

# 有限能量艾里-厄米-高斯光束在势阱 介质中的光场旋转

王宇浩\*\*, 肖燕\*, 白小琴, 张静

山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006

**摘要** 以带有抛物势的薛定谔方程为理论模型, 采用分步傅里叶数值模拟方法, 对势阱介质中的有限能量艾里-厄米-高斯光束的传输特性以及相互作用关系进行研究。结果表明, 势阱介质会使有限能量艾里-厄米-高斯光束的光场结构在传输过程中发生旋转。随着势阱强度的增大, 光束的光场结构完成旋转所需的传输距离越来越短。此外, 进一步探讨了具有不同初始间隔的两个有限能量艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中的相互作用关系, 发现在传输过程中光束的光斑数量会发生变化。

**关键词** 光纤光学; 艾里-厄米-高斯光束; 势阱介质

**中图分类号** O437 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP56.240602

## Optical Field Rotation of Finite Energy Airy-Hermite-Gaussian Beams in Medium with Potential Well

Wang Yuhao\*\*, Xiao Yan\*, Bai Xiaoqin, Zhang Jing

College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

**Abstract** Herein, for the propagation and interaction of finite energy Airy-Hermite-Gaussian (FEAHG) beams in a medium with a potential well, a linear parabolic (Schrödinger-like) equation was applied as the theoretical model in a split-step Fourier numerical simulation. Results show that the optical field structure of FEAHG beams rotates in the medium with a potential well. The greater the intensity of the potential well is, the shorter the propagation distance for the optical field structure completing rotation is. In addition, further investigation of the interaction between two FEAHG beams with different initial intervals in the medium with a potential well reveals that the number of light spots during propagation changes.

**Key words** fiber optics; Airy-Hermite-Gaussian beam; medium with potential well

**OCIS codes** 060.2310; 060.4370; 190.4370; 190.6135

## 1 引言

Berry 等<sup>[1]</sup>在量子力学的范畴内发现艾里函数是非线性薛定谔方程的一个解, 从而引入了艾里光束这个概念。艾里光束能够在传输过程中保持波形且不断加速。然而, 艾里光束包含无限能量, 因此在现实中是无法获得的。Siviloglou 等<sup>[2]</sup>发现, 利用指数型衰减包络截断艾里光束, 便可得到有限能量的艾里光束。Bandres 等<sup>[3]</sup>发现艾里光束

具有无衍射和自加速的特性, 基于这些特性, 艾里光束在很多领域都有潜在的应用, 例如弯曲等离子体通道产生<sup>[4]</sup>、粒子清除<sup>[5]</sup>、等离子体能量路由<sup>[6]</sup>。艾里光束同时还具有自愈的特性, 能够在穿过障碍之后恢复波形<sup>[7]</sup>, 这使其在散射介质中的成像方面有重要的应用价值<sup>[8]</sup>。与此同时, 很多艾里光束衍生出的光束也引起了关注并被应用于工程中, 其中有艾里-高斯光束<sup>[9-12]</sup>、艾里-厄米-高斯光束<sup>[13-17]</sup>, 这些光束不仅能够保持艾里光束

收稿日期: 2019-06-04; 修回日期: 2019-06-10; 录用日期: 2019-06-13

基金项目: 国家自然科学基金(61575115, 61378039)

\* E-mail: xiaoyan@sxu.edu.cn; \*\* E-mail: yakovwallace@163.com

原有的特性, 还具有一些新的特点。

艾里-厄米-高斯光束具有有限能量, 并且在不同的介质中传输时会展示出不同的特性。艾里-厄米-高斯光束在 ABCD 光学模型<sup>[14-15]</sup> 和单轴晶体<sup>[16]</sup> 以及光折变介质<sup>[17]</sup> 中的传输特性已得到了广泛研究, 而该光束在势阱介质<sup>[18-19]</sup> 中的传输特性鲜有报道。势阱介质是一种典型的强非局域非线性介质<sup>[20]</sup>, 当艾里光束在该介质中传输时会发生周期性振荡<sup>[21]</sup>。

