

基于剪切波和改进 Pal-King 的医学图像增强算法研究

侯向丹^{1,2}, 郑梦敬^{1,2}, 刘洪普^{1,2*}, 李柏岑^{1,2}

¹河北工业大学人工智能与数据科学学院, 天津 300401;

²河北省大数据计算重点实验室, 天津 300401

摘要 在影像医学图像的诊断中,为了能更好地挖掘出尽可能多的决策信息,需要对图像进行有效的图像增强,而传统的医学图像增强算法具有噪声和模糊性的缺点,因此,提出一种基于剪切波和改进 Pal-King 算法的图像增强算法。首先利用剪切波变换将图像分解为高频和低频两部分,然后通过自适应阈值去噪的方法对图像进行有效去噪,再使用剪切波反变换重构图像,最后,使用 Pal-King 算法对图像进行对比度增强,以突出图像的细节信息。为了验证算法的有效性,利用自建图片库将本文算法与剪切波、分数阶微分以及改进的 Pal-King 增强方法进行比较,结果表明,本文算法处理的图像在增强效果和对比度方面都有了显著的提高。

关键词 图像处理; 医学图像增强; 剪切波变换; 自适应阈值; Pal-King 算法; 分数阶微分

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.031006

Medical Image Enhancement Algorithm Based on Shearlet Domain and Improve Pal-King Algorithm

Hou Xiangdan^{1,2}, Zheng Mengjing^{1,2}, Liu Hongpu^{1,2*}, Li Bocen^{1,2}

¹School of Artificial Intelligence, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China;

²Hebei Provincial Key Laboratory of Big Data Computing, Tianjin 300401, China

Abstract In the process of diagnosis using medical image, it is necessary to do image enhancement efficiently in order to mine more information for decision-making as much as possible. However, the traditional medical image enhancement algorithm has some shortcomings, such as creating noise and fuzziness. Therefore, an image enhancement algorithm based on shearlet domain and improved Pal-King algorithm is proposed. First, the shearlet transform is used to decompose the image two parts, high frequency part and low frequency part. Then the adaptive threshold denoising method is used to denoise the image efficiently. After that, the inverse shear wave transform is used to reconstruct the image. Finally, Pal-King algorithm is used to enhance contrast to highlight the details of the image. In order to verify the validity of this algorithm, the processing results of the proposed algorithm are compared with shear wave, fractional differential and the improved Pal-King enhancement method respectively by using the self-built image database. Results show that both the enhancement effect and contrast of image by the proposed algorithm has significant improvements.

Key words image processing; medical image enhancement; shearlet transformation; adaptive threshold; Pal-King algorithm; fractional differential

OCIS codes 100.2000; 100.2960; 100.2980

1 引言

医学图像是医生进行诊断和治疗的重要辅助手

段,图像质量会直接影响医生诊断的准确性^[1]。然而,医学图像在采集、传输和存储的过程中会引入大量噪声,导致图像质量下降,视觉效果变差。为了便

收稿日期: 2018-06-19; 修回日期: 2018-07-10; 录用日期: 2018-08-31

基金项目: 天津市自然科学基金(16JCYBJC15600)

* E-mail: liuii@scse.hebut.edu.cn

于医生后期的判断和处理,降低误诊率,需要对图像的细节和对比度进行增强,提高视觉效果。目前,常用的图像增强方法根据其处理空间的不同,主要可以分为基于空域增强和基于频域增强两类。基于空域的图像增强是直接对图像的整体像素值进行处理,包含了点运算和邻域运算。基于频域的图像增强则是将图像先从空间域变换到频域,然后在频域内使用各种处理方法对图像进行处理,最后对应地将图像从频域经反变换再回到空间域。空域法主要包括直方图均衡化^[2-3]、反锐化掩模算法^[4-5]等。直方图均衡化是最常见的图像增强方法,其主要缺点是不能很好地控制增强效果,图像易出现不平滑灰度过渡。反锐化掩模算法是一种常用的图像边缘细节增强的方法,但是对噪声比较敏感。频域法中最有代表性的是滤波增强法^[6-7],滤波增强法可以突出图像的边缘,保持低灰度级分量,但图像亮度较暗,滤出噪声较少。

