

基于距离反比插值的激光雷达点云贪婪三角网构建及应用

焦嵩鸣, 武晓凯, 郑晓坤*, 阮天宇

华北电力大学控制与计算机工程学院自动化系, 河北 保定 071003

摘要 机载激光雷达点云数据处理之后的三维重建研究问题一直以来都是研究的重点。针对堆料点云数据三维重建中贪婪三角化算法的不足, 提出一种基于距离反比插值的贪婪三角化算法。该算法通过插值不仅能得到未测量区域数据, 还能通过对插值区域的控制, 得到均匀的数据。应用该算法对堆料进行三维重建, 通过现场对比实验证明, 依据该算法得到的重建结果更加接近真实场景, 具有较强的应用价值。

关键词 遥感; 机载激光雷达; 点云数据处理; 三维重建; 距离反比插值; 贪婪三角化

中图分类号 TP751

文献标识码 B

doi: 10.3788/LOP56.212801

Construction and Application of Greedy Triangulation for Lidar Point-Cloud Data Based on Inverse-Distance-Weighted Interpolation

Jiao Songming, Wu Xiaokai, Zheng Xiaokun*, Ruan Tianyu

Department of Automation, School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Baoding, Hebei 071003, China

Abstract The research on three-dimensional (3D) reconstruction after the processing of point-cloud data from airborne lidar has received considerable attention for a long time. Because of the deficiencies of greedy triangulation (GT) algorithm for the 3D reconstruction of stockpile point-cloud data, a GT algorithm based on inverse-distance-weighted interpolation is proposed herein. This proposed algorithm can obtain data of unmeasured area; further, it can acquire uniform data by controlling the interpolation area. The proposed GT algorithm is used for the 3D reconstruction of stockpile in the spot, and comparison experiments show that the proposed algorithm produces results that are closer to reality and that it has strong application potential.

Key words remote sensing; airborne lidar; processing of point-cloud data; three-dimensional reconstruction; inverse-distance-weighted interpolation; greedy triangulation

OCIS codes 280.3400; 280.3420; 280.3640

1 引言

随着无人机技术的发展, 堆料体积测量装置也在向自动测量方向发展。将激光扫描仪或者光学相机等测量设备安装在无人机上, 对其设定好相关参数, 系统自动完成测量工作。这种机载式测量方案减少了人为干预, 且测量速度快、效率高、自动化程度高, 得到了很多学者的研究^[1]。堆

料体积的测量及三维重建, 其实就是对三维空间数据构建模型, 并在此基础上进行分析计算。常用的数据模型有面模型、体模型和混合模型 3 大类^[2]。其中, 规则格网模型和不规则三角网模型在面模型中的应用最为广泛^[3]。贪婪算法是基于不规则三角网模型的三角剖分算法^[4], 求解问题时, 不从整体最优方面考虑, 而是选择某种意义上的局部最优解^[5]。但是贪婪三角化算法也存在很

收稿日期: 2019-04-12; 修回日期: 2019-04-28; 录用日期: 2019-05-05

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(2017MS129)

* E-mail: 56704037@qq.com

多问题,贪婪算法具有贪心选择的性质,因此每一步需要得到局部最优解。当数据分布不均匀时,贪婪算法无法维持投影点与空间中原本有点之间的相对位置关系,导致信息不完整,会产生空洞、狭长三角形、交叉重叠三角形等,特别是在运动式测量中,速度对激光脚点的分布影响很大。

为解决这些问题,可采用基于插值的贪婪三角化算法,常用的插值算法有自然领域法、距离反比插值法、克里金(Kriging)法、样条函数法等^[6-7]。前3种算法都是权重插值法,依据周围点的测量值来预测未测量位置处的值,不同点的影响权重不一样^[8]。自然领域法插值也叫“区域占用”插值,根据待插值点与周围点欧氏距离确定权值,与待插值点距离越近,影响权重越大,反之,与待插值点距离越远,影响权重越小^[2]。Kriging法的权重考虑比较复杂,不仅要考虑采样表面的总趋势变化,还要考虑采样表面特征的相关变化和随机变化^[2]。样条函数法插值则是利用三次样条函数进行插值。