本文基于旁轴近似下的带有抛物势的薛定谔方程, 研究了有限能量艾里-厄米-高斯 (FEAHG) 光束在势阱介质中的传输特性和相互作用, 发现在势阱介质中光束的光场结构会发生旋转, 这种变化与光束穿过薄透镜的变化类似<sup>[14]</sup>, 并且势阱强度以及厄米多项式的阶数会对光场结构产生重要的影响。除此之外, 还探究了两个有限能量艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中的相互作用, 进一步证明了在势阱介质中, 光束的光场结构会发生旋转这一结论。

## 2 基本原理

旁轴近似条件是所有光学基本公式的设定条件, 满足  $\sin \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$ , 从而简化了运算。一般认为角度  $\theta$  小于  $10^\circ$  时为近轴或称旁轴, 本文的研究对象符合这一条件。在旁轴近似的情况下, 带有抛物势的薛定谔方程<sup>[13]</sup> 可以描述为

$$i \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - V(X)U = 0, \quad (1)$$

式中:  $U$  为光束的包络;  $X$ 、 $Y$  和  $Z$  分别为归一化的横向坐标、纵向坐标和传输距离。横向坐标用光束的初始宽度  $x_0$  进行归一化, 而传输距离用瑞利长度  $kx_0^2$  进行归一化 (其中波数  $k = 2\pi n' / \lambda_0$ ,  $n'$  表示介质的折射率,  $\lambda_0$  表示光束波长); 抛物势  $V(X) = \alpha^2 X^2 / 2$ , 其中  $\alpha$  为势阱的深度, 表示势阱介质的非线性强度, 通常情况最大值为 0.5。

初始入射光束的光场<sup>[17]</sup> 可以描述为

$$U(X, Y, 0) = A_0 F_{Ai}(X) \exp(\alpha X) \cdot \exp(-Y^2) H_n(Y), \quad (2)$$

式中:  $A_0$  为初始入射光束的振幅;  $F_{Ai}(\cdot)$  为艾里函数;  $\alpha$  为光束的截断系数;  $H_n(\cdot)$  为  $n$  阶厄米多项式, 其中  $H_1(Y) = 2Y$ ,  $H_2(Y) = 4Y^2 - 2$ ,  $H_3(Y) = 8Y^3 - 12Y$ 。

为了研究两个光束之间的相互作用, 构造包含两个艾里-厄米-高斯光束的入射光束, 其光场分布

可表示为

$$U(X, Y, 0) = A_1 F_{Ai}(X + B) \exp[a_1(X + B)] \cdot \exp(-Y^2) H_n(Y) + A_2 F_{Ai}[-(X - B)] \exp\{a_2[x - (X - B)]\} \cdot \exp(-Y^2) H_n(Y) \exp(i\theta), \quad (3)$$

式中:  $A_1$  和  $A_2$  分别为两光束的初始振幅;  $a_1$  和  $a_2$  分别为两光束的截断系数;  $B$  为两光束的初始间距参数;  $\theta$  为两光束的相位差, 当  $\theta = 0$  时, 两光束为同相; 当  $\theta = \pi$  时, 两光束反相。

本文将(2)式和(3)式分别代入到(1)式, 根据(1)式对光束在势阱介质中的传输和相互作用分别进行数值模拟。

## 3 传输特性与相互作用

根据(1)式, 通过分步傅里叶法对艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中的传输特性及相互作用进行数值模拟。

图 1 展示了厄米多项式阶数  $n = 1$ 、光束的初始振幅  $A_0 = 3$ 、截断系数  $\alpha = 0.1$  时, 势阱的强度  $\alpha$  对艾里-厄米-高斯光束传输特性的影响。如图 1(a1) 所示,  $\alpha = 0$  时, 光束在自由空间中传输, 在初始入射时光束有两个主光斑, 并且带有旁瓣。从图 1(a2)~(a6) 中可以看出, 在  $X$ -方向上, 光束在传输时满足艾里分布, 但是由于衍射效应, 光束的旁瓣逐渐消失。同时, 两个主瓣的中心位置会随着传输距离的增大向  $X$ -轴的正方向运动, 这是由艾里光束的自加速特性导致的。在  $Y$ -方向上, 光束满足厄米-高斯分布, 随着传输距离的增大, 光斑逐渐变大, 这是由于光束在  $Y$ -方向上会发生衍射。

