# 直接耦合腔中通过耗散通道制备 Bell 态

林杰\*

福建医科大学基础医学院,福建福州 350122

**摘要** 提出一个在耦合腔中实现两原子间最大纠缠态的制备稳定的理论方案,其中双能级原子与两个量子化的腔 场之间都是大失谐作用,同时,每个原子额外受到两个微弱经典场的非共振驱动。引入非局域的玻色膜,两个原子 都与其中一个集合光腔膜发生共振,而与另一个集合光腔膜之间是大失谐。在缀饰态子空间中,通过经典场的幺 正动力学和集合光腔膜的耗散通道联合作用来制备目标稳态。稳态的制备并不要求有特殊的初态,数值仿真表 明,利用所提方案可以获得高保真度的 Bell态,所提方案对系统参量的细微抖动具有稳健性。

关键词 量子光学;耗散;大失谐;耦合腔;纠缠态

**中图分类号** O431.2 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.242703

# Preparing Bell State by Using Dissipative Process in Directly Coupled Cavities

# Lin Jie\*

School of Basic Medical Sciences, Fujian Medical University, Fuzhou, Fujian 350122, China

**Abstract** In this study, we propose a theoretical scheme for generating and stabilizing a maximally entangled state of two atoms trapped in two directly coupled cavities. Herein, two-level atoms are coupled to the two quantized cavity fields with large detuning and that each atom is subjected to non-resonant driving by two weak classical fields. By introducing nonlocal bosonic modes, we find that the two identical atoms are resonantly coupled to one of the collective optical cavity modes, whereas they are coupled to the other collective optical cavity mode with large detuning. The target steady state can be prepared using the combined effect between the unitary dynamics of the classical fields and the dissipative process of the collective optical cavity modes in the dressed-state subspaces. The steady state can be prepared without requiring any special initial state. The numerical simulation shows that the Bell state can be obtained with high fidelity and that our scheme is robust to fluctuations of the system parameters. **Key words** quantum optics; dissipation; large detuning; coupled cavities; entangled state **OCIS codes** 270.5580; 270.2500; 020.5580

1 引 言

众所周知,纠缠态的制备是当前研究的一个热 点。不管是量子信息处理研究<sup>[1-3]</sup>,还是量子局域隐 参量理论<sup>[4-5]</sup>中非定域性的检验研究,纠缠态都发挥 了不可或缺的作用。学者们对不同物理系统的量子 纠缠特性已进行了大量研究<sup>[6-10]</sup>。然而在量子信息 实践中,如何有效地、可靠地稳定纠缠态是一项不可 避免挑战。在实际生活中,物理系统会和外界环境 发生相互作用,所产生的耗散会使系统产生退相干效应,这就成为量子纠缠态制备进程中亟需解决的一大难题。近年来不断有方案被提出,在物理系统中利用耗散实现纠缠的制备<sup>[11-32]</sup>。和以往的幺正动力学相比,这些方案中的耗散起着积极的作用,对退相干具有一定的稳健性。Kastoryano等<sup>[17]</sup>提出了一个耗散方案,该方案基于单腔系统,腔中囚禁着两个 \型原子,利用耗散通道制备这个原子的最大纠缠态。相比于幺正动力学系统,该系统的保真度得

收稿日期: 2019-05-27;修回日期: 2019-06-26;录用日期: 2019-07-03

基金项目: 福建省教育厅中青年教师教育科研项目(JAT170213)

到了明显的提升,且不需要额外控制系统的演化时间和特定的初态设置。Zheng等<sup>[19]</sup>提出在一个耗散的谐振腔中,利用耗散通道制备两比特的最大纠 缠态。Shen 等<sup>[20]</sup>提出在一个腔中,一个原子受经 典场驱动,而另一个原子不受经典场驱动,利用耗散 制备纠缠态。

本文提出了一个可行的方案,在直接耦合的光 学腔系统中,实现了两个原子的最大纠缠 Bell 态的 制备及稳定。在该方案中,每个原子受到两列经典 场的额外驱动,在弱激发条件下,联合哈密顿量动力 学和耗散动力学制备目标态。目标态的制备不需要 特殊的初态选择及精确的时间控制。数值仿真结果 显示,在当前可行的实验参量条件下,可以制备得到 高保真度、高 CHSH 关联的目标态。在 Zheng 和 Shen 方案中,都是一个腔囚禁着两个比特,在我们 的方案中,两个原子独立地囚禁于耦合腔中。在未 来的量子信息网络中,相信这种分布式的结构可以 得到很好的拓展。