针对贪婪三角化算法对堆料三维重建效果不足的问题,本文提出一种基于距离反比插值的贪婪三角剖分方法,并将该方法应用于堆料的三维重建中。实验结果表明,与普通的贪婪三角剖分法相比较,本文方法的重建结果更加接近真实场景。

2 点云数据预处理

针对机载激光雷达系统测量点云数量大、测量目标周围场景复杂、测量数据分布不均匀等问题^[9],系统需要对点云数据进行预处理。点云数据预处理包括点云滤波^[10-11]及点云简化。滤波算法对各种噪声点进行剔除和平滑,点云简化对堆料表面点云进行简化,加快后续处理速度。

2.1 点云滤波

1) 大尺度噪声去噪

在机载激光雷达点云中,大尺度噪声通常是树木、房屋、道路、河流等周围环境中的一些稀疏的离群点。对于离群点,一般采用统计的方法。统计滤波法是通过点对每个点之间的距离进行统计分析,并假设这些距离分布是一个高斯分布,其线形由均值 μ 和标准差 σ 决定,该距离阈值就可通过标准差倍数 s_{td} 进行控制^[9]。利用统计滤波法对三维点云数据进行一次去噪,可将一部分大尺度噪声去除,而且也能提高对小尺度噪声的滤波作用。采用统计滤波法对大尺度噪声进行去噪,方法简单,速度较快,能

去除点云中明显的离群点,且只需设置标准差倍数阈值 s_{td} 就可控制滤波范围。该算法进行2次迭代计算,假设一共有 m 个点。第1次迭代,对于点云中每个点 P_n (点编号 $n=1, \dots, m$),平均距离表示为

$$\mu_n = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K d_i, \quad (1)$$

式中, K 为每个点云点附近的 K 个领域点, d_i 为该点到每个领域点的欧氏距离, i 为第 i 个点, $i=1, \dots, K$ 。

标准差表示为

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K (d_i - \mu_n)^2. \quad (2)$$

距离的平均值为

$$U = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \mu_n. \quad (3)$$

距离的方差为

$$\delta = \frac{1}{m} \sum_{n=1}^m \sigma_n^2. \quad (4)$$

确定距离阈值为

$$S = U \pm s_{td} \delta. \quad (5)$$

根据(5)式,设置标准差倍数阈值 s_{td} 。 s_{td} 越小,滤波范围越大; s_{td} 越大,滤波范围越小。当标准差倍数阈值为1.0时,假设平均距离正态分布,那么一个点将是内点的概率为84.1%。

第2次迭代,判断每个点的 K 近领域平均距离 μ_n 是否大于或小于距离阈值 S 。若是,则认为是离群点,去除。反之,保留。

2) 小尺度噪声去噪

小尺度噪声去噪利用移动最小二乘法(MLS)^[12]。MLS是一种通过点云局部区域的拟合来对整体曲面进行逼近的方法,实现点云光滑及重采样。MLS可以取不同的基函数来改变拟合精度,取不同的权函数来改变拟合曲面的光滑度,以达到平滑作用。

拟合函数为

$$f(u) = \sum_{i=1}^l a_i(u) p_i(u) = \mathbf{p}^T(u) \mathbf{a}(u), \quad (6)$$

式中, u 为每个固定点坐标, $\mathbf{a}(u) = [a_1(u) a_2(u) \dots a_l(u)]$ 为待求系数, $\mathbf{p}(u) = [p_1(u) p_2(u) \dots p_l(u)]^T$ 为基函数, l 为基函数的项数。