随着增强技术的不断发展,多尺度分析^[8-9]的方法在图像去噪中得到了普遍的应用,多尺度分析具有多尺度和多方向等特性,能够对多维信号进行良好的表示,经过处理后可以得到良好的效果。2007年,Guo等^[10]提出由小波理论衍生而成剪切波(Shearlet)变换。Shearlet变换不仅具有Curvelet变换和Contourlet变换的非线性逼近的性能,而且具有更好的方向性和稀疏性,能够对图像进行最优稀疏表示,更适合用于图像去噪。由于医学图像与普通图像相比,医学图像具有模糊性和不均匀性的特点,因此,在对图像进行增强的时候不仅要考虑去噪效果,而且也需要考虑图像的模糊性。但是Shearlet变换具有良好的去噪效果,却没有考虑医学图像的模糊性,而Pal-King算法在处理模糊性的方面有好的效果。

基于以上分析,本文提出一种基于Shearlet变换和改进Pal-King算法的图像增强算法。首先对待处理图像进行Shearlet变换,然后对高频部分采用自适应阈值去噪,之后进行Shearlet反变换,重构图像。再对图像选择改进的Pal-King算法增强图像的对比度。实验结果表明,经过本文算法处理后的图像与其他算法相比较,对比度方面有了明显提升,并且图像清晰度得到了增强,去噪效果也有了改善。

2 理论分析

2.1 Shearlet 变换

Shearlet变换克服了小波变换不能最优逼近图

像的缺陷,其图像的逼近阶数与Curvelet类似,实现起来更简单灵活。Shearlet变换是通过具有合成膨胀的仿射系统构造的。它构造简单,通过对函数进行伸缩、平移、旋转操作生成基函数,在图像表示方面具有多分辨、多方向并且没有数目限制等优点。当维数为2时,其仿射系统表示为具有合成膨胀的仿射变换系统^[10],表达式为

$$A_{AB}(\phi) = \{\phi_{j,l,k}(x) = |\det \mathbf{A}|^{j/2} \phi(\mathbf{B}^l \mathbf{A}^j x - k), j, l \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}^2\}, \quad (1)$$

式中 $\phi \in L^2(\mathbb{R}^2)$, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 为二维可逆方阵, $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & \sqrt{a} \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,且 $|\det \mathbf{B}| = 1$ 。其中, \mathbf{A} 为各向异性膨胀矩阵, \mathbf{B} 是剪切矩阵。此时,Shearlet变换的频域剖分和频域支撑空间如图1和2所示。

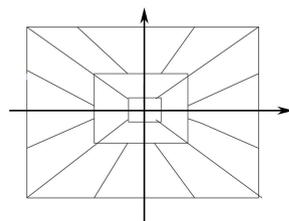


图1 频域中的 Shearlet 变换

Fig. 1 Shearlet transformation in frequency domain

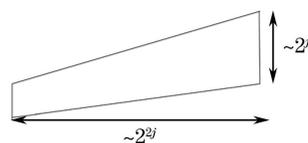


图2 Shearlet 变换的频域支撑空间

Fig. 2 Shearlet transform of frequency domain support space

2.2 Pal-King 算法

Pal-King算法^[11-14]的基本思想:1)利用隶属函数将图像映射为模糊矩阵;2)在模糊域中通过模糊增强算子增强图像;3)再对增强后的图像进行逆变换。

根据模糊集理论,将一幅 $M \times N$ 的具有 L 个灰度级的图像 \mathbf{I} 看作模糊矩阵。记为

$$\mathbf{I} = \bigcup_{m=1}^M \bigcup_{n=1}^N \frac{\mu_{mn}}{l_{mn}}, \quad (2)$$

式中 μ_{mn} 是点 (m,n) 的隶属度函数, l_{mn} 是点 (m,n) 的灰度级。其中隶属函数的公式为

$$\mu_{mn} = T(x_{mn}) = \left(1 + \frac{x_{\max} - x_{mn}}{F_d}\right)^{-F_e}, \quad (3)$$

式中: x_{\max} 是最大灰度值; x_{mn} 是 (m,n) 点的灰度值; F_e 和 F_d 分别是指数型模糊因子和倒数型模糊因

子。当 $\mu_{mn} = T(x_c) = 0.5$ 时, x_c 灰度级就是渡越点, 此时推导得到的 F_d 为

$$F_d = \frac{(x_{mn} - x_c)}{(2^{-F_c} - 1)}, \quad (4)$$

隶属函数中的三个变量 (F_c, F_d, x_c) 不是固定的, 不同的参数值有不同的效果, 需要根据具体情况人为地对变量进行设置。之后在模糊域中通过非线性变换来增强图像的对比度, 即

$$I(\mu_{mn}) = \begin{cases} 2\mu_{mn}^2, & 0 \leq \mu_{mn} < 0.5 \\ 1 - 2(1 - \mu_{mn})^2, & 0.5 \leq \mu_{mn} < 1 \end{cases}, \quad (5)$$

