终达到去噪的目的。

3 地震信号去噪实验结果及分析

为了更直观地观察到噪声干扰现象, 现引入平均标准偏差 (MSD) 指标来定量估计噪声干扰对字典原子的影响。可利用 DCT、小波变换等来预估噪声偏差 (SD), 这是因为, 通过对含有噪声的地震信号样本训练得到的 SGK 字典做 DCT 变换, 能够将

噪声部分保留下来 (有效信号在 DCT 变换下的系数很小)。因此, 选取 SGK 字典在 DCT 变化下的系数来估计噪声的 SD 值。

所做的实验均是在 CPU 主频为 2.40 GHz、内存为 4 GB、预装 Windows 10 专业版 64 位操作系统的个人笔记本电脑上进行, 运行环境为 MATLAB (R2010a)。用于去噪性能评价的峰值信噪比 P_{SNR} 与均方误差 M_{SE} 公式为

$$M_{\text{SE}} = \frac{\|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}\|_2}{Q}, \quad (11)$$

$$P_{\text{SNR}} = 10 \lg [\max(\mathbf{x})^2 / M_{\text{SE}}], \quad (12)$$

式中 \mathbf{x} 为原始地震信号, $\hat{\mathbf{x}}$ 为去噪后的地震信号, Q 为信号采样点总数, $\|\cdot\|_2$ 为 L_2 范数。SSIM 为衡量两个二维信号相似度的指标。

$$S_{\text{SIM}} = \frac{(2\mu_x \mu_y + c_1)(2\sigma_{x,y} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}, \quad (13)$$

式中 x 为原始信号, y 为去噪后信号, μ 为信号的均值, σ 为信号方差或协方差, c_1, c_2 为增加计算结果稳定性的小常数。

3.1 海洋地震信号去噪实验

如图 1(a) 所示, 本小节实验所采用的海洋单炮地震记录共计 44 道, 每道包含 295 个采样点。图 1(c) 和图 1(d) 展示了 SGK 和 C-SGK 的去噪效果。图 2 和图 3 分别展示了不同去噪算法下 MSD 值随 σ 变化的曲线图以及含噪原子数随 σ 变化的曲线图, 通过分析可知, 在噪声方差一定的情况下, C-SGK 算法得到的 MSD 值、含噪原子数均小于 SGK 算法; 随着噪声方差的不断增大, C-SGK 的含噪字典原子数值得到了有效控制。

为了定量分析两种算法的去噪效果, 表 1 给出了其数值指标。分析表 1 可知, C-SGK 较 SGK 算法在去噪时间上进一步缩短, 在去噪效果上进一步提高。

3.2 陆地实际叠后地震信号去噪实验

如图 4(a) 所示, 所采用的叠后地震记录共计 201 道, 每道包含 751 个采样点, 采样频率为 4 ms, 单道长度为 3000 ms。图 4(c) 和图 4(d) 分别展示了 SGK 和 C-SGK 的去噪效果。图 5 为两种算法的基函数对比。图 6 和图 7 分别展示了不同去噪算法下 MSD 值随 σ 变化的曲线图以及含噪原子数随 σ 变化的曲线图, 通过分析可知, 在噪声方差一定的情况下, 由 C-SGK 算法计算得到的 MSD 值、含噪原子数均小于 SGK 算法; 随着噪声方差的不断增大, C-SGK 的含噪字典原子数值得到了有效控制。

