# 海洋湍流对单光子捕获概率的影响

聂敏<sup>1</sup>,赵元<sup>1</sup>\*,杨光<sup>1,2</sup>,张美玲<sup>1</sup>,孙爱晶<sup>1</sup>,裴昌辛<sup>3</sup> <sup>1</sup>西安邮电大学通信与信息工程学院,陕西西安710121; <sup>2</sup>西北工业大学电子信息学院,陕西西安710072; <sup>3</sup>西安电子科技大学综合业务网国家重点实验室,陕西西安710071

**摘要**为了研究海洋湍流对单光子捕获概率的影响,基于模厄米高斯光束和 Nikishov 海洋湍流模型,根据 Rytov 近似和 Kolmogorov 谱,推导出了海洋湍流环境下的单光子捕获概率模型,并对不同海洋湍流参数对单光子捕获概 率的影响进行了分析。结果表明:在传播百米后,海洋湍流环境下的单光子捕获概率下降明显;随着温度方差耗散 率的增大,单光子捕获概率降低;当盐度因素主导海洋湍流时,单光子捕获概率也随盐度的增大而降低,盐度变化 对海洋湍流环境下的单光子捕获概率的影响显著。增大接收机孔径值与缩短脉冲间隔可以有效提升单光子捕获 概率,但温度方差耗散率的增加和传输距离的减少会降低脉冲间隔对单光子捕获概率的影响。 关键词 量子光学;水下量子秘钥分配;单光子捕获概率;海洋湍流;温度方差耗散率

中图分类号 TN929.3 文献标识码 A d

doi: 10.3788/LOP56.242702

## Influence of the Oceanic Turbulence on Performance of Single Photon Acquisition Probability

Nie Min<sup>1</sup>, Zhao Yuan<sup>1\*</sup>, Yang Guang<sup>1,2</sup>, Zhang Meiling<sup>1</sup>, Sun Aijing<sup>1</sup>, Pei Changxing<sup>3</sup>

<sup>1</sup> School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of

Posts and Telecommunications, Xi'an, Shaanxi 710121, China;

<sup>2</sup> School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an,

Shaanxi 710072, China;

<sup>3</sup> State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710071, China

**Abstract** To investigate the influence of oceanic turbulence on single photon capture probability, this paper derives the single photon capture probability model in the turbulent ocean environment. The entire research is based on Hermite Gaussian beam and Nikishov oceanic turbulence model and follows the rules of Rytov approximation and Kolmogorov spectrum. The influence of different oceanic turbulence parameters on single photon capture probability is also analyzed. The results show that the single photon capture probability decreases significantly after one hundred meters of transmission in the turbulent ocean environment. Besides, as the temperature variance dissipation rate increases, the single photon capture probability decreases. When the salinity factor dominates the oceanic turbulence, the single photon capture probability also decreases and the salinity change has a significant impact on the single photon capture probability of the turbulent ocean environment. Increasing the receiver aperture value and shortening the pulse interval can effectively improve the single photon capture probability. However, an increase in the temperature variance dissipation rate and a decrease in the transmission distance can reduce the influence of the pulse interval on the single photon capture probability.

Key words quantum optics; underwater quantum key distribution; single photon acquisition probability; oceanic turbulence; temperature variance dissipation rate