(5)式的作用是对隶属度值大于 0.5 的进行增大, 小于 0.5 的则进行减小, 从而减小模糊性, 增强对比度。

对隶属度函数 μ_{mn} 进行多次调用后产生另一模糊集, 即

$$\mu'_{mn} = I_r(\mu_{mn}) = I[I_{r-1}(\mu_{mn})], \quad r = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (6)$$

式中 r 为调用次数, 经过实验可以发现 r 一般为 2 或者 3 时, 效果最好。

然后再通过逆变换公式, 将图像变换到空间域中, 即

$$g_{mn} = G^{-1}(\mu'_{mn}) = g_{\max} + F_d [1 - (\mu'_{mn})^{F_c}]. \quad (7)$$

3 本文方法

3.1 剪切波变换

对待处理图像进行剪切波分解。经过剪切波处理后的图像可以分为高频和低频两个部分, 其中低频图像保持了原始图像中的主体信息, 系数通常较大且分布较为均匀, 因此, 不针对低频图像进行去噪处理。高频图像侧重表达原始图像中的边缘和细节信息, 并且含有大量噪声。通常, 系数绝对值较大的对应较为明显的轮廓和边缘, 而绝对值较小的系数则对应相对微弱的细节信息。传统经典的单一阈值法容易弱化图像的边缘信息, 因此, 本文选取自适应阈值法^[15]对高频图像进行去噪处理。

3.2 剪切波系数的自适应阈值去噪

采用文献[15]中提出的自适应阈值对含有噪声的部分进行处理, 表达式为

$$\lambda = \frac{\sigma_k^2}{\varphi_x} l, \quad (8)$$

式中 l 是调节因子, σ_k^2 为噪声的方差, 可以通过稳健中值法进行估计得到, 即

$$\sigma_k = \frac{\text{median}(|x_{i,j}|)}{0.6745}, \quad (9)$$

式中 x_{ij} 为点 (i, j) 的灰度值。 φ_x 是随着分解的尺度和方向变化, 可以通过最大似然估计得到, 即

$$\varphi_x = \max \left[\frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N x_{i,j}^2(l, k) - \sigma_k^2, 0 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10)$$

式中 M, N 分别为子带图像的长度和宽度。 $x_{ij}(l, k)$ 表示点 (i, j) 在第 l 层 k 方向的系数。

3.3 改进的 Pal-King 算法

原始隶属函数为指数函数, 计算量大。其中 F_c 和 F_d 的取值又取决于图像的处理效果, 难以找到最优解。并且经过指数型隶属函数处理后, 图像中的有一部分低灰度值被当作 0 处理, 使得低灰度值丢失。对于这些不足, 本文对原始的 Pal-King 算法进行了改进。

为了减少计算量, 避免低灰度值的丢失, 本文提出构造了新的隶属函数, 即

$$P_{ij} = G(x_{ij}) = \sin\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{x_{ij} - x_{\min}}{x_{\max} - x_{ij}}\right), \quad (11)$$

式中 x_{\min} 是最小灰度值, x_{\max} 是最大灰度值, P_{ij} 的取值范围为 $[0, 1]$ 。

使用模糊增强算子对图像进行增强处理, 反复调用下列函数:

$$P'_{ij} = T_r(P_{ij}) = T_r[T_{r-1}(P_{ij})], \quad (12)$$

其中,

$$T_r(P_{ij}) = \begin{cases} \frac{P_{ij}^2}{\mu_c}, & 0 < P_{ij} \leq 0.5 \\ \frac{[\sqrt{2}\mu_c - (1 - P_{ij})] \cdot [\sqrt{2}\mu_c + (1 - P_{ij})]}{\mu_c}, & 0.5 < P_{ij} \leq 1 \end{cases}, \quad (13)$$