2 理论分析

#### 2.1 理论模型

两个耦合腔中分别囚禁着原子 1 和原子 2,如 图 1 所示。每个原子有一个基态  $|g\rangle$ 和一个激发态  $|e\rangle$ ,相应的能量为 0 和  $\omega_e$ 。原子的基态和激发态 间失谐地耦合于腔膜,耦合强度为 g,失谐量为  $\Delta_e$ 两个原子都受到两列经典场的驱动,其中,经典场的 拉比频率分别为  $\Omega_a$  和  $\Omega_b$ ,相应的频率为  $\omega_a$  和  $\omega_b$ , 相应的失谐量为  $\delta_a$  和  $\delta_b$ ,相对应的相位为  $\varphi_1^a, \varphi_2^b, \varphi_2^b$ 。腔与腔之间相互耦合,耦合强度为 J,腔膜 的频率为  $\omega_e$ 。因此,系统的哈密顿量就可以写为

 $H = H_0 + H_{q-q} + H_{q-a} + H_{CL}(\hbar = 1),$  (1) 其中,自由能哈密顿量为

$$H_{0} = \boldsymbol{\omega}_{e} \sum_{j=1,2} |e_{j}\rangle \langle e_{j}| + \boldsymbol{\omega}_{c} \sum_{k=a,b} a_{k}^{+} a_{k}, \quad (2)$$

腔-腔相互作用哈密顿量为

$$H_{q-q} = J \left( a_{a}^{+} a_{b} + a_{b}^{+} a_{b} \right), \qquad (3)$$

腔和原子间的相互作用哈密顿量为

 $H_{qa} = g(S_1^+ a_a + S_2^+ a_b) + \text{H.c.},$  (4) 原子与经典场间的相互作用哈密顿量为

$$H_{\rm CL} = \sum_{k=a,b} \Omega_j \left\{ \exp\left[-i(\omega_j + \varphi_1^j)\right] S_1^+ + \right.$$

exp $\left[-i(\omega_{j} + \varphi_{2}^{i})\right]S_{2}^{+}$  + H.c., (5) 式中,  $\hbar$  为约化普朗克常数; H.c.为复共轭项;  $S_{j}^{+}$  为 原子跃迁算符,  $S_{j}^{+} = |e_{j}\rangle\langle g_{j}|$ ,其中 $|e_{j}\rangle$ 和 $|g_{j}\rangle$ 分 别表示第 j 个原子的激发态和基态;  $a_{k}^{+}$ 和 $a_{k}$ 分别



图 1 系统框图。(a)原子的能级示意图;(b)系统实验装置 Fig. 1 System chart. (a) Level schematic of two atoms; (b) experimental setup of system

代表 k 腔中光子的产生和湮灭算符,其中 k = a, b。 进入非局域的玻色膜<sup>[33]</sup> $b_1$ 和  $b_2$ :

$$b_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}(a_a + a_b), \ b_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}(a_a - a_b), \ (6)$$

在该操作下,改写哈密顿量 H<sub>0</sub>、H<sub>qq</sub>、H<sub>qa</sub>为

$$H_{0} = \sum_{j=1,2} \omega_{e} \mid e_{j} \rangle \langle e_{j} \mid + \omega_{e} b_{j}^{+} b_{j} , \qquad (7)$$

$$H_{q-q} = J \left( b_1^+ b_1 + b_2^+ b_2 \right), \qquad (8)$$

$$H_{q_{ra}} = g [S_1^+(b_1 + b_2) + S_2^+(b_1 - b_2)] + \text{H.c.},$$
(9)

基于  $H_0$  +  $H_{qq}$  的旋波框架,相互作用哈密顿量  $H_{qq}$  可以改写为

$$H_{qa} = \frac{\sqrt{2}}{2}gS_1^+ \exp(i\Delta t) \cdot \left[\exp(-iJt)b_1 + \exp(iJt)b_2\right] + \frac{\sqrt{2}}{2}gS_2^+ \exp(i\Delta t) \cdot$$