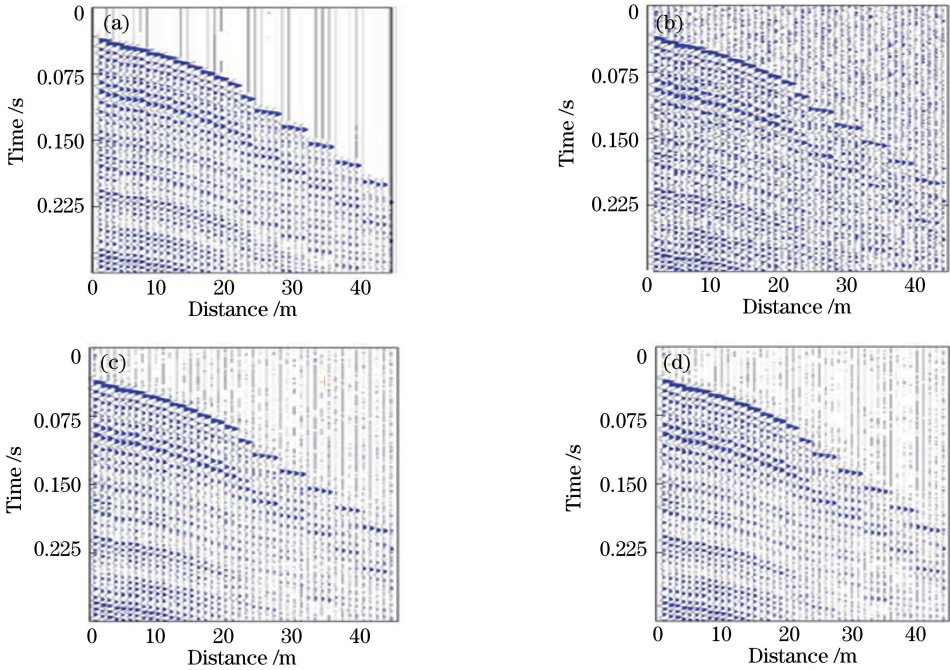


图1 SGK 和 C-SGK 对海洋地震信号去噪。(a)海洋地震信号;(b)加入随机噪声;(c) SGK 去噪;(d) C-SGK 去噪
Fig. 1 Denoising marine seismic signal with SGK and C-SGK. (a) Original signal; (b) adding random noise; (c) denoising with SGK; (d) denoising with C-SGK

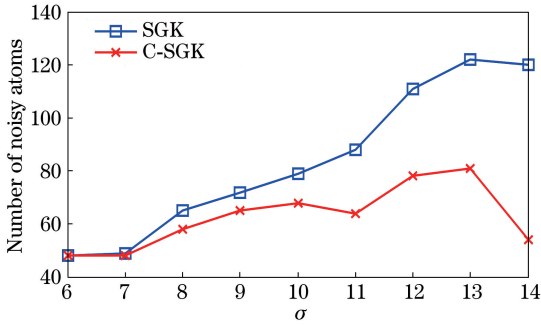


图2 含噪原子数随 σ 变化的曲线图

Fig. 2 Number of noisy atoms changing with σ

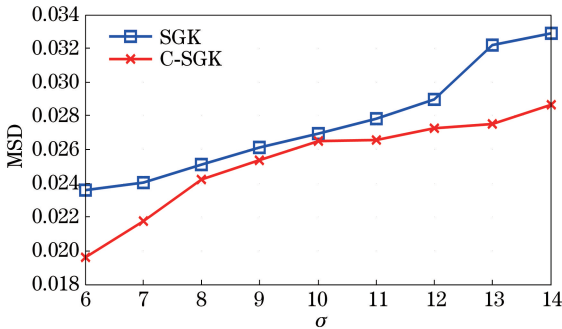


图3 MSD 值随 σ 变化的曲线图

Fig. 3 Value of MSD changing with σ

表2 从数值直观上定量地比较两种算法的去噪效果,分析表2 数值指标可知,两种算法的去噪效果相当,C-SGK 略有提高。

表1 不同算法对海洋地震信号去噪效果指标

Table 1 Effect of different denoising methods to marine seismic signals

Method	σ	P_{SNR}	M_{SE}	S_{SIM}	Time /s
SGK	10	34.81113	4.634297	0.810236	3.89178
C-SGK	10	34.82361	4.627642	0.811351	3.863874