权函数的选择直接决定MLS拟合曲面的精度和效果,权函数的选择应具有紧致性和光滑性,常用的权函数有高斯权函数、指数权函数、三次样条权函

数等。本文选取三次样条函数,记 $r = u - u_i$ (u_i 是领域内第 i 个点坐标)。 $R = |r|/\beta h_i$, h_i 是第 i 个点支撑域的半径, β 是常数,取值范围通常是 1.5 ~ 2.5,这里选取 2。得出三次样条函数为

$$w(R) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4R^2 + 4R^3, & R \leq \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} - 4R + 4R^2 - \frac{4}{3}R^3, & \frac{1}{2} < R < 1 \\ 0, & R \geq 1 \end{cases} \quad (7)$$

2.2 点云简化

随着激光测量设备的发展,获取的点云数量越来越多,有些情况下,不需要高密度的点云数据,因为庞大的点云数据会影响后续的处理速度、存储和传输效率^[13]。这就需要对点云进行简化,简化的同时还要保持点云的几何特征。

基于栅格的点云简化算法^[14]是将原始点云划分到一个个立方体栅格中,每个栅格中有一定数量的点云,然后计算每个栅格内所有点云的质心,用质心或者与质心最接近的点代替栅格内的其他点,起到简化作用,如图 1 所示。

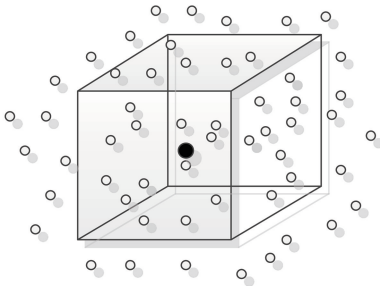


图 1 栅格简化示意图

Fig. 1 Schematic of grid simplification

3 堆料三维重建

3.1 贪心三角化算法

求解问题时,贪心算法(贪婪算法)不从总体最优方面考虑,所选择的是某种意义上的局部最优解^[15]。就三维点云的曲面重建而言,通过局部区域的最优三角形网去逼近整体最优三角网,而局部区域之间的三角网构造并不影响其他区域的三角网构造,只与点云局部区域有关,因此可用贪心算法来构建曲面的三角网格。贪婪三角化算法将空间中的点及它周围 K 个邻近点投影到该点的切平面上,并进行局部三角剖分,从而得到各点的连接关系。算法的具体步骤如下。

1) 在点集中任意选取一点,找周围 K 个近邻点,在这 K 个点中找到距离其最近的点,构成待生长边;然后计算该生长边中点的切平面,并将其周围 K 个邻域点投影到切平面上。

2) 在局部切平面内对投影点进行局部三角剖分,得到局部最优三角形。

3) 将找到的三点映射回三维空间中,得到一个空间三角形,扩展出两条待生长边。

4) 重复 1)~3),不断形成新的三角形,直到形成一张完整的三角网格曲面为止。

3.2 基于距离反比插值的贪婪三角化算法

结合插值算法,对原始数据进行插值,一方面可以补足缺失的数据,另一方面还能通过对插值区域的控制,得到均匀的数据,有利于构建曲面模型。在此基础上对点云进行贪婪三角化曲面重建,得到曲面模型。空间分布对象都是建立在空间相关的基础上,空间插值的基础是空间上相互接近的对象具有相似的特征。利用空间插值和贪婪三角化对堆料进行三维重建,因为其表面一般是连续的,测量数据在空间分布上相互关联,且堆料表面是单 Z 值曲面,对于任一点坐标 (x, y) ,只对应唯一的高程值 Z 。

距离反比插值法是一种常用的插值算法,根据插值点与周围点欧氏距离确定权值,与待插值点距离越近,影响权重越大,与待插值点距离越远,影响权重越小。在进行距离反比插值之前,需要确定插值区域,对于单 Z 值曲面,插值区域的确定常采用基于矩形网格的插值算法。对于规则区域,取投影点在 X 、 Y 方向的最大最小值,然后在最大最小值范围内按照一定的间隔建立一张矩形网格,该矩形网格包含所有的投影点,每一个网格结点就是一个待插入点。但是对于非规则区域,就需要对插值区域进行分段插值,对投影区域按某一方向(如 X 方向)先进行分段,然后求得每段上投影点在另一方向(Y 轴方向)的最大最小值,在此区间进行规则网格划分。具体步骤如下。