式中 P_{ij} 为点 (i, j) 处灰度值的隶属函数, 当 $\mu_c = 0.5$ 时效果最好。

通过模糊域的逆变换将图像重新变换到空间域中, 逆变换公式为

$$g = x_{\min} + (x_{\max} - x_{\min}) \cdot \arcsin(P_{ij}) \cdot \frac{2}{\pi}. \quad (14)$$

为了检验改进算法的效果, 选择标准的实验图像进行仿真。如图 3 所示, 图 3(a) 为原始的 Pal-King 算法的隶属曲线, 图 3(b) 为改进后的 Pal-King 算法的隶属曲线, 从图 3 可以看出, 改进后的

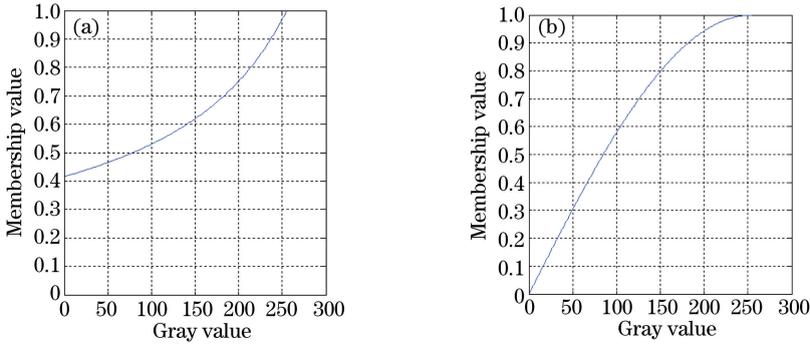


图3 (a)原始图像的隶属函数曲线;(b)改进的隶属函数曲线

Fig. 3 (a) Membership function curve of the original image; (b)improved membership function curve

算法和原始算法相比,它们的起始点不同,经过这样的改进后,不会丢失低灰度值,保留了更多的细节信息。同时可以看出改进后的隶属函数更接近于线性曲线,可以减少运行时间,提高算法的效率。

3.4 本文算法的实现步骤

算法的实现步骤为:1)对医学图像进行Shearlet分解,采用拉普拉斯金字塔算法,分解成低频和高频两部分;2)对高频图像采用自适应阈值法进行去噪处理;3)对高频图像去噪后,再进行剪切波逆变换重构图像;4)对重构图像使用改进的Pal-King算法增强图像的模糊对比度;5)选取无参考图像质量中的几个参量对图像进行评价。

4 实验与结果分析

为了检验本文算法在医学图像上的处理效果,自建了包含500张大小为 512×512 的标准肺部图像的图像库。并对自建库中的图像进行测试,同时

与文献[10] Shearlet增强、文献[16]分数阶微分、文献[14]改进的Pal-King增强方法作了对比,文献[10]为最开始提出的Shearlet算法。文献[14]是该论文作者采用log函数在原有的Pal-King算法上进行改进的方法。又由于近些年来偏微分方法已成为图像增强研究的热点,因此选择了文献[16]的方法进行比较。本文采取主观评价和客观评价两种方法对图像的增强效果^[17-19]进行评价,并对不同大小和类型的医学图像进行了测试。图4为采用不同方法对自建图像库中的一幅肺部图像进行处理的实验结果,从主观方面以及人眼判断评价,可以看出,经本文算法处理的图4(e)中对比度得到了明显提高,视觉效果相比其他算法得到了明显改善。为了便于更细节的观察,在图像上选取一部分便于人眼观察,矩形框所勾画的部分即为所选区域,并将所选区域进行放大,对应所得图像如图4第二行所示。

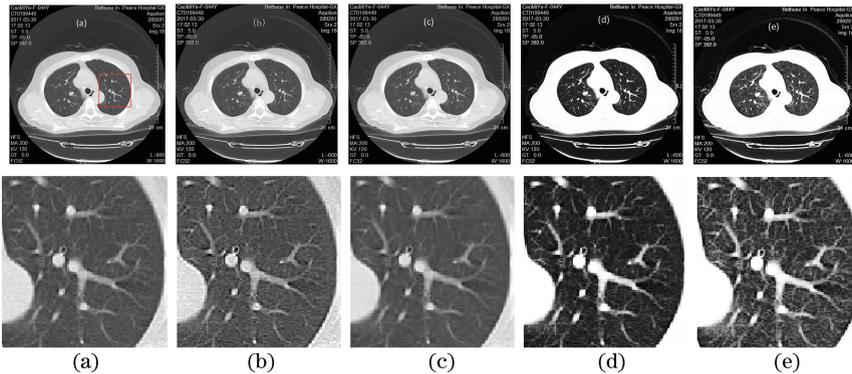


图4 采用不同方法对肺部图像进行处理的实验结果。(a)原图;(b) shearlet^[10]方法;(c)分数阶微分^[16]方法;(d)改进的Pal-King^[14]方法;(e)本文方法

