## 基于三维激光的图优化即时定位与建图策略

张天喜\*,周军,廖华丽,杨跟

河海大学机电工程学院, 江苏 常州 213022

**摘要**为提高自动驾驶扫地机器人的环境点云重建精度,提出一种基于三维激光的图优化即时定位与建图算法。 首先使用扩展卡尔曼滤波融合 GPS、惯性测量单元(IMU)、里程计信息得到当前位姿,然后基于 3D-NDT 配准得到 点云变换关系,最后通过构建图优化模型来进行后端优化,将点云位姿构建为图节点,将实时激光点云数据、融合 后定位信息与地面参数作为边约束,并求解出点云的优化位姿。结果显示,与其他仅利用激光数据建图的算法相 比,本算法改善了点云环境建图结果,提高了建图精度。算法的正确性和高效性得以验证。

关键词 机器视觉;图优化;即时定位与建图;信息融合;扫描配准

中图分类号 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.201502

## Simultaneous Localization and Mapping Strategy of Graph Optimization Based on Three-Dimensional Laser

Zhang Tianxi\*, Zhou Jun, Liao Huali, Yang Gen

College of Mechanical and Electrical Engineering, Hohai University, Changzhou, Jiangsu 213022, China

**Abstract** In order to improve the accuracy of point cloud reconstruction for automatic drive sweeping robots, a simultaneous localization and mapping (SALM) algorithm based on graph optimization is proposed. First, the extended Kalman filter is used to fuse the information of GPS, inertial measurement unit (IMU) and odometer to get the current position. Second, the point cloud transformation relationship is obtained based on 3D-NDT registration. Finally, by constructing point clouds as map nodes, GPS and ground parameters as edge constraints, the back-end optimization is carried out by constructing a map optimization model. The point cloud posture is constructed as a map node, and the real-time laser point cloud data, fusion location information and ground parameters are used as edge constraints, and solve the optimum position and posture of point clouds. The results show that comparing with mapping algorithms that just based on laser data, the proposed algorithm can improve the mapping results of point cloud environment and improve the mapping accuracy. The correctness and efficiency of the strategy in this paper is verified.

Key words machine vision; graph-based optimization; simultaneous localization and mapping; information fusion; scan registration

OCIS codes 150.4232; 150.5758; 280.3640; 100.6890

## 1 引 言

三维激光是非接触式三维重建技术领域的重要 传感器之一<sup>[1]</sup>,目前,三维激光在城市规划、地貌测 绘、数字交通和矿产调查等重要领域已得到广泛应 用<sup>[2]</sup>。即时定位与建图(SLAM)是机器人在未知环 境中自主移动的关键技术之一,根据其传感器类型 可大致分为激光 SLAM 与视觉 SLAM。综合多传 感器信息来建立环境点云地图,已成为自动驾驶等 领域的热门研究方向。

作为国内外学者的研究热点,激光配准有很多 经典算法,例如 ICP、GICP<sup>[3]</sup>。在激光配准算法中, Kohlbrecher 等<sup>[4]</sup>在 Hector SLAM 中提出一种基 于优化的激光配准方法,基于激光配准和地图学习

收稿日期: 2019-03-12;修回日期: 2019-04-13;录用日期: 2019-05-07

基金项目: 中央高校基本科研业务(2017B07814)

<sup>\*</sup> **E-mail:** 1617709246@qq.com

的优化,避免两帧激光的数据关联和位姿搜索,当扫描与现有的映射对齐时,当前的激光帧将隐式地与前面的所有扫描执行匹配,最后得到环境和位置信息。Magnusson等<sup>[5]</sup>提出一种新的三维点云配准算法——3D-NDT算法,将二维数据正态分布变换(NDT)推广到三维空间并加以改进,利用扫描表面的高效记忆实现精确配准,快于 ICP 而且可靠性更高。王金旺等<sup>[6]</sup>提出一种基于工作空间测量定位系统(wMPS)和激光雷达的组合算法,结合所测量的wMPS 信息,根据激光雷达获得的实时数据,通过粒子滤波算法反算雷达在栅格地图的位姿,再进行线性卡尔曼滤波处理。