 $[\exp(-iJt)b_1 - \exp(iJt)b_2] + H.c.,$  (10) 式中,t 为系统演化时间; $\Delta = \omega_e - \omega_{c.o}$ 本文方案中, 设置失谐量  $\Delta$ 等于腔与腔之间的耦合强度 *J*,即  $\Delta = J$ ,这时可以简化(10)式为

$$H_{q_{ra}} = \frac{\sqrt{2}}{2} g b_1 (S_1^+ + S_2^+) + \frac{\sqrt{2}}{2} g \exp(2i\Delta) b_2 (S_1^+ - S_2^+) + \text{H.c.}, \quad (11)$$

这里我们关注的是 $\Delta \ge g$ 时的情况,这时系统将呈现以下动力学机制:非局域玻色膜 $b_1$ 与两个原子之间是共振作用,并且等效耦合强度 $g' = \sqrt{2}/2 \cdot g$ ,而玻色膜 $b_2$ 与原子之间是大失谐相互作用。因此可以认为玻色膜 $b_1$ 在系统的整个动力学演化过程中占据着支配地位,而玻色膜 $b_2$ 长久地处于虚激发过程,不参与系统的动力学过程,始终保持守恒。

原子的自发辐射及腔的衰减都能引发耗散,并 且在方案中耗散扮演着一个积极的角色。通过耗散 通道,系统双激发子空间的缀饰态可以转移到零激 发、单激发子空间的对应态上。开放系统的耗散动 力学可以由主方程得以描述:

$$\dot{\rho} = -i[H,\rho] + L_{\kappa\rho} + L_{\gamma\rho}, \qquad (12)$$

其中,

$$L_{\kappa\rho} = \frac{\kappa}{2} \sum_{k=a,b} \left( 2a_{k}\rho a_{k}^{+} - \rho a_{k}^{+}a_{k} - a_{k}^{+}a_{k}\rho \right) ,$$
  
$$L_{\gamma\rho} = \frac{\gamma}{2} \sum_{j=1,2} \left( 2S_{j}^{-}\rho S_{j}^{+} - \rho S_{j}^{+}S_{j}^{-} - S_{j}^{+}S_{j}^{-}\rho \right) ,$$
  
(13)

式中, $\rho$  为密度算符, $\dot{\rho}$  为密度算符求导, $L_{\kappa}$  和 $L_{\gamma}$  为腔膜和原子的 Lindblad 超算符, $\kappa$  表示腔膜的衰 减率, $\gamma$  表示原子的自发辐射率。

#### 2.2 缀饰态子空间

整个系统的光谱图可以用哈密顿量  $H' = H_0 + H_{qq} + H_{qa}$ 的缀饰态子空间进行描述。设置经典场的频率及相位等参量,定义整个系统的激发数算符

 $N_{e} = \sum_{j=1,2} (|e_{1}\rangle\langle e_{2}|+b_{j}^{+}b_{j})$ ,当考虑弱激发的情形, 即经典场的拉比频率  $\Omega_{k}$  远小于原子-腔的耦合强度  $g(\Omega_{k} \leqslant g)$ ,且系统初态属于零激发子空间时,经典场 将在缀饰态空间中以微扰的形式作用着,系统处于多 激发子空间的概率可以忽略不计。这里用态 $|AB\rangle|$  $MN\rangle$ 表示耦合系统的态,其中 $|AB\rangle$ 表示两个原子的 对应态,而 $|MN\rangle$ 表示腔膜  $b_{1}$ 和  $b_{2}$  对应的光子数。 可以容易地得到哈密顿量 H'的零激发、单激发及双 激发子空间的各个本征态及相应的本征能。

基态:

 $| \Phi_0 \rangle = | g_1, g_2 \rangle | 0, 0 \rangle (E_0 = 0),$  (14) 式中, $\Phi_0$  为零激发子空间的本征态, $E_0$  为零激发子 空间的本征态对应的本征能。