收稿日期: 2019-05-05; 修回日期: 2019-05-31; 录用日期: 2019-06-06

**基金项目**:国家自然科学基金(61971348)、陕西省国际科技合作与交流计划项目(2015KW-013)、陕西省教育厅科研计划项目(16JK1711)

\* **E-mail:** 604202402@qq.com

OCIS codes 270.5565; 060.5565; 060.4510; 010.7060

1引言

近年来潜艇、水下传感器和水下航行器快速 发展,无论是军事还是商业领域对水下保密通信 的需求都逐渐增大,而海水信道下的量子秘钥分 配技术由于可以为水下通信提供绝对安全的通信 保障而成为研究热点。上海交通大学金贤敏课题 组<sup>[1]</sup>实现了首个海水量子通信实验,这标志着向 未来建立水下及海空一体量子通信网迈出了重要 一步。文献[2]从理论和实验上对水下量子秘钥 分配的信道特性等进行了分析研究,验证了水下 量子秘钥分配的可行性。单光子捕获则是量子秘 钥分配的重要技术,文献「3]基于基模高斯光束, 对自由空间量子秘钥分配的单光子捕获概率理论 进行了研究。文献「4]基于厄米高斯光束推导了 自由空间量子秘钥分配的单光子捕获概率表达 式。文献「5]又在前面研究的基础上,基于厄米高 斯光束进一步建立了处于TEM<sub>20</sub>、TEM<sub>02</sub>、TEM<sub>30</sub>、 TEM<sub>11</sub>等模式下的单光子捕获概率模型,并研究了 大气衰减等因素对捕获概率的影响,对建立的单 光子捕获概率模型进行了修正。海洋湍流是指海 洋水体中任意点的运动速度的大小和方向都不稳 定地紊乱流动,不同于大气湍流的折射率主要取 决于温度变化,海洋湍流的折射率起伏由温度变 化与盐度变化两个因素决定。目前常用的海洋湍 流模型是 Nikishov 等在 Hill 模型<sup>[6]</sup>的基础上建立 的海洋湍流折射率起伏空间功率谱模型,该模型 具有很强的适用性,得到了广泛的应用[7-11]。文献 「12〕分析了海洋湍流对激光传输的影响,并给出 了光束光斑尺度的变化情况。文献「13]研究了海 洋湍流与大气湍流对部分相干环状偏心光束与厄 米-高斯光束传输特性的影响。文献「14]采用数值 模拟方法研究了彗差光束通过海洋湍流的传输特 性。文献[15]研究了带球差的部分相干光束在海 洋湍流中传输的光强特性。文献「16]采用空域滤 波方法和海洋湍流功率谱,开发了海洋湍流中扩 展物体漫反射光成像的模拟仿真程序,研究了成 像质量与海洋湍流参数及接收孔径之间的关系。 然而,迄今为止,针对海洋湍流环境下的单光子捕 获概率研究鲜有报道。本文基于 Nikishov 的海洋 湍流模型,推导出了海洋湍流环境对单光子捕获 概率影响的模型,并分析了温度方差耗散率  $\chi_{\tau}$  与 温度和盐度影响折射率比率 ω 对单光子捕获概率 的影响。分析了接收机孔径值对捕获概率的影 响,针对不同传输距离和温度方差耗散率分析了 脉冲间隔对单光子捕获概率的影响。

#### 2 海洋湍流模型

Nikishov 等<sup>[17]</sup>给出了海水介质中的海洋湍流 功率谱模型,即

$$\Phi(\boldsymbol{\kappa}) = 0.388 \times 10^{-8} \varepsilon^{-1/3} \boldsymbol{\kappa}^{-11/3} \bullet$$
$$[1 + 2.35 (\boldsymbol{\kappa} \boldsymbol{\eta})^{2/3}] \frac{\boldsymbol{\chi}_{\mathrm{T}}}{\boldsymbol{\omega}^{2}} \times [\boldsymbol{\omega}^{2} \exp(-\boldsymbol{A}_{\mathrm{T}} \boldsymbol{\gamma}) +$$

 $exp(-A_s \gamma) - 2ωexp(-A_{Ts} \gamma)],$  (1) 式中:Φ(κ)是海洋湍流功率谱, κ 是湍流功率谱空 间波数; η 是 Kolmogorov 内尺度; 该海洋湍流下温 度影响因子  $A_T = 1.863 \times 10^{-2}$ , 盐度影响因子  $A_s = 1.9 \times 10^{-4}$ , 盐度温度综合影响因子  $A_{Ts} =$ 9.41×10<sup>-3</sup>, 中间变量  $\gamma = 8.284$  (κη)<sup>4/3</sup> + 12.978 (κη)<sup>2</sup>;  $\chi_T$  是海水的温度方差耗散率,  $10^{-4}$  K<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup> $\ll$   $\chi_T \ll 10^{-10}$  K<sup>2</sup>·s<sup>-1</sup>; ε 是海洋湍流 的动能耗散率,  $10^{-1}$  m<sup>2</sup>·s<sup>-3</sup> $\ll$   $ε \ll 10^{-10}$  m<sup>2</sup>·s<sup>-3</sup>; ω 为盐度和温度影响折射率的比率,  $ω \in [-5,0]$ , 当其取值为-5(0)时代表由温度(盐度)因素引起 的海洋湍流。