激光 SLAM 领域近年来发展迅速,人们对激光 SLAM 的系统设计进行了大量的调研,LOAM SLAM<sup>[7]</sup>是成熟的开源代码的代表之一。Zhang 等<sup>[7]</sup>先消除激光数据的运动畸变,然后提出高频率 且快速的激光配准算法,最后低频率进行地图与激 光的配准算法,最后发布点云地图与位姿信息。 Thrun 等<sup>[8]</sup>提出将二维激光 SLAM 构建为图优化 模型,将数据映射到一个稀疏的约束图,将这些数据 分解成地图,通过对约束图进行泰勒展开,并将其映 射到一个信息表单中,然后应用精确的转换来重新 生成信息表单,最终将优化的参数分解为地图和位 姿信息。伯克利人工智能研究实验室的 Erik Nelson的开源代码为 BLAM SLAM<sup>[9]</sup>,使用 GICP 算法计算点云初始变换,然后获取当前帧对应地图 最近邻点,再执行 GICP 配准算法得到精确变换关 系,得到较好的建图效果。

本文提出的三维激光图优化 SLAM 方法,首先 使用扩展卡尔曼滤波融合 GPS、惯性测量单元 IMU、编码器里程计得到融合后的定位信息,基于 3D-NDT 配准方法得到激光里程计,然后建图优化 模型,融合单帧激光提取的地面数据和融合的定位 数据来构建图优化的边约束,最后求解优化后的 位姿。

# 2 扩展卡尔曼滤波器融合定位与 3D-NDT算法简述

#### 2.1 算法总体流程

本文算法流程图如图 1 所示,其中 EKF 为扩展 卡尔曼滤波器,最终得到机器人定位信息以及地图。



图 1 本文算法流程图 Fig. 1 Flow chart of the proposed algorithm

#### 2.2 EKF 融合定位

差分 GPS 精度高,但更新频率低,易受遮挡物 及天气影响,而 IMU 为积分运算,可得到角度、速 度、位置信息,同时更新频率高,但误差较大。通过 轮式编码器脉冲值可算得机器人里程计信息,但存 在累计误差和漂移现象,故采取扩展卡尔曼算法来 融合 GPS、IMU、里程计信息<sup>[10]</sup>。首先使用里程计 信息更新系统初始状态变量,同时根据系统方程对 系统状态进行预测;然后将 GPS 和 IMU 数据作为 观测量,来进行系统状态更新;如未收到 GPS 信息, 则仅使用 IMU,若 IMU 也未收到信号,则仅使用里 程计来进行状态更新。

采用松耦合方式来融合多传感器数据,首先将 接收到的传感器数据进行解算和滤波,得到稳健的 位置和速度信息,然后通过 EKF 分别构建导航模型 来融合各数据。IMU 和 GPS 作为独立系统各自运 行,通过输入系统的位置及速度差值,将估计值反馈 给解算器,最后输出校正后的综合定位信息。

#### 2.3 3D-NDT 配准

对于基于正态分布变换的 3D-NDT 算法,其中 心思想是将观测到的距离点信息表示为一组高斯概 率分布<sup>[11]</sup>。不同于提取特征的配准算法,该方法应 用统计模型,使用最优化算法确定配准的最优转换 参数,充分利用了点云的概率分布,稳健性好,且实 时性较强。使用扩展卡尔曼滤波来融合 GPS、IMU 以及编码器以求出里程计信息,得到位姿,并以此作 为初始信息来加速 NDT 变换,减少迭代次数。

将待转换点云划分为空间体素,给定一系列从 高斯分布  $N(\mu, \Sigma)$  提取的点云样本  $X = (x_m, y_m, z_m),$ 其中: $x_m, y_m, z_m$  为坐标值;m 为点云编号;对 提取的点云样本进行观测估计可求均值  $\mu$  和协方 差矩阵  $\Sigma$ 。

在 3D 旋转表示中要求旋转轴和角度信息,可 表示为

$$T(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{X}) =$$

$$er_{x}^{2} + c \quad er_{x}r_{y} - sr_{z} \quad er_{x}r_{z} + sr_{y}$$

$$er_{x}r_{y} + sr_{z} \quad er_{y}^{2} + c \quad er_{y}r_{z} - sr_{x}$$

$$er_{x}r_{z} - sr_{y} \quad er_{y}r_{z} + sr_{x} \quad er_{z}^{2} + c$$

$$x + \begin{bmatrix} t_{x} \\ t_{y} \\ t_{z} \end{bmatrix}, \qquad (1)$$

式中:p 为变换矢量,  $p = [t | r | \theta]$ ; 平移向量  $t = [t_x, t_y, t_z], t_x, t_y, t_z$  分别为不同方向的平移分量; 旋转轴向量  $r = [r_x, r_y, r_z], r_x, r_y, r_z$  分别为三个 坐标轴的旋转分量; 假设  $\theta$  为旋转角度, 则有  $s = \sin \theta, c = \cos \theta, e = 1 - \cos \theta$ , 则可将点云转换到参 考点云的网格中。