1) 计算投影点在 X 、 Y 方向的方差。方差越大,说明在该方向数据越分散,范围越大,那么以此方向进行分段,效果更好。

2) 在分段方向,求得最大最小值,并按一定的间隔进行分段。以 X 方向划分为例,划分段 $[(x'_{\min} + dx), (x'_{\min} + 2dx), \dots, (x'_{\min} + idx), \dots, (x'_{\min} + ndx)]$,其中 x'_{\min} 为投影点在 X 方向上的最小值, dx 为 X 方向的间隔。

3) 在某一段 $[x'_{min} + i dx, x'_{min} + (i + 1) dx]$,求得在此范围内的投影点 p' , 并求得这些 p' 在 Y 方向的最小值 y'_{min} 、最大值 y'_{max} 。

4) 在 Y 方向, 从最小值 y'_{min} 开始, 每隔 dy , 建立一个矩形网格顶点, 直到划分到最大值 y'_{max} , 这些顶点就是待插值点。

距离反比插值算法如下。

在 X, Y 方向确定好待插值点后, 利用距离反比插值公式, 得到相应的 Z 值, 计算公式为

$$Z(x, y) = \sum_{k=1}^n z_k W_k(x, y), \quad (8)$$

式中: k 是待插值点 (x, y, z) 周围的 k 个采样点; z_k 是第 k 个采样点的 Z 坐标值; $W_k(x, y)$ 是第 k 个采样点的影响权重, 可以表示为

$$W(x, y) = \frac{d_j^{-\mu}(x, y)}{\sum_{j=1}^n d_j^{-\mu}(x, y)}, \quad (9)$$

式中, $d_j(x, y) = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2}$ 为点 (x, y) 到点 (x_j, y_j) 的距离, j 为第 j 个点, μ 为权重影响因子。距离反比插值示意图如图 2 所示, $p_0, p_1, p_2, p_3, p_4, \dots, p_j, \dots, p_n$ 为投影点。经过大量实验表明, $\mu = 2$ 比较符合实际。

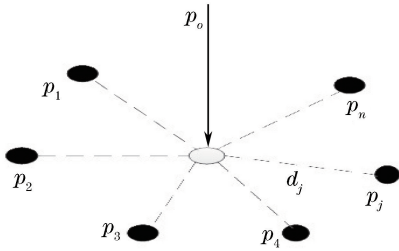


图 2 距离反比插值示意图

Fig. 2 Schematic of inverse-distance-weighted interpolation

对插值算法进行实验, 在网格上先对机载扫描平面进行距离反比插值, 如图 3 所示, 星形格网点是插值后的范围, 圆形区域是原始数据区域, 可以看到对于倾斜的测量区域, 插值格网会使测量区域增大。再对扫描平面进行分块距离反比插值, 如图 4 所示, 可以看到, 插值区域逼近真实测量区域。

4 实验与分析

4.1 实验数据

使用现场测试一堆煤所获取的数据。煤堆形状如图 5 所示, 区域面积约 $8 \text{ m} \times 6 \text{ m}$, 最大高度约 4 m 。旋翼飞机采用自动飞行模式, 为避免少打点