当势阱强度  $\alpha = 0.3$  时, 从图 1(b1) 中可以看出, 光束在初始入射时在  $X$ -方向上保持艾里分布, 在  $Y$ -方向上满足厄米-高斯分布。随着传输距离的增加, 光斑逐渐增大, 在传输距离  $Z = 4$  时, 光束的旁瓣逐渐消失, 如图 1(b2)、(b3) 所示。当传输距离  $Z = 5$  时, 光斑呈对称形态, 如图 1(b4) 所示。传输距离进一步增加时, 光束的旁瓣又重新出现, 并且与之前旁瓣的位置方向相反, 也就是说光束的波形保持不变, 但光场结构旋转  $180^\circ$ , 如图 1(b5)、(b6) 所示。对比图 1(a1)~(a6) 可知, 势阱介质使光束的光场结构发生了旋转。这是由于在强非局域非线性介质中, 艾里光束会发生周期振荡, 而势阱介质是一种典型的强非局域非线性介质, 会作用于其中传输的光束, 使其反向, 但是艾里-厄米-高斯光束在  $Y$ -方向上会发生衍射, 因此只发生了光场结构的

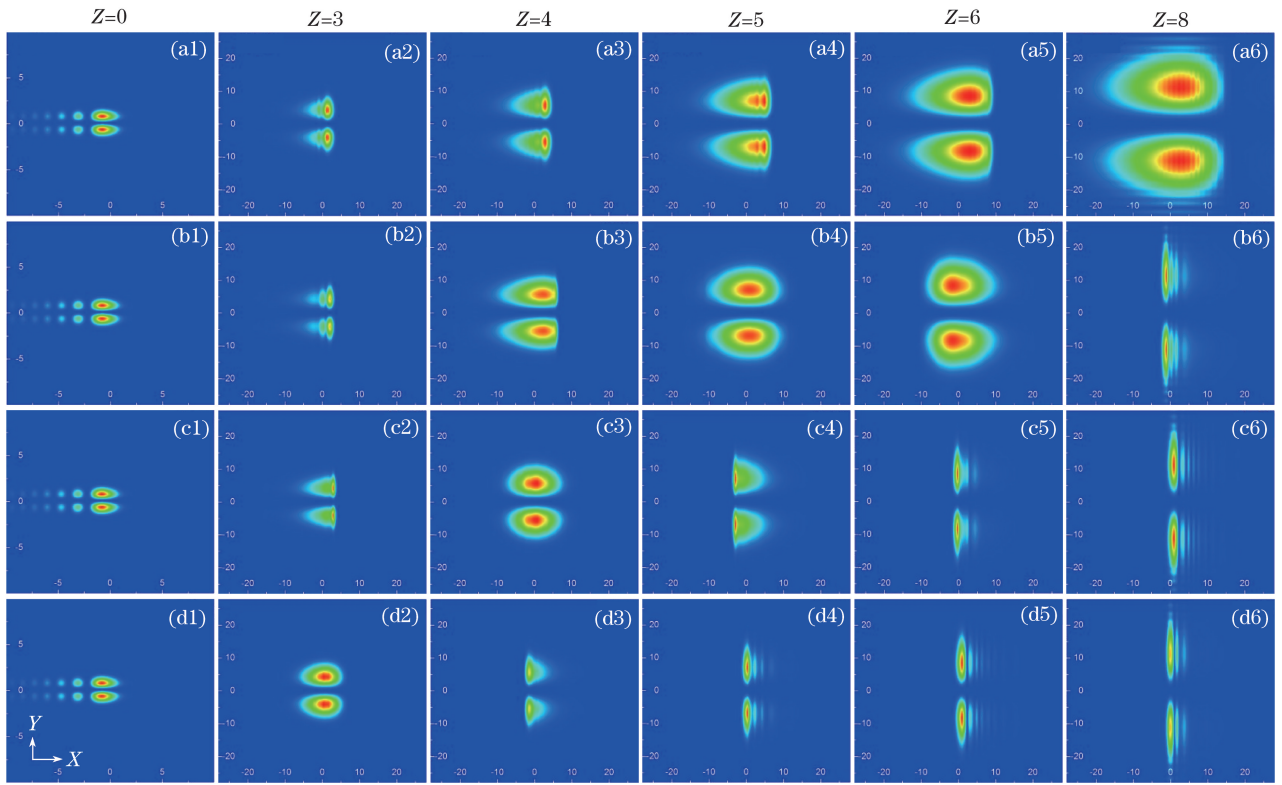


图 1 有限能量艾里-厄米-高斯光束的强度分布图。(a1)~(a6)  $\alpha=0$ ; (b1)~(b6)  $\alpha=0.3$ ; (c1)~(c6)  $\alpha=0.4$ ; (d1)~(d6)  $\alpha=0.5$

Fig. 1 Intensity distributions of FEAHG beams. (a1)-(a6)  $\alpha=0$ ; (b1)-(b6)  $\alpha=0.3$ ; (c1)-(c6)  $\alpha=0.4$ ; (d1)-(d6)  $\alpha=0.5$

旋转。并且,在图 1(b6)中可以发现,光束在 Y-方向上发生显著的衍射现象。