单激发态子空间:

$$\begin{cases} \mid \Phi_{1}^{0} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} (\mid e_{1}, g_{2} \rangle - \mid g_{1}, e_{2} \rangle) \mid 0, 0 \rangle \ (E_{1}^{0} = \hbar \omega_{e}) \\ \mid \Phi_{1}^{2,1} \rangle = \left[ \frac{\sqrt{2}}{2} (\mid e_{1}, g_{2} \rangle + \mid g_{1}, e_{2} \rangle) \mid 0, 0 \rangle \pm \mid g_{1}, g_{2} \rangle \mid 1, 0 \rangle \right] / \sqrt{2} \ (E_{1}^{2,1} = \omega_{e} \pm g) \end{cases}$$

$$(15)$$

式中, $\Phi_1^0$ 和 $\Phi_1^{2,1}$ 为单激发子空间的三个本征态, $E_1^0$ 和 $E_1^{2,1}$ 为3个本征态对应的本征能。 双激发态子空间:

$$\begin{cases} \mid \Phi_{2}^{0} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \mid e_{1}, g_{2} \rangle - \mid g_{1}, e_{2} \rangle \right) \mid 1, 0 \rangle \quad (E_{2}^{0} = 2\omega_{e}) \\ \mid \Phi_{2}^{1} \rangle = \left( \mid g_{1}, g_{2} \rangle \mid 2, 0 \rangle - \sqrt{2} \mid e_{1}, e_{2} \rangle \mid 0, 0 \rangle \right) / \sqrt{3} \quad (E_{2}^{1} = 2\omega_{e}) \\ \mid \Phi_{2}^{2,3} \rangle = \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \left( \mid e_{1}, g_{2} \rangle + \mid g_{1}, e_{2} \rangle \right) \mid 1, 0 \rangle \pm \frac{1}{\sqrt{3}} (\sqrt{2} \mid g_{1}, g_{2} \rangle \mid 2, 0 \rangle + \mid e_{1}, e_{2} \rangle \mid 0, 0 \rangle \right], \quad (16)$$
$$(E_{2}^{2,3} = 2\omega_{e} \pm \sqrt{3}g)$$

式中, $\Phi_2^0$ 、 $\Phi_2^1$ 和  $\Phi_2^{2,3}$ 为双激发子空间的 4 个本征态, $E_2^0$ 、 $E_2^1$ 和  $E_2^{2,3}$ 为 4 个本征态对应的本征能。

#### 2.3 经典场的角色

在所提方案中,对两列经典场的相位参量作如 下特定选择: $\varphi_1^a = \varphi_2^a$ , $\varphi_2^b - \varphi_2^b = \pi$ 。基于缀饰态汇 景,哈密顿量 H<sub>CL</sub>就可以改写为

$$H_{\rm CL} = \Omega_{\rm a} \exp(-i\omega_{\rm a}t)(S_1^+ + S_2^+) +$$
  
$$\Omega_{\rm c} \exp(-i\omega_{\rm c}t)(S_2^+ - S_2^+) + H_{\rm C}$$
(17)

在基于哈密顿量 
$$H' = H_0 + H_{qq} + H_{qa}$$
的相互

作用汇景中,(17)式可以用缀饰态子空间的本征态 和本征能改写为

$$H'_{\rm CL} = \Omega_{\rm a} \exp(-i\omega_{\rm a}t) \left\{ \exp\left[(\omega_{\rm e} + g)t\right] \left( \mid \Phi_{1}^{2}\rangle\langle\Phi_{0} \mid -\frac{2}{\sqrt{6}} \mid \Phi_{2}^{1}\rangle\langle\Phi_{1}^{1} \mid \right) + \exp\left[(\omega_{\rm e} - g)t\right] \left( \mid \Phi_{1}^{1}\rangle\langle\Phi_{0} \mid -\frac{2}{\sqrt{6}} \mid \Phi_{2}^{1}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid \right) + \exp\left[(\omega_{\rm e} + \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} + \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \mid \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2} \mid + \exp\left[(\omega_{\rm$$

$$\exp\left[(\omega_{e} - \sqrt{3}g + g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{3}\rangle\langle\Phi_{1}^{1}| \right\} + \Omega_{b}\exp\left[-i\omega_{b}t\right] \left\{\exp\left[(\omega_{e} + g)t\right] | \Phi_{2}^{0}\rangle\langle\Phi_{0}| - \exp\left[(\omega_{e} - g)t\right] | \Phi_{2}^{0}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} + \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} + \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{2}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{3}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{3}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} - \sqrt{3}g - g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{3}\rangle\langle\Phi_{1}^{2}| + \exp\left[(\omega_{e} - \sqrt{3}g + g)t\right] \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) | \Phi_{2}^{3}\rangle\langle\Phi_{1}^{1}| \right\} + \text{H.c.}$$