4 结 论

构建了基于稀疏表示模型来压制二维地震信号中随机噪声的算法,算法中所采用的 SGK 学习型字典是从含有噪声的地震信号小块中训练得到的,为此 SGK 字典中不可避免地含有噪声干扰。为解决上述问题,提出了一种稀疏表示模型下基于 C-SGK 的地震信号去噪算法。该算法较好解决了将 SGK 字典引入地震信号去噪模型时引入的噪声干扰现象。通过对海上和陆地实际地震信号去噪,得出以下结论:1) 在噪声方差一定的情形下,本文 C-SGK 算法得到的 MSD 值小于 SGK 算法的 MSD 值;随着噪声方差的不断增大,SGK 的 MSD 值也随之增大,而 C-SGK 的 MSD 值得到了有效控制;2) 从去噪速度来看,本文 C-SGK 算法较 SGK 在去噪时间上进一步得到缩短。从去噪效果来看,C-SGK 算法的信噪比得到了提高,同时 SSIM 值也得到了提高。

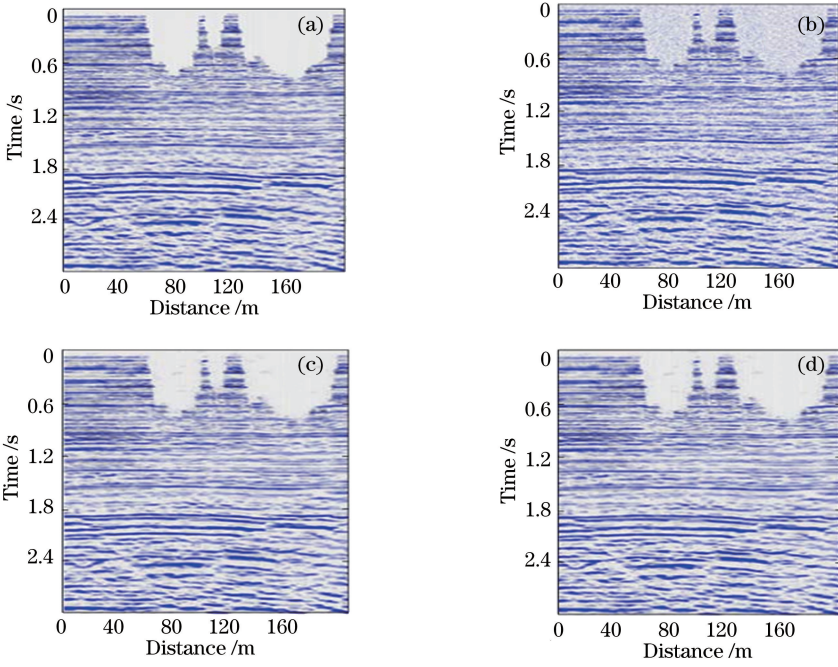


图 4 SGK 和 C-SGK 对陆地叠后地震信号去噪。(a)陆地叠后地震信号;(b)加入随机噪声;(c) SGK 去噪;(d) C-SGK 去噪
 Fig. 4 Denoising marine seismic signal with SGK and C-SGK. (a)Original signal; (b) adding random noise; (c) denoising with SGK; (d) denoising with C-SGK