当势阱强度  $\alpha=0.4$  时,其他参数保持不变,如图 1(c1)~(c6)所示。当传输距离  $Z=4$  时,光斑呈对称状态,如图 1(c3)所示。随着传输距离的增大,光束的旁瓣重新出现,如图 1(c5)、(c6)所示,光场结构也发生旋转。

当势阱强度  $\alpha=0.5$  时,如图 1(d1)~(d6)所示。光束的光场发生旋转的距离缩短,即当传输距离  $Z=3$  时,光斑呈对称状态,如图 1(d2)所示。当传输距离  $Z=5$  时,出现了明显的旁瓣,如图 1(d4)所示。

图 1 表明,势阱介质使光束的光场结构发生旋转,并且势阱的强度越大,光场结构完成旋转的传输距离越短。也就是说,可以通过调节势阱的强度来控制光场发生旋转的传输距离。

图 2 直观展示了在厄米多项式阶数  $n=1$ 、光束的初始振幅  $A_0=3$ 、截断系数  $a=0.1$  时,势阱的强度  $\alpha$  对光束光场发生旋转所需要的传输距离的影响。观察可得,两者呈线性关系,并且随着势阱强度  $\alpha$  的增大,光束的光场发生旋转的距离缩短。该图进一步

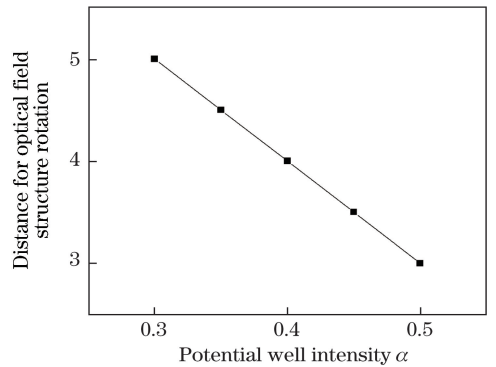


图 2 势阱强度与光场发生旋转所需要的传输距离之间的关系

Fig. 2 Propagation distance for optical structure rotation versus intensity of potential well

证明势阱介质可以使光束的光场旋转,而且势阱的强度会影响光场发生旋转所需要的传输距离。

图 3 为初始振幅  $A_0=4$ 、截断系数  $a=0.1$  时,艾里-厄米-高斯光束的初始入射图。从图 3(a)可以看出,当厄米多项式阶数  $n=2$  时,入射光束在 Y-方向上有 3 个主瓣,中间主瓣能量较大,两边主瓣能量较小,而在 X-方向上有很多旁瓣。而当厄米多项式阶数  $n=3$  时,入射光束在 Y-方向上有 4 个主瓣,中