$$(18)$$

经典场的频率作如下设置: $\omega_a = \omega_e - g, \omega_b = \omega_e + g$ ,此时经典场 $\Omega_a$  共振驱动以下跃迁: $|\Phi_1^1\rangle \leftrightarrow |\Phi_0\rangle$ , $|\Phi_2^1\rangle \leftrightarrow |\Phi_1^2\rangle$ ,经典场 $\Omega_b$  共振驱动以下跃 迁: $|\Phi_0^0\rangle$ , $|\Phi_2^1\rangle \leftrightarrow |\Phi_1^2\rangle$ ,经典场 $\Omega_b$  共振驱动以下跃 迁: $|\Phi_2^0\rangle \leftrightarrow |\Phi_1^1\rangle$ ,而其他任意两缀饰态之间属于大 失谐作用。在弱激发及 $\Omega_k \leq g$  情形下(18)式可以 改写为

$$H'_{\rm CL} = \Omega_{\rm a} \left( \mid \Phi_1^1 \rangle \langle \Phi_0 \mid -\frac{2}{\sqrt{6}} \mid \Phi_2^1 \rangle \langle \Phi_1^2 \mid \right) + \Omega_{\rm b} \mid \Phi_2^0 \rangle \langle \Phi_1^1 \mid + \text{H.c.}$$
(19)

#### 2.4 制备过程

目标态的制备过程如图 2 所示,在动力学过程 中腔膜耗散成为有利的资源得以利用,并目目标稳 态的制备与初态无关。假设系统初始处于 $|\Phi_0\rangle$ 态, 其在经典场 $\Omega_a$ 的作用下泵浦到态 $|\Phi_1\rangle$ ,接着在经 典场 $\Omega_{\rm b}$ 的作用下泵浦到态 $|\Phi_2^{\rm o}\rangle$ ;由于非局域波色 腔膜的衰减通道, $\kappa_{\rm hl}$ 耗散到态  $|\Phi_1^{\rm o}\rangle$ ,这就形成了目 标态 $|S\rangle = \sqrt{2}/2(|e_1,g_2\rangle - |g_1,e_2\rangle)$ 。当系统处于  $|e_1,g_2\rangle|0,0\rangle$ 或 $|g_1,e_2\rangle|0,0\rangle$ 时,这两个初态可以 看成是单激发缀饰态 $|\Phi_1^{\circ}\rangle$ 、 $|\Phi_1^{\circ}\rangle$ 和 $|\Phi_1^{\circ}\rangle$ 的某种特定 展开,如图 2 所示,  $|\Phi_1^{\dagger}\rangle$ 和  $|\Phi_1^{\dagger}\rangle$ 由于哈密顿量动力 学和耗散通道的联合作用最后会转移到目标稳态。 当系统初始处于 $|e_1,e_2\rangle|0,0\rangle$ 态时,由于原子-腔的 强耦合, 初态会转移到态  $| \Phi_1^{\circ} \rangle | 1, 0 \rangle$ 和  $|g_1,g_2\rangle|2,0\rangle$ 。由于腔膜耗散通道,这两个态会分 别衰减到态  $|\Phi_1^{\circ}\rangle|0,0\rangle$ 和  $|g_1,g_2\rangle|1,0\rangle$ ,其中每一 个态都可以认为是缀饰态  $|\Phi_1^1\rangle$  和  $|\Phi_1^2\rangle$  的某种特定 展开,最后都会泵浦到目标稳态。

## 3 数值模拟

为了验证方案的可行性和稳定性,在零、单和双 激发子空间中解主方程,数值模拟得到演化过程中 系统保真度和 CHSH 关联 C。



图 2 目标态制备的动力学过程



$$F_{\text{Fidelity}} = \int_{H} \langle \varphi \mid_{\text{target}} \text{Tr}_{\text{f}} \left[ \rho(t) \right] \mid \varphi \rangle_{\text{target}} d \mid \varphi \rangle_{\text{input}}, \quad (20)$$
$$C = \text{Tr} \left[ (O_{\text{CHSH}}) \rho(t) \right], \quad (21)$$