在 Rytov 近似下,海水介质中的球面波结构函数<sup>[18]</sup>为

$$D_{s}(\rho,L) = 8\pi^{2}k^{2}L \int_{0}^{1} \int_{0}^{\infty} [1 - J_{0}(\kappa\tau\rho)] \Phi(\kappa)\kappa d\kappa d\tau,$$
(2)

式中:k 为波数;L 为传输距离; $\rho$  为垂直于光波传输方向截面上两点间距离; $\tau$  为归一化距离变量; J<sub>0</sub>(•)为零阶贝塞尔函数。将(1)式代入(2)式,则可得

$$D_{s}(\rho,L) \approx 3.603 \times 10^{-7} k^{2} L \varepsilon^{-1/3} \rho^{5/3} \cdot \frac{\chi_{T}}{\omega^{2}} (0.419 \omega^{2} - 0.838 \omega + 0.419) .$$
(3)

则海洋湍流中球面波相干长度为

$$\rho_{0} \approx \left[ 3.603 \times 10^{-7} k^{2} L \varepsilon^{-1/3} \frac{\chi_{\mathrm{T}}}{2\omega^{2}} \right]^{-3/5} \cdot (0.419\omega^{2} - 0.838\omega + 0.419) = (4)$$

基于(1)式和大气湍流的 Rytov 方差,推导出 了海洋湍流中的 Rytov 方差,并利用超几何函数性 质将其化简为

3 海洋湍流环境下的单光子捕获概率 模型

本文采用时域高斯分布,空域 TEM<sub>10</sub>模厄米高 斯分布的激光束,其中空域函数与时域函数分别为

$$\psi_{mn}(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{2^{m}m!}} \frac{1}{\sqrt{2^{n}n!}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{w(z)} H_{m} \left[ \frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right] H_{n} \left[ \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right] \exp\left[ -\frac{x^{2}+y^{2}}{w^{2}(z)} \right] \times \exp\left[ \tilde{\psi}(x,y,z) \right] \exp\left\{ -i\left\{ k \left[ z + \frac{x^{2}+y^{2}}{2R(z)} \right] - (1+m+n) \arctan \frac{z}{z_{R}} \right\} \right\},$$
(6)

$$T(t) = \sqrt{\frac{1}{T_0}} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\left(\frac{t}{T_0}\right)^2 - \mathrm{i}\omega_0 t\right],\tag{7}$$

式中: $H_m(x)$ 和  $H_n(x)$ 分别为 m 阶和 n 阶厄米多 项式;w(z)为光束半径;R(z)为相前曲率半径;m、 n 为阶数,其分别为 1 和 0; $z_R$ 为瑞利范围;t 为时 间; $\tilde{\phi}(x,y,z)$ 为复相位扰动; $\omega_0$ 为角频率。根据 Rytov 微扰近似,将时空相干函数看作是(6)式和 (7)式的乘积,故基于厄米高斯光束的光子波函数为  $\psi(x,y,z,t) = \psi_{mn}(x,y,z)T(t)$ 。(8) 光子的概率密度函数为

$$\rho(x,y,z,t) = \langle |\psi(x,y,z,t)|^{2} \rangle = \frac{1}{2^{m+n}m! n!} \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{T_{0}} \frac{1}{w^{2}(z)} \left\{ H_{m} \left[ \frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right] \right\}^{2} \times \left[ H_{n} \left[ \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right] \right\}^{2} \exp \left[ -\frac{2(x^{2}+y^{2})}{w^{2}(z)} \right] \langle \exp \left[ \tilde{\psi}(x,y,z) + \tilde{\psi}^{*}(x,y,z) \right] \rangle \times \langle \exp \left[ -2\left(\frac{t}{T_{0}}\right)^{2} \right] \rangle, \quad (9)$$