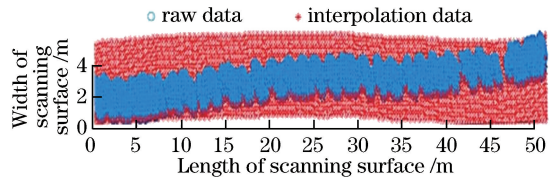


图 3 未控制插值区域结果图

Fig. 3 Result of uncontrolled interpolation area

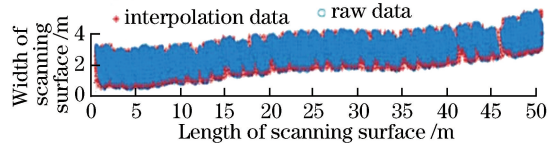


图 4 分块距离反比插值结果

Fig. 4 Result of block inverse-distance-weighted interpolation



图 5 实际煤堆图

Fig. 5 Photograph of actual coal stockpile

的情况, 将测试区域扩充为 $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$, 飞行高度为 6 m , 飞行速度为 1 m/s 。设计航线如图 6 所示, 煤场原始点云图如图 7 所示。在飞机起飞前 30 min 打开地面基准站 GPS 接收机, 在飞到测试区域之前, 打开 POS(位置) 系统, 静止一段时间, 接着按“8”字形飞行, 飞完之后直飞 5 min 以保证 POS 系统处于最佳工作状态, 然后开始按照设计好的航线自动飞行进行数据采集工作, 最后数据接收系统对多传感器数据进行联合解算, 得到激光点云。



图 6 航线规划图

Fig. 6 Planning graph of air route

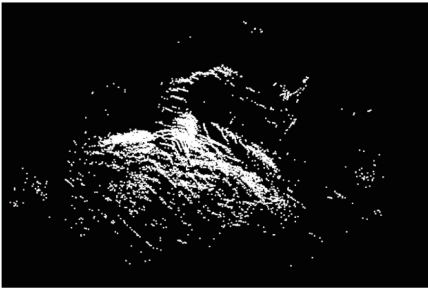


图7 煤场原始点云图

Fig. 7 Original point cloud of coal stockpile

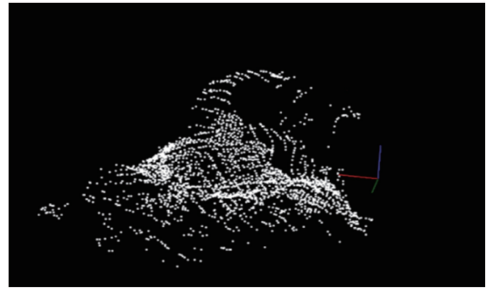


图10 点云自适应栅格简化结果

Fig. 10 Result of adaptive grid simplification of point cloud

4.2 结果分析

对实验原始点云数据进行预处理,首先采用基于统计的方法进行大尺度噪声去噪,结果如图8所示,测量点云效果得到明显改善,煤堆表面点云噪声点明显减少。然后采用MLS进行小尺度噪声去噪,结果如图9所示,可以看出,经过MLS滤波后,点云明显平滑,有效去除了噪声点。最后采用基于栅格的点云简化算法对点云数据进行简化,结果如图10所示,可以明显看出,简化后的点云效果非常明显,可以降低点云简化带来的对体积计算精度的影响。

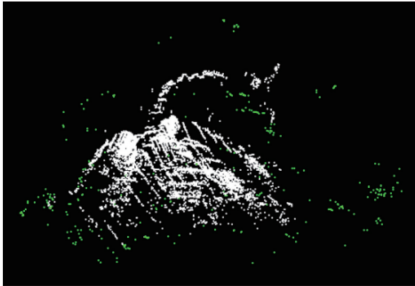


图8 煤堆点云大尺度噪声滤波后的结果图

Fig. 8 Results of point cloud of coal stockpile after large-scale noise filtering

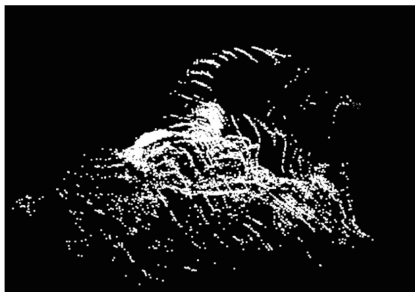


图9 MLS平滑结果

Fig. 9 Result of MLS smoothing

对机载激光扫描的实际煤堆进行贪婪三角化算法重建,如图11所示。可以看出,虽然消除了边界点相连的错误三角形,但是由于密度不均匀,某些局部区域划分不出三角形,出现大量的空洞,重建失