其中,

$$O_{\text{CHSH}} = \sigma_{y}^{1} \frac{-\sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}^{2}}{\sqrt{2}} + \sigma_{x}^{1} \frac{-\sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}^{2}}{\sqrt{2}} + \sigma_{x}^{1} \frac{\sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}^{2}}{\sqrt{2}} - \sigma_{y}^{1} \frac{\sigma_{y}^{2} - \sigma_{x}^{2}}{\sqrt{2}}, \quad (22)$$

式中,  $F_{\text{Fidelity}}$ 为保真度,  $|\varphi\rangle_{\text{target}}$ 为系统的目标态,  $\rho(t)$ 为密度算符,  $|\varphi\rangle_{\text{input}}$ 为系统初态,  $\sigma_y^1 \ \sigma_x^2 \ \pi \sigma_y^2 \ \beta$ 原子 1、2 的泡利算符。

目标稳态的保真度(实线)、初态的布居数(点画 线)以及 CHSH 关联 C 随演化时间的关系图如图 3 所示,其中系统初始处于 $|g_1,g_2\rangle|0,0\rangle$ ,参量的设 置如下: $\Omega_a = \Omega_b = 0.0275g$ , J = 30g,  $\kappa = 0.035g$ ,  $\gamma = 0.00028g$ 。可以清楚地看到:随着演化时间的 推移,系统会稳定在目标态,稳定时系统的保真度为 95.15%,同时 CHSH 关联约等于 2.594(显然违背 了 Bell 不等式)。

系统稳态的保真度与腔膜衰减率 $\kappa$ 的关系图如 图 4 所示,其他参量与图 3 相同。可以看出,当 $\kappa$ 从 0 开始增加时,保真度增加,当 $\kappa$ =0.035g时,系统 达到最佳保真度。与大多数的耗散方案一样,所提 方案也是基于幺正动力学和耗散动力学的联合作





Fig. 3 Fidelity of system with initial state  $|g_1, g_2\rangle |0, 0\rangle$ as function of evolution time (gt). Inset shows CHSH correlation (C) as a function of gt

用。开始阶段,随着κ值的增加,耗散所起的作用越 来越大,因而系统的保真度增加;然而随着κ越来越 大,耗散会影响幺正动力学的效果,进而影响方案的 整体性能。



Fig. 4 Fidelity of target steady-state versus  $\kappa\!/g$ 

目标态的保真度随经典场的拉比频率  $\Omega_a/g$ 和  $\Omega_b/g$  的变化关系如图 5 所示,其他参量与图 3 相同。可以清晰地看到,存在一个较宽范围的拉 比频率,系统的保真度仍然维持在 90%以上,这表 明所提方案对经典场拉比频率的偏差并不敏感, 因此方案对经典场拉比频率的变化具有一定的稳 健性。





接下来考虑参量的微小扰动对目标态保真度的 影响。仿真了部分参量的不完美对称对系统保真度 的影响,如图 6、7 所示,其他参量与图 3 相同。能清 楚地发现:在图 6 中,考虑的是腔与原子的耦合强度 的不完美对称对系统保真度的影响,发现系统目标 态的保真度可以保持稳定。在图 7 中,考虑的是两









个腔的裸频率  $\omega_{ct}$  的微小扰动对保真度的影响,当 第一个腔的裸频率偏差量  $\delta\omega_{cs}/g$  达到 0.05,而第二 个腔的裸频率偏差量为 0 时,系统的保真度仍然可 以维持在 0.9 以上;进一步扩大这组参量的差异性, 当两个腔的频率偏差量( $\delta\omega_{ct}/g$ )同时达到 0.05 时, 保真度依然高于 0.85。因此所提方案对系统参量的 微小扰动就有较好的稳健性。