式中: $T_0$ 为脉冲间隔; $\tilde{\phi}^*(x, y, z)$ 是 Rytov 近似复相位扰动的共轭;〈・〉是系综平均。根据 Nikishov 的折 射率扰动谱<sup>[18]</sup>可将(9)式化为

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{1}{2^{m+n}m!} \frac{2}{n!} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{T_0} \frac{1}{w_{LT}^2(z)} \left\{ H_m \left[ \frac{\sqrt{2}x}{w_{LT}(z)} \right] \right\}^2 \left\{ H_n \left[ \frac{\sqrt{2}y}{w_{LT}(z)} \right] \right\}^2 \times \exp\left[ -\frac{2(x^2 + y^2)}{w_{LT}^2(z)} \right] \exp\left[ -\frac{2x^2}{\rho_0^2} \right] \frac{T_0}{T_1} \exp\left[ -2\left( \frac{t - \frac{z}{S_w}}{T_1} \right)^2 \right],$$
(10)

式中: $\rho_0$  为海洋湍流下的球面波相干长度; $S_w$  为水 下光速; $w_{LT}(z)$ 是海洋湍流下的长期光束半径;  $T_1 = \sqrt{T_0^2 + 26.31 S_w^{-2} \eta_0} \int_0^z C_n^2(z') dz', \eta_0$  为湍流外 尺度, $C_n^2(z)$ 是折射率结构常数,z'是距离。对于 TEM<sub>10</sub>模厄米高斯光束,(10)式可化为

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{8}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{T_1} \frac{x^2}{w_{LT}^4(z)} \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{w_{LT}^2(z)}\right] \cdot \exp\left[-\frac{2x^2}{\rho_0^2}\right] \exp\left[-2\left(\frac{t - \frac{z}{S_w}}{T_1}\right)^2\right]. \quad (11)$$

令  $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$ , r 和  $\varphi$  分别是球坐标系中的距

离和方位角,将(11)式进行坐标变换,则有

$$\rho(r,\varphi,z,t) = \frac{8}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{T_1} \frac{r^2 \cos^2 \varphi}{w_{LT}^4(z)} \cdot \exp\left[-\frac{2r^2}{w_{LT}^2(z)}\right] \exp\left[\frac{-2r^2 \cos^2 \varphi}{\rho_0^2}\right] \times \exp\left[-2\left(\frac{t-\frac{z}{S_w}}{T_1}\right)^2\right].$$
(12)

海洋湍流环境下的长期光束半径 wLT(z)[20]为

 $w_{\rm LT}^2 = w^2 + w^2 T_{\rm SS} + w^2 T_{\rm LS}, \qquad (13)$ 

式中:T<sub>ss</sub>和 T<sub>Ls</sub>分别为小尺度和大尺度湍流的影响 因子。(13)式中第一项为纯衍射扩散,第二项为光 束呼吸和短期光束半径,第三项为光束漂移或接收 器平面中光束瞬时中心的方差。湍流影响因子  $T_{o} = T_{SS} + T_{LS}$ , b

$$w_{\rm LT} = w \sqrt{1 + T_{\rm o}} , \qquad (14)$$

$$T_{0} = -2E_{1}(0,0) - E_{2}(0,0), \qquad (15)$$

其中

$$E_1(0,0) = -2\pi^2 \kappa^2 L \int_0^\infty \kappa \Phi(\kappa) \,\mathrm{d}\kappa \,, \qquad (16)$$
$$E_1(0,0) =$$

$$4\pi^{2}k^{2}L\int_{0}^{1}\int_{0}^{\infty}\kappa\Phi(\kappa)\exp\left(-\Lambda L\kappa^{2}\zeta^{2}/k\right)\,\mathrm{d}\kappa\,\mathrm{d}\xi,$$

(17)

式中: $T_0$ 描述了由湍流引起的接收器平面上平均辐 照度的变化; $E_1(0,0)$ 和 $E_2(0,0)$ 均为复合二阶矩 且其与光束内的观测点位置无关; $\Lambda$ 为接收端光束 菲涅耳比;L为传播路径长度; $\zeta$ 为归一化距离变 量。第二类的合流超几何函数的积分表示为

$$U(a,c,h) = \frac{1}{\Gamma(a)} \int_{0}^{\infty} \exp(-ht) t^{a-1} \cdot (1+t)^{c-a-1} dt, \ a > 0, h > 0,$$
(18)