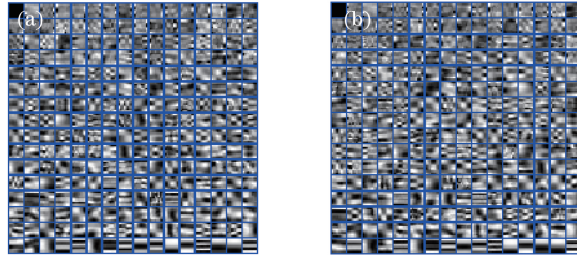


图 5 基函数对比图。(a) SGK 字典;(b) C-SGK 字典

Fig. 5 Comparison of base functions. (a) SGK dictionary; (b) C-SGK dictionary

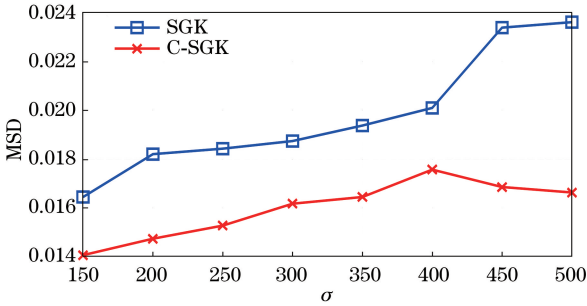


图 6 MSD 值随 σ 变化的曲线图

Fig. 6 Value of MSD changing with σ

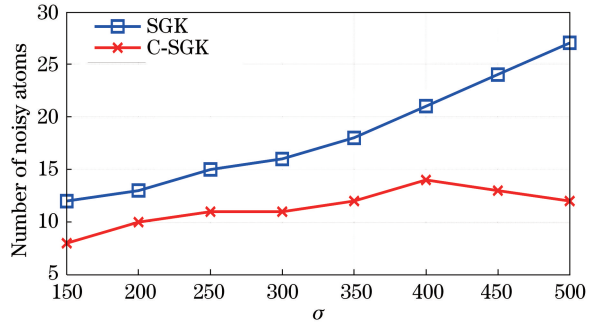


图 7 含噪原子数随 σ 变化的曲线图

Fig. 7 Number of noisy atoms changing with σ

表 2 不同算法对叠后陆地地震信号去噪效果指标

Table 2 Effect of different denoising methods to marine seismic signals

Method	σ	P_{SNR}	M_{SE}	S_{SIM}	Time /s
SGK	200	5.7582	131.4107	0.8347	70.14172
C-SGK	200	5.7646	131.3136	0.835	68.61239

参 考 文 献

[1] Zhang H, Chi Y, Zhou Y T, *et al.* Three dimensional seismic signal denoising based on four-dimensional block matching cooperative filtering combined with principle component analysis [J].

- Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(4): 041007.
- 张欢, 池越, 周亚同, 等. 结合主成分分析的四维块匹配协同滤波三维地震信号去噪[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(4): 041007.
- [2] Zhang M, Lv X Q, Wu L, *et al.* Multiplicative denoising method based on deep residual learning[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(3): 031004.
- 张明, 吕晓琪, 吴凉, 等. 基于深度残差学习的乘性噪声去噪方法[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(3): 031004.
- [3] Ni X, Lü Q W, Meng F, *et al.* Image denoising method based on curvelet transform and total variation[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(9): 2390-2394.
- 倪雪, 李庆武, 孟凡, 等. 基于 Curvelet 变换和全变差的图像去噪方法[J]. 光学学报, 2009, 29(9): 2390-2394.
- [4] Yu S, Cai X, Su Y. Seismic signal enhancement by polynomial fitting[J]. Applied Geophysics, 1989, 1(1): 57-65.
- [5] Zhu W H, Kelamis P G, Liu Q L. Linear noise attenuation using local radial trace median filtering [J]. The Leading Edge, 2004, 23(8): 728-737.
- [6] Li Y J, Yang B J, Li Y, *et al.* Combining SVD with wavelet transform in synthetic seismic signal denoising [C] // Proceedings of 2007 International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition, 2007, 4: 1831-1836.
- [7] Tang G, Ma J W, Yang H Z. Seismic data denoising based on learning-type overcomplete dictionaries[J]. Applied Geophysics, 2012, 9(1): 27-32.
- [8] Zhang G Z, Chang D K, Wang Y H, *et al.* 3D seismic random noise suppression with sparse and redundant representation [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2015, 50(4): 600-606.
- 张广智, 常德宽, 王一惠, 等. 基于稀疏冗余表示的三维地震数据随机噪声压制[J]. 石油地球物理勘探, 2015, 50(4): 600-606.
- [9] Tang J Y, Chen W T, Chen S Y, *et al.* Application of wavelet-based denoising using a new adaptive thresholding function to vibration signals[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(7): 118-121.
- 唐进元, 陈维涛, 陈思雨, 等. 一种新的小波阈值函数及其在振动信号去噪分析中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(7): 118-121.
- [10] Wang H Q, Shang C Y, Gao R P, *et al.* An improvement of wavelet shrinkage denoising via wavelet coefficient transformation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(10): 165-168.
- 王宏强, 尚春阳, 高瑞鹏, 等. 基于小波系数变换的小波阈值去噪算法改进[J]. 振动与冲击, 2011, 30(10): 165-168.
- [11] Chen G Y, Kégl B. Image denoising with complex ridgelets[J]. Pattern Recognition, 2007, 40(2): 578-585.
- [12] Ji J, Xu S X, Li X. An adaptive thresholding image denoising method based on morphological component analysis and contourlet transform [J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2014, 27(6): 561-568.
- 纪建, 许双星, 李晓. 基于形态成分分析和 Contourlet 变换的自适应阈值图像去噪方法[J]. 模式识别与人工智能, 2014, 27(6): 561-568.
- [13] Bhadauria H S, Dewal M L. Medical image denoising using adaptive fusion of curvelet transform and total variation[J]. Computers & Electrical Engineering, 2013, 39(5): 1451-1460.
- [14] Yang N, He Z H, Huang D J. Signal and noise separation method for pre-stack seismic data in wave atomic domain based on coefficient correlation threshold[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2011, 46(1): 53-57.
- 杨宁, 贺振华, 黄德济. 基于系数相关性阈值的波原子域叠前地震资料信噪分离方法[J]. 石油地球物理勘探, 2011, 46(1): 53-57.
- [15] Elad M, Starck J L, Querre P, *et al.* Simultaneous cartoon and texture image inpainting using morphological component analysis (MCA) [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2005, 19(3): 340-358.
- [16] Mairal J, Bach F, Ponce J, *et al.* Non-local sparse models for image restoration [C] // Proceedings of 2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision, 2009: 2272-2279.
- [17] Mairal J, Sapiro G, Elad M. Learning multiscale sparse representations for image and video restoration [J]. Multiscale Modeling & Simulation, 2008, 7(1): 214-241.
- [18] Quan Y L, Zhu T Y, Harris J M, *et al.* Image integration with learned dictionaries and application to seismic monitoring [C] // Proceedings of SEG Technical Program Expanded Abstracts, 2011, 30(1): 4217-4222.
- [19] Cai J F, Ji H, Shen Z W, *et al.* Data-driven tight

- frame construction and image denoising[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2014, 37(1): 89-105.
- [20] Protter M, Elad M. Image sequence denoising via sparse and redundant representations [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2009, 18(1): 27-35.
- [21] Bryt O, Elad M. Compression of facial images using the K -SVD algorithm [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2008, 19(4): 270-282.
- [22] Zibulevsky M, Pearlmutter B A. Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary[J]. Neural Computation, 2001, 13(4): 863-882.
- [23] Sahoo S K, Makur A. Dictionary training for sparse representation as generalization of K -means clustering [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2013, 20(6): 587-590.
- [24] Sahoo S K, Makur A. Enhancing image denoising by controlling noise incursion in learned dictionaries[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2015, 22(8): 1123-1126.
- [25] Chen Y K. Fast dictionary learning for noise attenuation of multidimensional seismic data [J]. Geophysical Journal International, 2017, 209(1): 21-31.
- [26] Hennenfent G, Herrmann F J. Simply denoise: wavefield reconstruction via jittered undersampling [J]. Geophysics, 2008, 73(3): V19-V28.
- [27] Herrmann F J, Hennenfent G. Non-parametric seismic data recovery with curvelet frames [J]. Geophysical Journal International, 2008, 173(1): 233-248.