Fig. 4 Experimental results of different algorithms for lung image. (a) Original image; (b) shearlet^[10] method; (c) fractional differential^[16] method; (d) improved Pal-King^[14] method; (e) proposed method

从客观方面评价,选择了平均梯度(AG)、边缘强度(EINT)、图像清晰度(C)、标准差(STD)和信

息熵(E)等5个参量作为评价标准。AG反映图像对细节的表达能力,表示模糊程度,其数值越大,则

图像变化越明显。设一幅大小为 $M \times N$ 的图像 $f(x, y)$, 其计算公式为

$$g = \frac{1}{(M-1) \times (N-1)} \times \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right)^2} \quad (15)$$

EINT 实质上是边缘点梯度的幅值, 边缘数值越大, 则边缘越清晰。计算公式为

$$k = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \sqrt{\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2}} \quad (16)$$

C 指图像的细节和边界的清晰度, 数值越大, 则图像越清晰。计算公式为

$$C = \frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \sqrt{\frac{[f(x, y) - f(x, y+1)]^2 + [f(x, y) - f(x+1, y)]^2}{2}} \quad (17)$$

STD 代表单幅图像的对比度, 其值越大, 则图像的对比度越大, 可以显示出更多的细节信息, 图像的质量越好。计算公式为

$$S = \sqrt{\frac{1}{M \times N} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [f(x, y) - \bar{f}]^2} \quad (18)$$

式中 \bar{f} 是 f 的均值。

E 表明图像所含信息的程度, 其值越大, 则图像所含信息量越大, 图像的细节信息越丰富。计算公式为

$$E = - \sum_{k=0}^{255} p(k) \text{lb} p(k) \quad (19)$$

式中 $p(k)$ 为图像中像素值为 k 出现的概率。

表 1 为测试自建库中肺部图像后的平均客观指标值。可以看出, 本文算法在平均梯度、边缘强度、图像清晰度和标准差方面都得到了明显的提高。

为了检验该算法是否对其他医学图像也适用, 把本文算法应用到了不同的医学图像上。图 5 和 6 为两个不同图像的实验结果。表 2 和 3 分别为图 5 和 6 的客观评价值。从实验结果来看, 本文算法不仅适用于肺部图像, 而且也适用于其他医学图像。

表 1 肺部图像的平均客观标准对比

Table 1 Comparison of average objective criteria for lung images

Algorithm	Evaluation indicator				
	AG	EINT	C	STD	E
Shearlet	10.43	93.95	16.32	84.52	6.80
Fractional differential	7.55	66.34	12.16	49.13	6.51
Improved Pal-King	10.91	104.49	15.78	108.03	4.92
Proposed algorithm	13.27	121.67	20.13	107.14	4.98

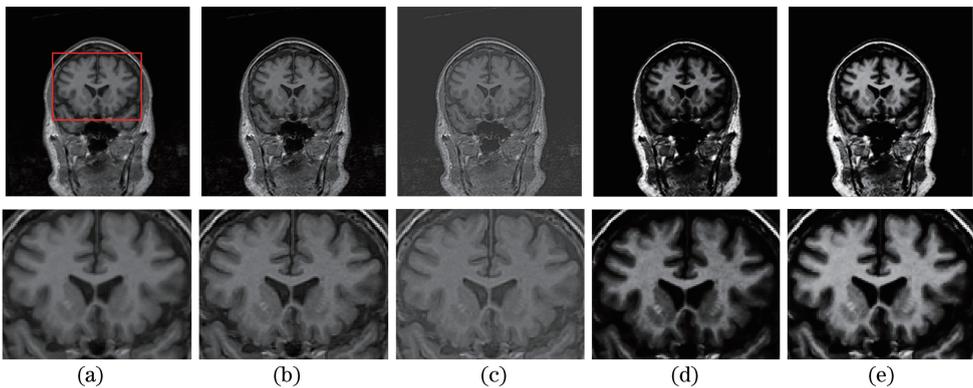


图 5 不同方法的实验结果。(a)原图;(b) shearlet^[10]方法;(c)分数阶微分^[16]方法;(d)改进的 Pal-King^[14]方法;(e)本文方法