式中: $\Gamma(a)$ 为伽玛函数;a,c,x为二类的合流超几 何函数的自变量。应用 Kolmogorov 谱分布和 (18)式可得

$$E_{1}(0,0) = -0.033\pi^{2}C_{n}^{2}k^{2}L\kappa_{0}^{-5/3}U\left(1,\frac{1}{6},\frac{\kappa_{0}^{2}}{\kappa_{w}^{2}}\right),$$
(19)

$$U(a,c,h) \sim \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(1+a-c)}, \ 0 < c < 1, h \rightarrow 0^+,$$

(20)

式中:内波参数  $\kappa_w = 5.92/l_0$ ,  $l_0$  为内尺度;  $0^+$  为二 类合流超几何函数自变量 h 从右至左无限趋近于 零。 $h \rightarrow 0^+$ 即假设内尺度消失, 外尺度无限大, 将渐 近公式(20)式代入(19)式, 可得

$$E_{1}(0,0) \cong -0.39C_{n}^{2}k^{2}L\kappa_{0}^{-5/3}, \qquad (21)$$
  
式中: $\kappa_{0} \sim 1/L_{0}, L_{0}$  为外尺度。故  
$$T = -2E_{1}(0,0) - E_{2}(0,0) \cong 1.33\sigma_{R}^{2}\Lambda^{5/6}.$$
(22)

则海洋湍流环境下的长期光束半径为

$$w_{\rm LT} = w \sqrt{1 + 1.33\sigma_{\rm R}^2 \Lambda^{5/6}},$$
 (23)

式中: $\Lambda = \Lambda_0 / (\Theta_0^2 + \Lambda_0^2) = 2L/kw^2, w = w_0 \sqrt{\Theta_0^2 + \Lambda_0^2}$ 为自由空间光束半径, $w_0$  为初始光束半径, $\Theta_0$  和  $\Lambda_0$ 分别为光束的发射端曲率半径与菲涅耳比。

综上可得海洋湍流环境下的单光子捕获概率 P(z)为

$$P(z) = \int_{0}^{d/2} \int_{0}^{2\pi} \int_{-T_{0}/2+z/S_{w}}^{T_{0}/2+z/S_{w}} \rho(r,\varphi,z,t) r dr d\varphi dt = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{T_{1}} \frac{8}{w^{4}\pi (1+1.33\sigma_{R}^{2}\Lambda^{5/6})^{2}} \int_{0}^{d/2} \int_{0}^{2\pi} \int_{-T_{0}/2+z/S_{w}}^{T_{0}/2+z/S_{w}} r^{2} \cos^{2}\varphi \exp\left[-\frac{2r^{2}}{w^{2}(1+1.33\sigma_{R}^{2}\Lambda^{5/6})}\right] \times \exp\left[\frac{-2r^{2}\cos^{2}\varphi}{\rho_{0}^{2}}\right] \exp\left[-2\left(\frac{t-\frac{z}{S_{w}}}{T_{1}}\right)^{2}\right] r dr d\varphi dt,$$
(24)

式中:d 为孔径值。

#### 4 结果仿真

根据(1)式、(4)式、(5)式和(18)式,对海洋湍流 环境下传输距离与单光子捕获概率的关系进行仿真, 结果如图 1 所示,其中 ε = 10<sup>-5</sup> m<sup>2</sup> • s<sup>-3</sup>, ω = -3,  $\chi_{T} = 10^{-7}$  K<sup>2</sup> • s<sup>-1</sup>,  $\lambda = 0.417 \mu$ m,  $\eta = 10^{-3}$  m,  $S_w =$ 225000 km • s<sup>-1</sup>,  $w_0 = 0.05$  m, d = 1 m,  $T_0 =$ 10<sup>-6</sup> s<sup>[21]</sup>。由图 1 可以看出初始时捕获概率为8.94× 10<sup>-3</sup>,传播 200 m 后概率降为 2.3×10<sup>-3</sup>,传播 400 m 后降为 7.19×10<sup>-4</sup>。海洋湍流环境下的单光子捕获 概率随着传输距离的增加而下降。