间 2 个主瓣能量较大,两边 2 个主瓣能量较小,如图

3(b)所示。

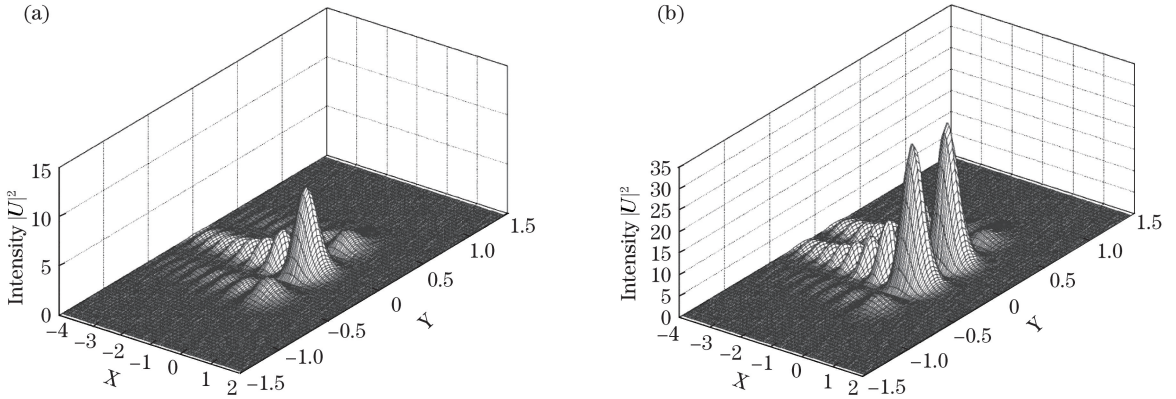


图 3 有限能量艾里-厄米-高斯光束的入射图:(a)  $n=2$ ;(b)  $n=3$

Fig. 3 Diagrams of incidence of FEAHG beams. (a)  $n=2$ ; (b)  $n=3$

图 4 展示了势阱强度  $\alpha=0.5$ 、截断系数  $a=0.1$ 、厄米多项式的阶数取不同值时艾里-厄米-高斯光束的传输演化特性。厄米多项式的阶数  $n=2$  时,初始入射时光束有 3 个光斑,如图 4(a1)所示;当传输距离  $Z=3$  时,光场结构开始发生变化,如图 4(a2)所示;当传输距离  $Z=5$  时,光场结构已经完成旋转,此时旁瓣出现在原来的相反位置,如

图 4(a4)所示,与厄米多项式为一阶时情况相同。

厄米多项式的阶数  $n=3$  时,光束在初始入射时有 4 个光斑,如图 4(b1)所示。当传输距离  $Z=3$  时,光场结构开始发生变化,如图 4(b2)所示;当传输距离  $Z=5$  时,光场结构已经完成旋转,如图 4(b4)所示,这一传输情况与一阶和二阶时类似;当传输距离  $Z=8$  时,光束在  $Y$ -方向上发生了明显的衍射,如图 4(b6)所示。

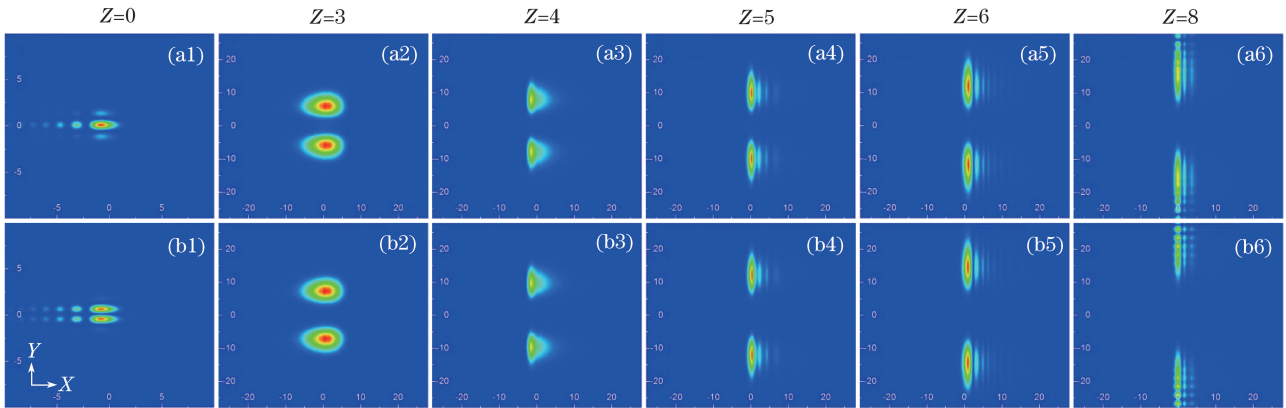


图 4 有限能量艾里-厄米-高斯光束的强度分布图。(a1)~(a6)  $n=2$ ;(b1)~(b6)  $n=3$

Fig. 4 Intensity distributions of FEAHG beams. (a1)-(a6)  $n=2$ ; (b1)-(b6)  $n=3$