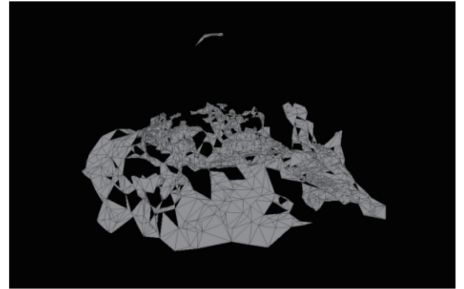


图11 贪婪三角化曲面重建结果

Fig. 11 Reconstructed greedy-triangulation surface

败。但是这种情况在机载激光雷达系统中又很普遍,所以需要数据均匀整齐。

针对贪婪三角化算法重建结果的缺陷,采用基于距离反比插值的贪婪三角化算法,得到实际测量煤堆重建结果,如图12所示,结果显示,重建效果非常明显,逼近真实煤堆形状。

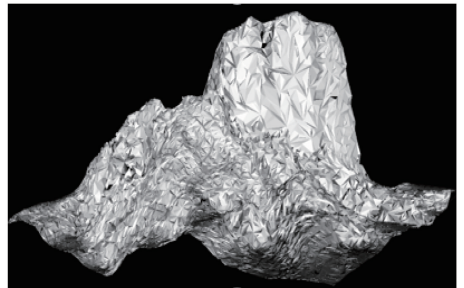


图12 插值后贪婪三角化曲面重建结果

Fig. 12 Reconstructed greedy-triangulation surface after interpolation

5 体积计算及误差分析

5.1 微元法体积计算

对堆料的三维重建,其实就是得到一张堆料表面的三角形网^[16]。堆料的TIN(不规则三角网)模型是将整个堆料划分为无数的微组合体,对微组合体体积进行积分运算来获得堆料体积^[17]。微组合体的形状如图13所示。

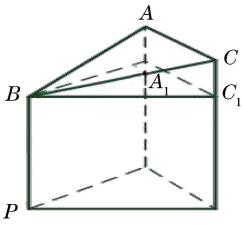


图 13 微元法体积计算模型

Fig. 13 Micro-element volume calculation model

V_1 是以 A_1BC_1 为底,以 BP 为高的三棱柱的体积, V_2 是以 B 为顶点,以 AA_1CC_1 为底的四棱锥的体积。在微组合体中,点 A 、 B 、 C 、 P 的坐标已知,则三棱柱的高 h_1 为 BP 之间的距离。由欧氏距离的定义可以分别求得 A_1B 的边长 l_1 , BC_1 的边长 l_2 , A_1C_1 的边长 l_3 ,则三角形 A_1BC_1 的面积 S_1 为

$$S_1 = \sqrt{l(l-l_1)(l-l_2)(l-l_3)}, \quad (10)$$

$$l = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2}. \quad (11)$$

三棱柱的体积为

$$V_1 = S_1 \cdot h_1. \quad (12)$$

四棱锥的高 h_2 为点 B 到直线 A_1C_1 的距离,底面积 S_2 为梯形 AA_1CC_1 的面积:

$$h_2 = \frac{2S_1}{l_3}, \quad (13)$$

$$V_2 = S_2 \frac{h_2}{3}, \quad (14)$$

那么微组合体的体积为 $V_t = V_1 + V_2$, t 为第 t 个组合体。

将堆料 TIN 模型中的微组合体体积进行积分运算来获得整个堆料的体积,即

$$V = \sum_{t=1}^e V_t, \quad (15)$$

式中, e 为 TIN 模型中微组合体个数。

对重建之后的结果采用微元法进行体积计算,体积计算结果如图 14 所示。

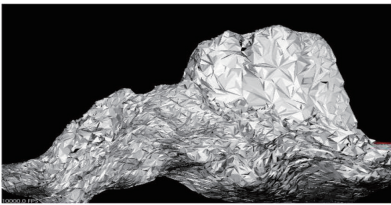


图 14 体积计算结果

Fig. 14 Result of volume calculation

5.2 误差分析

由于实际煤场的存煤真实体积难以获得,通过系统相对误差模型验证系统的准确性后,以系统

的重复测量误差来衡量系统测量误差的可靠性。测量系统的重复性是测量系统随机误差分量的表现,利用测量系统多次测量并与参考值进行比较,用实验标准差来表示被评定测量系统的重复性,通常以贝塞尔公式计算实验的标准差 S ,用标准差除以测量的平均值表示系统的重复性误差 e_r [18-21]。