图 2 显示了不同温度方差耗散率时单光子捕获 概率与传播距离的关系。传播距离为 120 m 的情况



图 1 海洋湍流环境下单光子捕获概率与传播距离的关系

Fig. 1 Relationship between single-photon acquisition probability and propagation distance in oceanic turbulence environment

下:当 $\chi_{T} = 10^{-9} \text{ K}^{2} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,单光子捕获概率为 $4.0 \times 10^{-3}$ ;当 $\chi_{T} = 10^{-6} \text{ K}^{2} \cdot \text{s}^{-1}$ 时,单光子捕获概率为



图 2 不同  $\chi_{T}$  下单光子捕获概率与传播距离的关系 Fig. 2 Relationship between single-photon acquisition probability and propagation distance under different  $\chi_{T}$ 

3.81×10<sup>-3</sup>;当 $\chi_{T}$ =10<sup>-5</sup> K<sup>2</sup>•s<sup>-1</sup>时,单光子捕获概 率为 2.7×10<sup>-3</sup>。可以看出,温度方差耗散率在 10<sup>-4</sup>~10<sup>-6</sup> K<sup>2</sup>•s<sup>-1</sup>时对单光子捕获概率的影响最 为显著。又因为温度方差耗散率 $\chi_{T}$ 可以描述海洋湍 流的强度,所以随着海洋湍流强度的增大,单光子捕 获概率降低。

图 3 为温度和盐度影响折射率的比率  $\omega$  与单光 子捕获概率的关系,其中传输距离 z=100 m。由图 3 可以看出,随着  $\omega$  由 -5 增大到 -1,盐度因素开始主 导海洋湍流,折射率随着盐度的增加而变大,单光子 捕获概率由  $4.8 \times 10^{-3}$ 下降到  $3.25 \times 10^{-3}$ 。单光子捕 获概率随着盐度的增大而降低,故盐度因素相较于温 度因素对海洋湍流环境下单光子捕获概率的影响 更显著。



图 3 海洋湍流环境下  $\omega$  与单光子捕获概率的关系 Fig. 3 Relationship between single-photon acquisition probability and  $\omega$  in oceanic turbulence environment

为了分析如何通过改变参数提升捕获概率,对海 洋湍流环境下的接收机孔径值与单光子捕获率的关 系进行仿真,其中 z=100 m,结果如图 4 所示。在其 他参数不变的条件下,单光子捕获概率随孔径值的增 大而增大。增大接收机孔径值可以提升海洋湍流环 境下单光子捕获概率。

图 5 为 z=200 m 时不同温度方差耗散率下脉冲





图 5 z=200 m 时单光子捕获概率与脉冲间隔和 温度方差耗散率的关系

Fig. 5 Relationship among single-photon acquisition probability, pulse interval and temperature variance dissipation rate at z=200 m

间隔大小对单光子捕获概率影响的关系:温度方差耗 散率 $\chi_{T}=5\times10^{-6}$  K<sup>2</sup> • s<sup>-1</sup>时,随着脉冲间隔 T<sub>0</sub> 由  $1\times10^{-5}$  s 缩短到  $1\times10^{-7}$  s,单光子捕获概率由  $1.44\times10^{-3}$ 增加到了  $4.67\times10^{-3}$ ;温度方差耗散率增 大到 $\chi_{T}=1\times10^{-4}$  K<sup>2</sup> • s<sup>-1</sup>时,湍流强度变大,随着脉 冲间隔 T<sub>0</sub> 由  $1\times10^{-5}$  s 缩短到  $1\times10^{-7}$  s,单光子捕 获概率由  $2.19\times10^{-4}$ 增加到了  $5.56\times10^{-4}$ 。因此缩 短脉冲间隔可以有效提升单光子捕获概率,但温度方 差耗散率的增加会减小提升的幅度。