图 5 展示了厄米多项式阶数  $n=1$ 、势阱强度  $\alpha=0.5$ 、截断系数  $a_1=a_2=0.3$  时两个艾里-厄米-高斯光束的相互作用。图 5(a1)~(a6)为光束的初始间距参数  $B=0$ 、初始振幅  $A_1=A_2=1$  时,同相位的两光束的相互作用示意图。从图 5(a1)中可以看出,初始入射时,两光束的主瓣重合,形成关于  $X$ -轴对称的上下 2 个光斑;随着传输距离的增加,两光束开始分离,可以观察到 4 个光斑,如图 5(a2)所示;继续传输时,两光束又重合,此时只能观察到 2 个光斑,并且光斑的宽度不断发生变化,如图 5(a3)~(a6)所示。

图 5(b1)~(b6)为同相位的两光束在  $B=1$  时的相互作用图。从图 5(b1)中可以看出,初始入射时两光束有 4 个主瓣,关于  $X$ -轴和  $Y$ -轴对称;当传输距离  $Z=2$  时,光束的 4 个主瓣演化成了关于  $X$ -轴对称的 2 个光斑,如图 5(b2)所示;当  $Z>3$  时,随着传输距离的增大,2 个光斑逐渐变大,如图 5(b3)、(b4)所示,这是由光束在  $Y$ -方向上的衍射造成的;当传输距离  $Z=6$  时,主瓣又演化成 4 个光斑,如图 5(b5)所示;随着传输距离的进一步增加,最终演化成 2 个光斑,如图 5(b6)所示。

图 5(c1)~(c6)为同相位的两光束在  $B=2$  时



的相互作用图。从图 5(c2)中可以看出,当传输距离为 2 时,初始入射的 4 个主瓣演化为 2 个光斑;随着进一步传输,2 个光斑又演化为 4 个光斑,并且光斑逐渐增大,如图 5(c4)~(c6)所示。

从同相位的两光束的相互作用演化图可得,通过改变两光束的间距可以实现光斑数量的控制。

图 5(d1)~(d6)为反相位的两光束在  $B=2$  时的相互作用图。取光束的初始振幅为  $A_1=2, A_2=$

3,截断系数分别为  $a_1=0.3, a_2=0.01$ ,以此区分两光束。如图 5(d1),定义左边强度较弱、旁瓣较少的光束为光束 1,右边强度较强、旁瓣较多的光束为光束 2。在相互作用过程中,当传输距离比较大时,两光束的位置发生交换,强度较强、有较多旁瓣的光束 2 旋转到了左边,而强度较弱、旁瓣较少的光束 1 旋转到了右边,如图 5(d4)~(d6)所示,进一步证明势阱介质会使光束的光场结构发生旋转现象的结论。