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{M=1}^N (x_M - \bar{x})^2}{N-1}}, \quad (16)$$

$$e_r = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%, \quad (17)$$

式中, N 为测量次数, x_M 为第 M 次的测量值, \bar{x} 为 N 次测量的平均值。

采用微元法对重建后的结果进行体积计算,实验在相同条件情况下,重复测量 5 次,测量结果如表 1 所示。系统对煤堆表面平均打点个数为 16069,平均测量时间为 1 min,重复测量误差为 3%~4%,在激光打点个数、测量时间和精度上,比传统的盘煤仪具有一定的优势。实验采用的激光雷达是 RPLIDARA1,最大测距范围只有 12 m,采用的无人机差分定位系统也存在较大误差,导致打点不均匀,出现空洞。体积计算结果的重复误差并不小,但是采用基于距离反比插值的贪婪算法对实验数据的重建效果很理想。

表 1 体积计算结果

Table 1 Results of volume calculation

| Measurement No. | Volume / m ³ | Average value / m ³ | Standard deviation | Repeat error e_r / % |
|-----------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------|------------------------|
| 1 | 127.538 | | | |
| 2 | 130.462 | | | |
| 3 | 126.827 | 127.7854 | 4.1038 | 3.21 |
| 4 | 128.946 | | | |
| 5 | 125.154 | | | |

6 结 论

基于机载激光雷达系统得到煤堆点云数据,总结了点云数据的预处理过程。利用基于距离反比插值的贪婪三角化算法对堆料进行三维重建,并采用微元法对模型进行体积计算。针对原始点云数据存在大量噪声点的问题,提出采用统计法进行大尺度噪声去噪,采用移动最小二乘法进行小尺度噪声去噪。针对点云数量多且杂的问题,提出采用基于栅格的点云简化算法。对于堆料的三维重建和体积计算,针对测量数据不均匀所造成的重建效果不理想,提出基于距离反比插值的贪婪三角化算法,并根据