根据正态分布参数来计算体素内的概率密度函数 p(x),可表示为

$$p(\mathbf{x}) \sim \exp\left[-\frac{(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{x}-\boldsymbol{\mu})}{2}\right], \quad (2)$$

式中:x 为体素中的点; µ 为点云所在立方体的均值

向量。并计算所有体素内的概率密度加权和,将其 作为 NDT 的得分 score(*p*),可表示为

score
$$(p) = \sum_{m} \exp\left[-\frac{(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})}{2}\right]_{\circ}$$
(3)

然后构建优化目标方程,寻找 p 使得得分最大,目标函数 L 为所有体素得分的累加和,令  $\mu = X - \mu$ ,则其目标函数 L 为

$$\boldsymbol{L} = -\exp(-\frac{\boldsymbol{\mu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu}}{2})_{\circ} \qquad (4)$$

最后用 L-M(Levenberg-Marquardt)算法求解 参数方程得到参数,判断是否达到迭代条件,决定继 续迭代或终止迭代,得到最终变换参数。

### 3 图优化 SLAM 框架

为进一步获取精确环境点云转换信息,需优 化算法来减少整体误差。以机器人的当前位姿作 为节点,融合定位数据和激光提取的地面参数作 为图优化结构中的边来构建约束方程<sup>[12]</sup>,最后利 用非线性最小二乘算法求解,得到整体误差最小 的优化结果。

以 3D-NDT 配准算法得到的变换关系、地面参数、融合定位位姿作为约束边,通过建立协方差矩阵 来建立误差的目标函数,最后求解得到最优估计。 假设局部地图位姿表示为  $p_0, p_1, \dots, p_n,$ 其中  $p_0$ 和  $p_n$  为图优化的优化位姿节点, 而  $p_1, \dots, p_{n-1}$ 为 仅使用激光配准的路段,构建如图 2 所示的图优化 结构。地图 M 代表局部地图, P 为点云一系列位姿 点,位姿之间是单帧激光数据,局部的图优化结果会 影响全局地图的精度。



图 2 全局地图与局部图优化框架

Fig. 2 Frame of global map and local graph optimization

利用 G2o<sup>[13]</sup>框架可以求解局部和全局图优化问题,通过将融合定位里程计和激光提取地面参数作为约束边的形式来构建优化图结构,其影响优化的信息

矩阵为协方差矩阵的逆矩阵。局部地图节点 M 间配 准约束和地图与位姿的局部约束均为非欧氏空间变 量,可以通过在 G2o 中添加节点操作符和边的误差函 数求解出参数。图优化减少了累计误差,同时解决了 漂移和误差匹配,适合对大型地图进行优化。

假设点云位姿可表示为  $P_i = (x_i, y_i, z_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, \theta_{zi}),$ 相邻顶点为  $P_j = (x_j, y_j, z_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, \theta_{zj}),$ 则目标函数为

 $W = \Sigma_{(i,j)} (D_{ij} - \bar{D}_{ij})^{T} C_{ij}^{-1} (D_{ij} - \bar{D}_{ij}), (5)$ 式中:*x<sub>i</sub>*,*y<sub>i</sub>*,*z<sub>i</sub>*分别为点云坐标值;*θ<sub>xi</sub>*,*θ<sub>xi</sub>*,*θ<sub>zi</sub>*分别 为绕每个轴旋转角度;*j*为点云索引;*D<sub>ij</sub>*为待估计 边且*D<sub>ij</sub>*=( $\bar{H}_i \Delta P_i - \bar{H}_j \Delta P_j$ ); $\bar{D}_{ij}$ 为观测约束边且  $\bar{D}_{ij} = (M^{T}M)^{-1} M^{T}Z; C_{ij}$ 为协方差矩阵且*C<sub>ij</sub>* = *s<sup>2</sup>*(*M<sup>T</sup>M*)<sup>-1</sup>;其中 *H*为关联矩阵,*s<sup>2</sup>*为误差中三 维坐标方差的无偏估计,  $\Delta P_i, \Delta P_j$ 为点云实际位置 与待优化位置的差值,*Z*为由*Z*<sub>k</sub>组成的串联向量, *Z*<sub>k</sub>为对应点的误差,*M*为由*M*<sub>k</sub>组成的串联矩阵, *M*<sub>k</sub>为计算点云协方差的分解矩阵, 而*M*<sub>k</sub>,*H*<sub>i</sub>,*H*<sub>j</sub> 为计算的分解矩阵。