图 6 为 z=50 m 时不同温度方差耗散率下脉冲 间隔大小对单光子捕获概率影响的关系。由图 6 可 见,当温度方差耗散率  $\chi_{T}=1\times10^{-8}$  K<sup>2</sup> · s<sup>-1</sup>时,随着 脉冲间隔  $T_{0}$  由 1×10<sup>-5</sup> s 缩短到 1×10<sup>-7</sup> s,单光子 捕获概率由 3.73×10<sup>-3</sup> 增加到了 3.81×10<sup>-3</sup>,增幅相 较 z=200 m 时减小。

因为不同传输距离下脉冲间隔对单光子捕获概率的影响区别较大,所以对单光子捕获概率与脉冲间 隔和传播距离的关系进行仿真,结果如图7所示。当



图 6 z=50 m 时单光子捕获概率与脉冲间隔和 温度方差耗散率的关系

Fig. 6 Relationship among single-photon acquisition probability, pulse interval and temperature variance dissipation rate at z=50 m



图 7 单光子捕获概率与脉冲间隔和传播距离之间的关系 Fig. 7 Relationship among single-photon acquisition probability, pulse interval and propagation distance

z = 60 m时,随着脉冲间隔  $T_0$  由  $1 \times 10^{-5}$  s 缩短到  $1 \times 10^{-7}$  s,单光子捕获概率由  $3.60 \times 10^{-3}$  增加到  $4.10 \times 10^{-3}$ ;当z = 210 m时,随着脉冲间隔  $T_0$  由1×  $10^{-5}$  s 缩短到  $1 \times 10^{-7}$  s,单光子捕获概率由  $7.06 \times$  $10^{-4}$ 增加到  $3.70 \times 10^{-3}$ 。传播距离越远,脉冲间隔变 化对单光子捕获概率的影响越大,当传播距离大于 50 m时,缩短脉冲间隔可以有效提升单光子捕获 概率。

### 5 结 论

基于 Nikishov 的海洋湍流模型与海洋湍流的 Rytov 方差,根据 Rytov 近似和 Kolmogorov 谱给出了 海洋湍流环境对单光子捕获概率影响的模型。结果 表明:在海洋湍流环境下单光子捕获概率随传播距离 的增加明显下降,传播 200 m 后单光子捕获概率由  $8.94 \times 10^{-3}$ 下降为  $2.3 \times 10^{-3}$ ;温度方差耗散率在  $10^{-4} \sim 10^{-6}$  K<sup>2</sup> • s<sup>-1</sup>范围内对单光子捕获概率的影 响显著,随着  $\chi_{T}$  增大,即海洋湍流强度的增大,单光 子捕获概率降低; $\omega$  由 -5 增大到 -1,盐度因素主导 海洋湍流,单光子捕获概率由 4.8×10<sup>-3</sup>下降到 3.25×10<sup>-3</sup>,盐度因素对海洋湍流环境下的单光子捕 获概率的影响更显著。增大接收机孔径值和缩短脉 冲间隔可以有效提升单光子捕获概率,传输距离越远 脉冲间隔变化对捕获概率的影响越大,当传输距离水 于 50 m 时,缩短脉冲间隔则不能显著提升捕获概率。 因此,在湍流变化复杂的水文环境下,进行水下量子 通信时可根据湍流的变化情况自适应调整相关参量。

#### 参考文献

- Ji L, Gao J, Yang A L, et al. Towards quantum communications in free-space seawater [J]. Optics Express, 2017, 25(17): 19795-19806.
- Zhao S C, Shi P, Li W D, et al. Simulation and QBER analysis of underwater quantum communication [J].
   Periodical of Ocean University of China, 2016, 46(2): 131-137.

赵士成,史鹏,李文东,等.水下量子通信的数值模拟 及误码率分析[J].中国海洋大学学报(自然科学版), 2016,46(2):131-137.