基于原子介质和类原子介质的实验方案时有提 出<sup>[34-36]</sup>。本文方案中两能级结构的原子可以通过 Abdisa 等<sup>[36]</sup>的方案实现:利用掺杂 Pr<sup>3+</sup>的 Y<sub>2</sub>SiO<sub>5</sub> 晶体实现编码,编码如下:将 $|0\rangle$ 编码在 $\delta_0$ 能级, $|1\rangle$ 编码在 $\gamma_0$ 能级。Shankar 等<sup>[37]</sup>的超导量子电动力 学实验方案可用于实现本文方案中的参量选取:  $\chi/2\pi \simeq 6$  MHz, $\kappa/2\pi \simeq 1.7$  MHz, $T_1 \simeq 9$  µs,其中 $T_1$ 是比特的自发辐射率, $\chi = g^2/\Delta_1, \Delta_1$  是比特-场的 失谐量。合适地设置 $\Delta$ ,使得 $g/2\pi \simeq 48$  MHz,  $\kappa/2\pi \simeq 3.5 \times 10^{-2}g, \gamma/2\pi \simeq 2.8 \times 10^{-4}g$ 。相信在这 些参量的选择下,可以构建方案中的原子系统。

## 4 结 论

提出了在耦合腔中制备及稳定 Bell态的可行 方案。在制备过程中引入两个非局域玻色膜,其中 一个玻色膜与原子共振,而另一个与原子之间是大 失谐,且每个原子额外受到两列经典场的共同驱动。 同时对经典场的相位作特定设置。最终目标态的稳 定是在哈密顿量动力学和耗散通道的共同作用下形 成的,耗散成为一个有利的因素得以利用。数值结 果表明,在最优参量下,可以获得并维持高保真度的 目标态。同时仿真了系统参量的微小扰动(包含腔 的频率和腔的耗散率)对保真度的影响,仿真结果表 明,所提方案不需要严格对称的参量,对参量的微小 扰动具有稳健性。

#### 参考文献

- Nielsen M A, Chuang I L. Quantum computation and quantum information [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [2] Bennett C H, DiVincenzo D P. Quantum information and computation[J]. Nature, 2000, 404(6775): 247-255.
- [3] Hua M, Tao M J, Deng F G. Fast universal quantum gates on microwave photons with all-resonance operations in circuit QED [J]. Scientific Reports, 2015, 5: 9274.
- [4] Clauser J F, Horne M A, Shimony A, et al. Proposed experiment to test local hidden-variable theories[J]. Physical Review Letters, 1969, 23(15): 880-884.
- [5] Bell J S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox[J]. Physics Physique Fizika, 1964, 1(3): 195-200.
- [6] Zheng S B, Guo G C. Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED[J]. Physical Review Letters, 2000, 85 (11): 2392-2395.
- [7] Blatt R, Wineland D. Entangled states of trapped atomic ions [J]. Nature, 2008, 453 (7198): 1008-1015.
- [8] Qiu C D, Lu D M. Entanglement characteristics in two-dimensional coupled cavity systems [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0527001.
  邱昌东,卢道明.两维耦合腔系统中的纠缠特性[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0527001.
- [9] Guo Z Y, Zhang X H, Xiao R H, et al. Dynamics of quantum entanglement in a two-qubit XXZ Heisenberg system[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34 (7): 0727001.

郭战营,张新海,肖瑞华,等.两粒子 XXZ 海森堡

系统中的量子纠缠动力学[J].光学学报,2014,34 (7):0727001.

- [10] Cong H L, Ren X Z. Exact solutions of energy spectrum and quantum entanglement in Tavis-Cummings model [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(9): 092701.
  丛红璐,任学藻. Tavis-Cummings 模型的能谱和量子纠缠的精确解[J].激光与光电子学进展, 2017, 54(9): 092701.
- Plenio M B, Huelga S F, Beige A, et al. Cavity-lossinduced generation of entangled atoms [J]. Physical Review A, 1999, 59(3): 2468-2475.
- [12] Busch J, De S, Ivanov S S, et al. Cooling atomcavity systems into entangled states [J]. Physical Review A, 2011, 84(2): 022316.
- [13] Su S L, Shao X Q, Wang H F, et al. Preparation of three-dimensional entanglement for distant atoms in coupled cavities via atomic spontaneous emission and cavity decay[J]. Scientific Reports, 2014, 4: 7566.
- [14] Su S L, Shao X Q, Guo Q, et al. Preparation of entanglement between atoms in spatially separated cavities via fiber loss [J]. The European Physical Journal D, 2015, 69(5): 123.
- [15] Cho J, Bose S, Kim M S. Optical pumping into many-body entanglement [J]. Physical Review Letters, 2011, 106(2): 020504.
- [16] Gonzalez-Tudela A, Martin-Cano D, Moreno E, et al. Entanglement of two qubits mediated by onedimensional plasmonic waveguides [J]. Physical Review Letters, 2011, 106(2): 020501.
- [17] Kastoryano M J, Reiter F, Sørensen A S. Dissipative preparation of entanglement in optical cavities [J].
   Physical Review Letters, 2011, 106(9): 090502.
- [18] Clark S, Peng A, Gu M L, et al. Unconditional preparation of entanglement between atoms in cascaded optical cavities [J]. Physical Review Letters, 2003, 91(17): 177901.
- [19] Zheng S B, Shen L T. Generation and stabilization of maximal entanglement between two atomic qubits coupled to a decaying resonator [J]. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, 2014, 47(5): 055502.
- [20] Shen L T, Chen R X, Yang Z B, et al. Preparation of two-qubit steady entanglement through driving a single qubit[J]. Optics Letters, 2014, 39(20): 6046-6049.
- [21] Shen L T, Chen X Y, Yang Z B, *et al*. Distributed entanglement induced by dissipative bosonic media