接下来求解目标函数的参数变量,假设世界坐标起点为(0,0,0),同时将 $D_{ij}$ 线性化表示为关联矩阵的形式D = HP, D和P分别为 $D_{ij}$ 和 $\bar{H}_i \Delta P_i$ 串联而成。

则目标函数可简化成

 $W = (\bar{D} - HP)^{\mathrm{T}} C^{-1} (\bar{D} - HP), \qquad (6)$  $\vec{T} + : \bar{D} = \bar{D}_{ij} = \bar{P} \text{ mn}, C = \bar{D}_{ij} = \bar{D}_{ij} = \bar{D}_{ij}$ 

令  $G = H^{\mathsf{T}}C^{-1}H$ ,  $B = H^{\mathsf{T}}C^{-1}\overline{D}$ , 则  $G \setminus B$  的子项  $G_{ii} \setminus B_i$  可表示为

$$\boldsymbol{G}_{ij} = \begin{cases} \sum_{j=0}^{n} \boldsymbol{C}_{ij}^{-1}, i = j \\ \boldsymbol{C}_{ij}^{-1}, i \neq j \end{cases}, \\ \boldsymbol{B}_{i}^{-1} = \sum_{j=0, i \neq i}^{n} \boldsymbol{C}_{ij}^{-1} \, \bar{\boldsymbol{D}}_{ij} \, . \end{cases}$$
(7)

故求 W 最优化问题转化为求解方程组,即 B = GP,求解方程组得到优化后点云位置为

$$\boldsymbol{P}_{i} = \bar{\boldsymbol{P}}_{i} - \bar{\boldsymbol{H}}_{i}^{-1} \Delta \boldsymbol{P}_{i}, \qquad (8)$$

式中: $\bar{P}_i$ 为电云当前位置; $\Delta P_i$ 为当前位置与待估 计位置对的差; $P_i$ 即为最后求解位姿参数。

## 4 平台测试与多算法比较

ROS(Robot Operating System)是一个机器人 软件平台,它能为异质计算机集群提供类似操作系 统的功能<sup>[14]</sup>。在 ROS 操作系统下,可以利用系统 工具快速搭建实验平台,以便于测试算法,并比较不 同算法的建图效果。在其可视化功能 RViz 下可以 发布平台实时位姿,能够显示点云地图。

#### 4.1 实验平台

实验平台如图 3 所示,车上有差分 GPS 和惯导 组合导航模块,同时电机配有编码器,可计算差速轮 的里程计。搭载 GPS 为司南导航 M300 系列产品, 可单北斗或单 GPS 定位,同时可以联合 RTK(Real-TimeKinematic)定位,其精度在室外无遮挡低速环 境下可达 cm 级。IMU 为超核科技九轴产品 HI219。车体搭载 Velodyne 16 线激光雷达,激光束 从上至下共有 16 根扫描线,角度跨度为一14.5°~ 14.5°,垂直角分辨率为 1.33°,水平分辨率为 0.1°~ 0.4°,可 360°扫描环境得到带时间戳的点云信息。 实验环境为某露天工厂厂房,录制带回环的数据为 建图实验做准备。使用的工控机型号为 Inspiron 5577,处理器型号为 Intel(R) Core(TM) i7-7700HQ。



图 3 实验平台 Fig. 3 Platform of experiment

#### 4.2 配准与 EKF 融合定位实验

为评定 3D-NDT 算法的配准效果,在同一场景下,同一实验平台且安装高度固定,数据为同一激光运动前后相距1m取得,每帧激光约有18800个点,经下采样及滤波后约有4600个点,取得效果如图4所示。

图 4(a)中两帧点云为不同时刻的激光点云,未经 配准的两帧激光重合度很小;图 4(b)为 3D-NDT 算 法配准后结果,利用所求配准关系统一坐标系后得到 的两帧点云的重合度较好,三个圆圈标记处均匹配良 好。在单线程的情况下需要 77.5 ms,在 8 线程的情 况下只需 12.5 ms,完全符合 SLAM 的实时性要求。