Fig. 5 Experimental results for different methods. (a) Original image; (b) shearlet^[10] method; (c) fractional differential^[16] method; (d) improved Pal-King^[14] method; (e) proposed method

表2 图5的不同算法的客观标准对比

Table 2 Comparison of objective criteria for different algorithms in Fig. 5

Algorithm	Evaluation indicator				
	AG	EINT	C	STD	E
Shearlet	4.86	49.08	5.64	44.10	5.41
Fractional differential	4.88	46.19	6.29	26.06	5.28
Improved Pal-King	6.13	62.63	7.06	49.65	3.67
Proposed algorithm	9.54	77.16	8.64	60.52	3.72

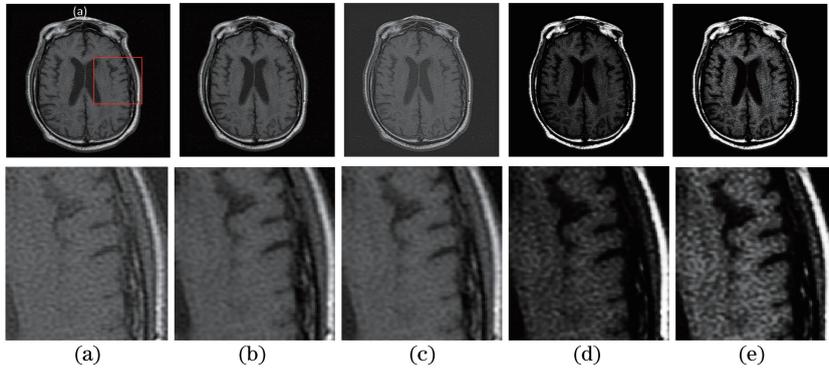
图6 不同方法的实验结果。(a)原图;(b) shearlet^[10]方法;(c)分数阶微分^[16]方法;(d)改进的 Pal-King^[14]方法;(e)本文方法Fig. 6 Experimental results for different methods. (a) Original image; (b) shearlet^[10] method; (c) fractional differential^[16] method; (d) improved Pal-King^[14] method; (e) proposed method

表3 图6的不同算法的客观标准对比

Table 3 Comparison of objective criteria for different algorithms in Fig. 6

Algorithm	Evaluation indicator				
	AG	EINT	C	STD	E
Shearlet	4.70	49.02	5.30	42.69	6.09
Fractional differential	4.96	49.60	6.02	28.06	5.94
Improved Pal-King	5.07	54.09	5.58	47.29	3.95
Proposed algorithm	6.47	68.45	7.18	54.57	4.00

对比表中的参量标准可以看出,虽然本文算法的信息熵低于其他算法,但是其他数值均明显高于其他算法。总体来说,经过 Shearlet 变换或者分数阶微分变换后的图像有着良好的去噪效果,保持了更多的细节信息,但是图像对比度不明显。文献[16]中改进的 Pal-King 算法对去噪和对比度都有了明显的提高,但是图像的清晰度不高。本文算法不仅拥有良好的去噪效果,而且也提高了图像的清晰度。

5 结 论

为了克服医学图像具有噪声和模糊性的缺点,提出了一种基于剪切波和改进的 Pal-King 的医学图像增强算法。通过自适应阈值对高频含噪图像进行了去噪处理,同时采用了一种改进的 Pal-King 算法对图像进行了模糊性增强。实验结果表明,剪切波和改进的 Pal-King 相结合有效地增强了图像的

对比度,突出了图像的纹理以及边缘等特征。和其他算法相比较,本文算法处理后的图像视觉效果得到了明显的改善。

参 考 文 献

- [1] Fu X W, Ding M Y, Zhou C P, *et al.* Research on image enhancement algorithms of medical images based on quantum probability statistics [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(7): 1590-1596.
付晓薇, 丁明跃, 周成平, 等. 基于量子概率统计的医学图像增强算法研究 [J]. 电子学报, 2010, 38(7): 1590-1596.
- [2] Jiang B J, Zhong M X. Improved histogram equalization algorithm in the image enhancement [J]. Laser & Infrared, 2014, 44(6): 702-706.
姜柏军, 钟明霞. 改进的直方图均衡化算法在图像增强中的应用 [J]. 激光与红外, 2014, 44(6): 702-706.