[J]. EPL (Europhysics Letters), 2012, 99(2): 20003.

- [22] Shen L T, Chen X Y, Yang Z B, et al. Steady-state entanglement for distant atoms by dissipation in coupled cavities [J]. Physical Review A, 2011, 84 (6): 064302.
- [23] Gullans M, Tiecke T G, Chang D E, et al.
   Nanoplasmonic lattices for ultracold atoms [J].
   Physical Review Letters, 2012, 109(23): 235309.
- [24] Barreiro J T, Müller M, Schindler P, et al. An open-system quantum simulator with trapped ions
   [J]. Nature, 2011, 470(7335): 486-491.
- [25] Reiter F, Kastoryano M J, Sørensen A S. Driving two atoms in an optical cavity into an entangled steady state using engineered decay[J]. New Journal of Physics, 2012, 14(5): 053022.
- [26] Shao X Q, Zheng T Y, Oh C H, et al. Dissipative creation of three-dimensional entangled state in optical cavity via spontaneous emission [J]. Physical Review A, 2014, 89(1): 012319.
- [27] Shao X Q, You J B, Zheng T Y, et al. Stationary three-dimensional entanglement via dissipative Rydberg pumping[J]. Physical Review A, 2014, 89 (5): 052313.
- [28] Diehl S, Micheli A, Kantian A, et al. Quantum states and phases in driven open quantum systems with cold atoms[J]. Nature Physics, 2008, 4(11): 878-883.
- [29] González-Tudela A, Porras D. Mesoscopic entanglement induced by spontaneous emission in solid-state quantum optics [J]. Physical Review Letters, 2013, 110(8): 080502.
- [30] Muschik C A, Polzik E S, Cirac J I. Dissipatively driven entanglement of two macroscopic atomic ensembles [J]. Physical Review A, 2011, 83 (5): 052312.
- [31] Parkins A S, Solano E, Cirac J I. Unconditional twomode squeezing of separated atomic ensembles [J].
   Physical Review Letters, 2006, 96(5): 053602.
- [32] Krauter H, Muschik C A, Jensen K, et al.
   Entanglement generated by dissipation and steady state entanglement of two macroscopic objects [J].
   Physical Review Letters, 2011, 107(8): 080503.
- [33] Lu D M, Zheng S B. One-step generation of maximally entangled states for three atoms trapped in separated cavities [J]. Chinese Journal of Physics, 2012, 50(5): 795-803.
- [34] Li C B, Jiang Z H, Zhang Y Q, et al. Controlled

correlation and squeezing in  $Pr^{3+}$ :  $Y_2 SiO_5$  to yield correlated light beams[J]. Physical Review Applied, 2017, 7(1): 014023.

- [35] Zhang D, Li C B, Zhang Z Y, et al. Enhanced intensity-difference squeezing via energy-level modulations in hot atomic media[J]. Physical Review A, 2017, 96(4): 043847.
- [36] Abdisa G, Ahmed I, Wang X X, et al. Controllable hybrid shape of correlation and squeezing [J].
   Physical Review A, 2016, 94(2): 023849.
- [37] Shankar S, Hatridge M, Leghtas Z, et al. Autonomously stabilized entanglement between two superconducting quantum bits[J]. Nature, 2013, 504 (7480): 419-422.