图 5 为扩展卡尔曼滤波融合位姿前后的误差, 虚线为仅有里程计的位姿,各方向的累计误差均在 不断变大,实线为 EKF 融合后 IMU 和 GPS 的位姿 误差,可使得收敛至零,较大地提高定位精度。



图 4 两帧点云配准示例。(a)配准前点云;(b)配准后点云

Fig. 4 Examples of two frame registration. (a) Point cloud before registration; (b) point cloud after registration



图 5 扩展卡尔曼融合定位精度分析。(a) x 轴的误差;(b) y 轴的误差;(c) z 轴的误差 Fig. 5 Analysis of extended Kalman filter fusion location accuracy. (a) Error of x-axis; (b) error of y-axis; (c) error of z-axis

#### 4.3 室内建图算法比较

利用实验平台所带传感器获取数据包,将 3D-

NDT 算法与开源算法 LOAM SLAM 以及 BLAM SLAM 进行比较,建图结果如图 6 所示。



图 6 室内场景 3 种不同算法的比较效果。(a) 3D-NDT 算法建图;(b) BLAM SLAM 建图;(c) LOAM SLAM 建图 Fig. 6 Comparison of three different algorithms in indoor scene. (a) Results from 3D-NDT algorithm; (b) results from BLAM SLAM; (c) results from LOAM SLAM

在工厂大场景中使用相同的激光数据建图,根据 3D-NDT 算法可得到如图 6(a)所示的点云图,相比图 6(b)和(c),建图效果有较大提高,图中相同场景已由圆圈标出,场景中货架等物体清晰可见,多帧点云叠合效果很好,而且墙角尖锐,墙壁薄而笔直,相同物体无明显拼接痕迹浑然一体,更加符合实际场景。图 6(b)为 BLAM SLAM 建图效果,环境特征与实物较为吻合且连续,同时场景整体连续且逼真度较高,墙壁点云贴合较好,但如左下角圆圈所示,回环建图帧中相同墙壁有明显偏移,右下角直角转角呈有弧度的圆角,同时墙壁等光滑特征有毛刺,点云缺失,货架点云出现偏差,明显为多帧点云不准

确拼接所造成。图 6(c)为 LOAM SLAM 建图,前 后点云出现较大偏移,出现三个不同的世界坐标系, 而且场景物体位置出现严重漂移,建图效果较差。

#### 4.4 室外建图算法比较

在室外场景中,根据 SLAM 系统获得机器人实时轨迹,根据 3D-NDT 算法所得结果如图 7(a)所示,符合真实环境且和真实轨迹基本吻合。图 7(b)为 BLAM 所建点云地图,在从左向右过程中位姿和点云与真实场景较为吻合,但从右向左行驶途中,位姿和点云图均和实际有较大误差。图 7(c)为 LOAM 所建点云地图,位姿与实际轨迹出现很大偏差,而且所建点云相对杂乱。



图 7 室外场景 3 种不同算法的比较效果。(a) 3D-NDT 算法建图;(b) BLAM SLAM 建图;(c) LOAM SLAM 建图 Fig. 7 Comparison of three different algorithms in outdoor scene. (a) Results from 3D-NDT algorithm; (b) results from BLAM SLAM; (c) results from LOAM SLAM

#### 4.5 建图精度及时间分析

3D-NDT 算法室内外建图与实际场景比较如图 8 所示,图 8(a)为实际场景图,有货架及相关组件, 图 8(b)为对应场景下 3D-NDT 算法编程所建的点 云图,已在图 8(a)和(b)中圈出对应特征,可发现建 图情况较好,实际场景与环境点云吻合。图 8(c)为 室外场景中围绕一辆卡车的建图,图 8(d)为室外卡 车及真实环境,建图结果表明匹配效果良好。



图 8 3D-NDT 建图效果。(a)室内实际场景;(b)室内场景点云地图;(c)室外实际场景点云地图;(d)室外实际场景 Fig. 8 Effect of 3D-NDT mapping. (a) Real indoor scene; (b) point cloud map of indoor scene; (c) point cloud map of outdoor scene; (d) real outdoor scene

如表 1 所示,室内环境中工厂真实尺寸为 83 m×40 m,室外环境中卡车车厢真实尺寸为 13 m×3 m,本文算法均有最高精度,但图优化本身 属于后端优化算法,实时性相对较差,在提高算法精 度的情况下,耗时稍微增大,相比之下本算法具有实 际工程应用价值。