三角化结果采用微元法进行体积计算。运用本文方法进行现场测试,取得良好的效果。

参 考 文 献

- [1] Feng C. Research of the large-size body's three-dimensional measurement based on data stitching [D]. Xi'an: Xidian University, 2013: 1-4.
冯琮. 基于数据拼接的大尺寸形体三维测量的研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2013: 1-4.
- [2] Wu X C. Spatial database [M]. Beijing: Science Press, 2009: 112-120.
吴信才. 空间数据库[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 112-120.
- [3] Kraus K, Pfeifer N. Advanced DTM generation from LIDAR data [J]. International Archives of Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences, 2001, 34(3/W4): 23-30.
- [4] Liu L. Design of volume measurement system for coal inventory based on rotor UAV [D]. Beijing: North China Electric Power University, 2017: 25-32.
刘磊. 基于旋翼飞机的煤场体积测量系统设计[D]. 北京: 华北电力大学, 2017: 25-32.
- [5] Liu W H. Point cloud data surface reconstruction algorithm and research [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2015: 25-28.
刘为宏. 点云数据曲面重建算法及研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2015: 25-28.
- [6] Polat N, Uysal M, Toprak A S. An investigation of DEM generation process based on LiDAR data filtering, decimation, and interpolation methods for an urban area[J]. Measurement, 2015, 75: 50-56.
- [7] Hui Z Y, Hu Y J, Yevenyo Y Z, *et al.* An improved morphological algorithm for filtering airborne LiDAR point cloud based on multi-level kriging interpolation [J]. Remote Sensing, 2016, 8(1): 35.
- [8] Zhang Y K, Zhang M H, Hei X H, *et al.* Study on lidar data interpolation method based on GA-BP[J]. Advanced Materials Research, 2012, 588/589: 1312-1315.
- [9] Nie J H, Hu Y, Ma Z. Outlier detection of scattered point cloud by classification[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2011, 23(9): 1526-1532.
聂建辉, 胡英, 马孜. 散乱点云离群点的分类识别算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2011, 23(9): 1526-1532.
- [10] Hui Z Y, Cheng P G, Guan Y L, *et al.* Review on airborne LiDAR point cloud filtering [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(6): 060001.
惠振阳, 程朋根, 官云兰, 等. 机载 LiDAR 点云滤波综述 [J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(6): 060001.
- [11] Hui Z Y, Hu Y J, Kang Y F. Road point cloud extraction algorithm based on reflection intensity skewness balancing [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(2): 022801.
惠振阳, 胡友健, 康妍斐. 基于反射强度偏度平衡的道路点云提取算法[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(2): 022801.
- [12] Zhang C J, Zheng D H, Meng Q N. Fitting method of point cloud data based on moving least square method [J]. Site Investigation Science and Technology, 2016(4): 26-28, 36.
张崇军, 郑德华, 孟庆年. 基于移动最小二乘法的点云数据拟合方法[J]. 勘察科学技术, 2016(4): 26-28, 36.
- [13] Zhang Y H, Geng G H, Wei X R, *et al.* Point clouds simplification with geometric feature reservation[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2016, 28(9): 1420-1427.
张雨禾, 耿国华, 魏潇然, 等. 保留几何特征的散乱点云简化算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2016, 28(9): 1420-1427.
- [14] Fu S Y, Wu L S, Chen H W. Point cloud simplification method based on space grid dynamic partitioning[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(11): 1115007.
傅思勇, 吴禄慎, 陈华伟. 空间栅格动态划分的点云精简方法[J]. 光学学报, 2017, 37(11): 1115007.
- [15] Zhang J W, Kong S D. Research on triangulation processing of point cloud [J]. Journal of Chengdu University(Natural Science), 2018, 37(1): 49-51.
张建伟, 孔思迪. 点云三角化处理技术研究[J]. 成都大学学报(自然科学版), 2018, 37(1): 49-51.
- [16] Zhang J X, Lin X G. Filtering airborne LiDAR data by embedding smoothness-constrained segmentation in progressive TIN densification [J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2013, 81: 44-59.
- [17] Zhao Q J, Meng Q X, Zhang X, *et al.* On-line measurement method for material volume based on reference plane extraction [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2015, 36(12): 2731-2737.
赵其杰, 孟庆栩, 张曦, 等. 基于基准面提取的物料体积在线测量方法[J]. 仪器仪表学报, 2015, 36(12): 2731-2737.
- [18] Holopainen M, Haapanen R, Karjalainen M, *et al.*

- Comparing accuracy of airborne laser scanning and TerraSAR-X radar images in the estimation of plot-level forest variables [J]. *Remote Sensing*, 2010, 2(2): 432-445.
- [19] Csanyi N, Toth C K. Improvement of lidar data accuracy using lidar-specific ground targets [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2007, 73(4): 385-396.
- [20] Schenk T. Modeling and recovering systematic errors in airborne laser scanners [C]//*Proceedings of OEEPE Workshop on Airborne Lasers Canning and Interferometric SAR for Detailed Digital Terrain Models*, March 1-3, 2001, Stockholm, Sweden. [S.l.: s.n.], 2001: 40-48.
- [21] Wang J J, Liu J D. Analysis and sorting of impacts of measurement errors on positioning accuracy of laser point cloud obtained from air borne lasers canning [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2014, 41(4): 0414001.
- 王建军, 刘吉东. 影响机载激光扫描点云精度的测量误差因素分析及其影响大小排序 [J]. *中国激光*, 2014, 41(4): 0414001.