- [3] Yang W M, Qin C, Wang X J, *et al.* Cross section binary coding for fusion of finger vein and finger dorsal texture [C] // 2016 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT), 2016: 742-745.
- [4] Ramponi G. A cubic unsharp masking technique for contrast enhancement [J]. *Signal Processing*, 1998, 67(2): 211-222.
- [5] Ayiguli W, Jia Z H, Qin X Z, *et al.* Remote sensing image enhancement based on Shearlet transform and unsharp masking [J]. *Computer Engineering and Design*, 2015, 36(4): 987-990.
阿依古力·吾布力, 贾振红, 覃锡忠, 等. 基于剪切波变换的反锐化掩膜遥感图像增强 [J]. *计算机工程与设计*, 2015, 36(4): 987-990.
- [6] Cao W, Wang H B, Shi J, *et al.* Enhancement algorithm of finger vein image based on weighted guided filter with edge detection [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(2): 021007.
曹伟, 王华彬, 石军, 等. 基于边缘检测加权引导滤波的指静脉图像增强算法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(2): 021007.
- [7] Li Y, Zhang Y F, Zhang Q, *et al.* Infrared image contrast enhancement based on haze remove method [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(1): 0113004.
李毅, 张云峰, 张强, 等. 基于去雾模型的红外图像对比度增强 [J]. *中国激光*, 2015, 42(1): 0113004.
- [8] Wu Y Q, Shi J P. Image enhancement in non-subsampled contourlet transform domain based on multi-scale retinex [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35(3): 0310002.
吴一全, 史骏鹏. 基于多尺度 Retinex 的非下采样 Contourlet 域图像增强 [J]. *光学学报*, 2015, 35(3): 0310002.
- [9] Zhou F, Jia Z H, Yang J, *et al.* Medical image enhancement method based on improved Gamma correction in Shearlet domain [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2017, 28(5): 566-572.
周飞, 贾振红, 杨杰, 等. 基于剪切波域改进 Gamma 校正的医学图像增强算法 [J]. *光电子·激光*, 2017, 28(5): 566-572.
- [10] Guo K H, Labate D. Optimally sparse multidimensional representation using shearlets [J]. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 2007, 39(1): 298-318.
- [11] Jia W, Yang J Y, Liu Y B, *et al.* Improved fast image enhancement algorithm based on fuzzy set theory [C] // 2014 Sixth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, 2014: 173-175.
- [12] Zhang L T, Sun Y Q, Chen F S. An improved edge detection algorithm based on fuzzy theory [C] // 2015 12th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD), 2015: 380-384.
- [13] Xu Z G, Zhang S, Wang J J. Application of fuzzy enhancement in moving object detection and tracking [C] // 2016 14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV), 2016: 1-6.
- [14] Wang Y H, Li D H, Xu Y N. An improved image enhancement algorithm based on fuzzy sets [C] // IEEE Conference Anthology, 2013: 1-4.
- [15] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [16] Zhao J. Fractional differential and its application in image texture enhancement [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2012, 27(1): 121-124.
赵建. 分数阶微分在图像纹理增强中的应用 [J]. *液晶与显示*, 2012, 27(1): 121-124.
- [17] Chen X Y, Tan L J. Medical image enhancement algorithm based on adaptive fractional order differentiation [J]. *Application Research of Computers*, 2017, 34(12): 3895-3898, 3903.
陈向阳, 谭礼健. 基于自适应分数阶微分的医学图像增强算法 [J]. *计算机应用研究*, 2017, 34(12): 3895-3898, 3903.
- [18] Shi D, Li Q W, Fan X N, *et al.* Underwater image enhancement algorithm based on contourlet transform and multi-scale retinex [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(4): 041001.
石丹, 李庆武, 范新南, 等. 基于 Contourlet 变换和多尺度 Retinex 的水下图像增强算法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(4): 041001.
- [19] Wen H B, Bi D Y, Ma S P, *et al.* Variational retinex algorithm for infrared image enhancement with staircase effect suppression and detail enhancement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(9): 0911005.
温海滨, 毕笃彦, 马时平, 等. 消除阶梯效应与增强细节的变分 Retinex 红外图像增强算法 [J]. *光学学报*, 2016, 36(9): 0911005.