## 5 结 论

基于搭载多传感器的扫地机器人平台,提出一种基于图优化的三维激光 SLAM 解决方案,融合 GPS、IMU、编码器里程计信息得到综合定位,然后 根据激光数据提取地面参数,并构建图优化框架,最

#### 表1 室内外环境中物体建图时间及精度分析

Table 1 Time and accuracy analysis of object mapping in indoor and outdoor environment

Environments	Indoor		Outdoor	
algorithm	Size $/(m \times m)$	Time /s	Size $/(m \times m)$	Time /s
3D-NDT	83.2×39.1	189.9	13.2×3.2	103.3
BLAM SLAM	82.5×38.3	177.5	$12.7 \times 2.5$	92.8
LOAM SLAM	86.4×42.3	181.8	$13.6 \times 3.4$	97.2

## 终得到精确的环境点云地图,实际建图精度和算法 实时性均满足工程需要,最后与 BLAM SLAM, LOAM SLAM 比较建图效果,建图效果证明了本 算法的正确性与优越性。

#### 参考文献

[1] Ding S W, Zhang X H, Yu Q F, et al. Overview of non-contact 3D reconstruction measurement methods
[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54 (7): 070003.
丁少闻,张小虎,于起峰,等.非接触式三维重建测

量方法综述[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54 (7): 070003.

- [2] Hu S X, Chen C P, Zhang A W. Application of SLAM in vehicle-borne mobile mapping system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2012, 39(11): 1108012.
  胡少兴,陈春朋,张爱武.同步定位及地图创建算法 在车载移动测绘系统中的应用[J].中国激光, 2012, 39(11): 1108012.
- [3] Vlaminck M, Luong H, Philips W. Surface-based GICP[C] // 2018 15th Conference on Computer and Robot Vision (CRV), May 8-10, 2018, Toronto, ON, Canada. New York: IEEE, 2018: 262-268.
- [4] Kohlbrecher S, von Stryk O, Meyer J, et al. A flexible and scalable SLAM system with full 3D motion estimation [C] // 2011 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics, November 1-5, 2011, Kyoto, Japan. New York: IEEE, 2011: 155-160.
- [5] Magnusson M, Lilienthal A, Duckett T. Scan registration for autonomous mining vehicles using 3D-NDT[J]. Journal of Field Robotics, 2007, 24(10): 803-827.
- [6] Wang J W, Yang L H, Shi S D, et al. Indoor integrated navigation algorithm based on workshop measurement positioning system and lidar[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(10): 101201. 王金旺,杨凌辉,史慎东,等.基于工作空间测量定 位系统和激光雷达的室内组合导航算法研究[J].激

光与光电子学进展, 2018, 55(10): 101201.

- [7] Zhang J, Singh S. Low-drift and real-time lidar odometry and mapping [J]. Autonomous Robots, 2017, 41(2): 401-416.
- [8] Thrun S, Montemerlo M. The graph SLAM algorithm with applications to large-scale mapping of urban structures [J]. The International Journal of Robotics Research, 2006, 25(5/6): 403-429.
- [9] Erik Nelson. Berkeley localization and mapping [OL]. [2019-02-15]. https: // github. com/eriknelson/blam.
- [10] Yan G M. Research on vehicle autonomous positioning and orientation system [D]. Xi' an: Northwestern Polytechnical University, 2006: 69-84.
  严恭敏. 车载自主定位定向系统研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006: 69-84.
- [11] Akai N, Morales L Y, Takeuchi E, et al. Robust localization using 3D NDT scan matching with experimentally determined uncertainty and road marker matching [C] // 2017 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV), Los Angeles, June 11-14, 2017, CA, USA. New York: IEEE, 2017: 1356-1363.
- [12] Droeschel D, Schwarz M, Behnke S. Continuous mapping and localization for autonomous navigation in rough terrain using a 3D laser scanner [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2017, 88: 104-115.
- [13] Kuemmerle R, Grisetti G, Strasdat H, et al. G20: a general framework for graph optimization [C] // 2011
  IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 9-13, 2011, Shanghai, China. New York: IEEE, 2011: 3607-3613.
- [14] Martinez A, Fernández E. Learning ROS for robotics programming[M]. Liu P J, Transl. Beijing: China Machine Press, 2014: 23-73.
  Martinez A, Fernández E. ROS 机器人程序设计 [M]. 刘品杰,译.北京:机械工业出版社, 2014: 23-73.