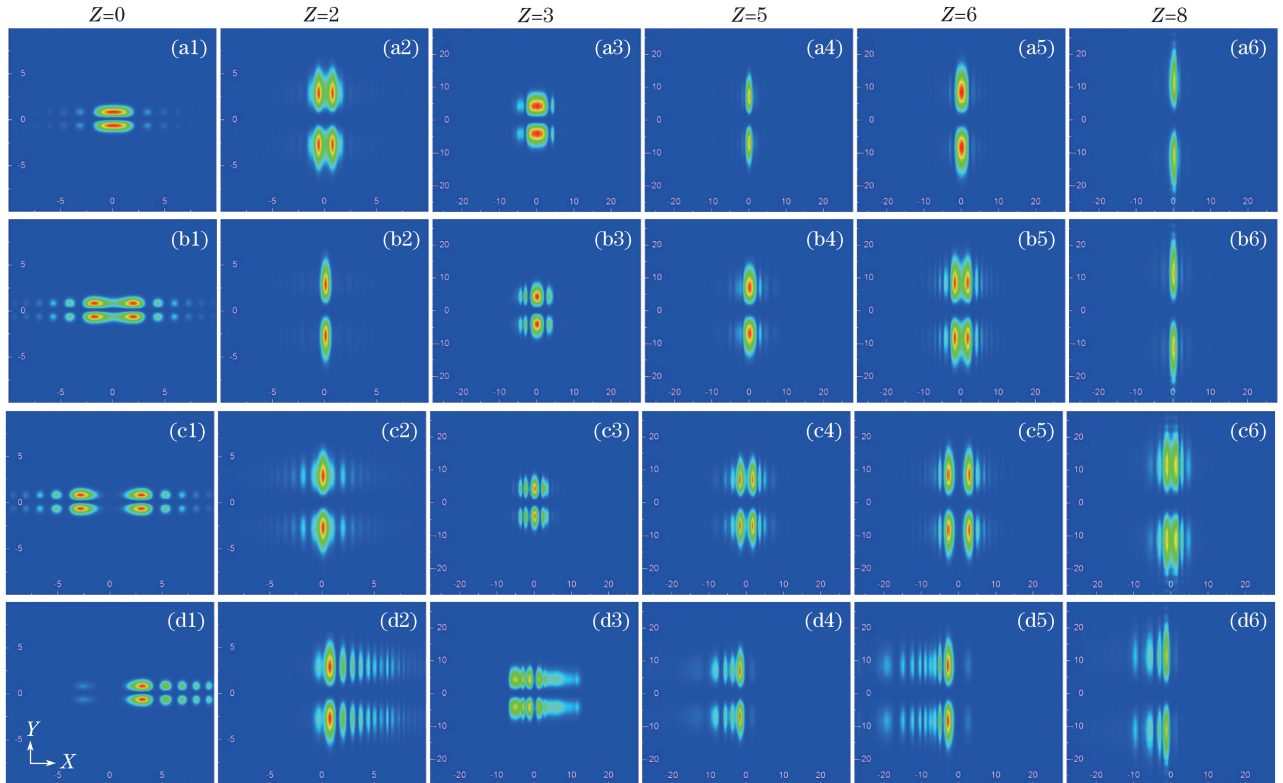


图 5 有限能量艾里-厄米-高斯光束的强度分布图。(a1)~(a6)  $\theta=0, B=0$ ; (b1)~(b6)  $\theta=0, B=1$ ;  
(c1)~(c6)  $\theta=0, B=2$ ; (d1)~(d6)  $\theta=\pi, B=2$

Fig. 5 Intensity distributions of FEAHG beams. (a1)-(a6)  $\theta=0, B=0$ ; (b1)-(b6)  $\theta=0, B=1$ ;  
(c1)-(c6)  $\theta=0, B=2$ ; (d1)-(d6)  $\theta=\pi, B=2$

## 4 结 论

采用分步傅里叶数值模拟方法,研究了势阱介质中有限能量艾里-厄米-高斯光束的传输特性及其相互作用关系。结果表明,有限能量艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中传输时,光场结构发生旋转,并且随着势阱强度的增大,光束的光场结构发生旋转所需的传输距离越短。进一步研究发现,具有不同厄米多项式阶数的艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中的光场结构都会发生旋转。此外,具有不同初始间隔的 2 个有限能量艾里-厄米-高斯光束在势阱介质中的相互作用会导致传输过程中光斑的数量发生变化。2 个反相位的光束的相互作用进一步证明了

势阱介质中光束的光场结构在传输过程中会发生旋转现象的结论。

## 参 考 文 献

- [1] Berry M V, Balazs N L. Nonspreading wave packets [J]. American Journal of Physics, 1979, 47(3): 264-267.
- [2] Siviloglou G A, Broky J, Dogariu A, *et al.* Ballistic dynamics of Airy beams [J]. Optics Letters, 2008, 33(3): 207-209.
- [3] Bandres M A, Rodríguez-Lara B M. Nondiffracting accelerating waves: Weber waves and parabolic momentum [J]. New Journal of Physics, 2013, 15(1): 013054.