- Zhang G, Ma J, Tan L, et al. Single-photon acquisition probability for free-space quantum key distribution [J].
   Proceedings of SPIE, 2005, 5631: 173-180.
- [4] Zhang G Y, Ma J, Tan L Y. Theoretical study of single-photon acquisition based on Hermite-Gaussian beams[J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(8): 1201-1204.
  张光宇,马晶,谭立英.基于厄米-高斯光束的单光子 捕获理论研究[J].光子学报, 2005, 34(8): 1201-1204.
- [5] Bi H N. Research on single-photon acquisition probability in satellite-ground quantum optical communication [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2009.
  毕慧宁.星地量子光通信单光子捕获概率研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2009.
- [6] Hill R J. Optical propagation in turbulent water [J]. Journal of the Optical Society of America, 1978, 68(8): 1067-1072.
- [7] Korotkova O, Farwell N, Shchepakina E. Light scintillation in oceanic turbulence [J]. Waves in Random and Complex Media, 2012, 22(2): 260-266.
- [8] Tang M M, Zhao D M. Propagation of radially polarized beams in the oceanic turbulence[J]. Applied Physics B, 2013, 111(4): 665-670.
- [9] Baykal Y. Scintillation index in strong oceanic turbulence[J]. Optics Communications, 2016, 375: 15-18.
- [10] Yang T, Ji X L, Li X Q. Propagation characteristics of

partially coherent decentred annular beams propagating through oceanic turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(20): 204206.

杨婷,季小玲,李晓庆.部分相干环状偏心光束通过 海洋湍流的传输特性[J].物理学报,2015,64(20): 204206.

[11] Liu Y X, Chen Z Y, Pu J X. Propagation of stochastic electromagnetic high-order Bessel-Gaussian beams in the oceanic turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66 (12): 124205.

刘永欣, 陈子阳, 蒲继雄. 随机电磁高阶 Bessel-Gaussian 光束在海洋湍流中的传输特性[J]. 物理学报, 2017, 66(12): 124205.

- [12] Hanson F, Lasher M. Effects of underwater turbulence on laser beam propagation and coupling into single-mode optical fiber[J]. Applied Optics, 2010, 49(16): 3224-3230.
- [13] Yang T. Influence of turbulence on propagation properties of partially coherent decentered annular beams and Hermite-Gaussian beams [D]. Chengdu: Sichuan Normal University, 2016.
   杨婷.湍流对部分相干环状偏心光束和厄米—高斯光

束传输特性的影响[D]. 成都:四川师范大学, 2016.

- [14] Luo Y J, Ji X L. Characteristics of coma beams propagation through oceanic turbulence [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(8): 0805003.
  罗燏娟,季小玲. 慧差光束通过海洋湍流的传输特性 [J]. 中国激光, 2017, 44(8): 0805003.
- [15] Zhang Y H, Liu Y X, Chen Z Y. Light intensity characteristics of propagation partially coherent beams with spherical aberration in oceanic turbulence[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(11): 110103.
  张艳红,刘永欣,陈子阳. 带球差的部分相干光束在

海洋湍流中传输的光强特性[J].激光与光电子学进展,2017,54(11):110103.

- [16] Luo Y J, Ji X L, Li X Q. Numerical simulation of imaging by diffuse reflection light from extended objects in oceanic turbulence [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(11): 1105001.
  罗燏娟,季小玲,李晓庆.海洋湍流中扩展物体漫反射光成像的数值模拟[J].中国激光, 2017, 44(11): 1105001.
- [17] Nikishov V V, Nikishov V I. Spectrum of turbulent fluctuations of the sea-water refraction index [J]. International Journal of Fluid Mechanics Research, 2000, 27(1): 82-98.
- [18] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. 2nd ed. USA: SPIE Press, 2005: 192-206.
- [19] Lu L. Influence of oceanic turbulence on propagation of laser beams [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2016.
  陆璐.海洋湍流对激光束传输的影响[D]. 合肥:中国 科学技术大学, 2016.
- [20] Wu T, Ji X L, Li X Q, et al. Characteristic parameters of optical wave and short-term beam spreading in oceanic turbulence[J]. Acta Physica Sinica, 2018, 67 (22): 224206.
  吴彤,季小玲,李晓庆,等.海洋湍流中光波特征参量和短期光束扩展的研究[J].物理学报, 2018, 67(22):
- [21] Cheng M J, Guo L X, Li J T, et al. Propagation of an optical vortex carried by a partially coherent Laguerre-Gaussian beam in turbulent ocean [J]. Applied Optics, 2016, 55(17): 4642-4648.

224206.