- [4] Polynkin P, Kolesik M, Moloney J V, *et al.* Curved plasma channel generation using ultraintense Airy beams[J]. *Science*, 2009, 324(5924): 229-232.
- [5] Baumgartl J, Mazilu M, Dholakia K. Optically mediated particle clearing using Airy wavepackets [J]. *Nature Photonics*, 2008, 2(11): 675-678.
- [6] Salandrino A, Christodoulides D N. Airy plasmon: a nondiffracting surface wave [J]. *Optics Letters*, 2010, 35(12): 2082-2084.
- [7] Broky J, Siviloglou G A, Dogariu A, *et al.* Self-healing properties of optical Airy beams[J]. *Optics Express*, 2008, 16(17): 12880-12891.
- [8] Fahrbach F O, Simon P, Rohrbach A. Microscopy with self-reconstructing beams [J]. *Nature Photonics*, 2010, 4(11): 780-785.
- [9] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Airy-Gauss beams and their transformation by paraxial optical systems[J]. *Optics Express*, 2007, 15(25): 16719-16728.
- [10] Chen C D, Chen B, Peng X, *et al.* Propagation of Airy-Gaussian beam in Kerr medium[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(3): 035504.
- [11] Zhang X P. Bound states of breathing Airy-Gaussian beams in nonlocal nonlinear medium [J]. *Optics Communications*, 2016, 367: 364-371.
- [12] Chen W J, Lu K Q, Hui J L, *et al.* Propagation and interactions of Airy-Gaussian beams in saturable nonlinear medium[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(24): 244202.  
陈卫军, 卢克清, 惠娟利, 等. 饱和非线性介质中艾里-高斯光束的传输与相互作用 [J]. *物理学报*, 2016, 65(24): 244202.
- [13] Grossman J G, Casperson L W, Stafsudd O M, *et al.* Propagation of Airy-Hermite-Gaussian waveguide modes in free space [J]. *Applied Optics*, 1984, 23(1): 48-52.
- [14] Wen W, Song K H, Dong Y M, *et al.* Finite energy Airy-Hermite-Gaussian beam and its paraxial propagation[J]. *Optics & Laser Technology*, 2013, 48: 28-34.
- [15] Ez-zariy L, El Halba E M, Boustimi M, *et al.* Propagation characteristics of Li's flattened-Gaussian beam through a misaligned ABCD optical system with a misaligned annular aperture [J]. *Physical and Chemical News*, 2014, 70: 28-40.
- [16] Yu J, Xiao S L, Yao L, *et al.* Propagation of the finite energy Airy-Hermite-Gaussian beams in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis [J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(6): 616-623.
- [17] Jiang Q C, Su Y L, Nie H X, *et al.* Propagation and interaction of finite-energy Airy-Hermite-Gaussian beams in photorefractive media[J]. *Applied Physics B*, 2018, 124(3): 36.
- [18] Han Z F, Guo G C. The forces exerted by a single laser trapping on particles [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 1992, 19(7): 517-522.  
韩正甫, 郭光灿. 粒子在单束激光势阱中的束缚力 [J]. *中国激光*, 1992, 19(7): 517-522.
- [19] Wang Z Y, Lin Q. Radiation forces produced by non-paraxial Gaussian beam standing wave trap[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, 21(11): 1316-1320.  
王兆英, 林强. 非傍轴双光束势阱产生的辐射力 [J]. *光学学报*, 2001, 21(11): 1316-1320.
- [20] Liu Y J, Zhu N. Transmission property of Gaussian beam in strong nonlocal nonlinear media[J]. *Journal of Jiaxing University*, 2011, 23(6): 33-36.  
刘雅洁, 朱宁. 强非局域非线性介质中高斯光束的传输特性 [J]. *嘉兴学院学报*, 2011, 23(6): 33-36.
- [21] Zhang Y Q, Belić M R, Zhang L, *et al.* Periodic inversion and phase transition of finite energy Airy beams in a medium with parabolic potential [J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10467-10480.