

# 基于非凸正则球面反卷积的体素内纤维走向分布估计

楚春雨<sup>1\*</sup>, 刘春梅<sup>2</sup>

<sup>1</sup>渤海大学工学院, 辽宁 锦州 121013;

<sup>2</sup>渤海大学新能源学院, 辽宁 锦州 121013

**摘要** 针对经典的基于球面反卷积的体素内纤维走向分布估计方法对噪声非常敏感的问题,提出一种非凸正则球面反卷积方法。该方法基于邻域体素间纤维走向分布的相似性构造非凸空间正则项,采用改进的 Richardson-Lucy 算法求解非凸正则反卷积问题。基于二张量数据和 HARDI 模型数据进行仿真,结果表明,与经典的球面反卷积方法和全变分正则化球面反卷积方法相比,所提出的方法估计结果的平均角度误差分别降低了约 52% 和 9%,在抑制噪声的同时能够保持体素内纤维走向的细节信息。

**关键词** 图像处理; 磁共振扩散成像; 纤维走向分布; 球面反卷积; 非凸正则化

中图分类号 TP391 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.201007

## Estimation of Intravoxel Fiber-Orientation Distribution via Non-Convex Regularized Spherical Deconvolution

Chu Chunyu<sup>1\*</sup>, Liu Chunmei<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Engineering, Bohai University, Jinzhou, Liaoning 121013, China;

<sup>2</sup>College of New Energy, Bohai University, Jinzhou, Liaoning 121013, China

**Abstract** Since the spherical-deconvolution (SD)-based intravoxel fiber-orientation distribution (FOD) estimation method is highly sensitive to noise, a non-convex regularized SD method is proposed. It constructs a non-convex spatial regularization based on the FOD similarity between neighboring voxels and resolves the non-convex regularized SD problem using the modified Richardson-Lucy algorithm. The simulated results based on data in two tensors model and HARDI (high-angular-resolution diffusion imaging) model show that, compared with the conventional SD and total-variation regularized SD methods, the proposed method generates FODs with a lower mean angular error (reduced by 52% and 9%, respectively) and exhibits better noise immunity and detail preservation of the fiber orientations.

**Key words** image processing; magnetic resonance diffusion imaging; fiber orientation distribution; spherical deconvolution; nonconvex regularization

**OCIS codes** 100.3010; 100.1830; 110.3010

## 1 引言

磁共振扩散成像作为一种先进的成像手段,能够测量组织内水分子的扩散信息,通过扩散模型可以推测组织的微观结构。扩散张量成像是 1994 年 Basser 等<sup>[1]</sup>提出的一种扩散模型,被广泛应用于临床研究。这种建模方法虽然简单、稳定,但所采用的二阶对称张量仅能描述体素内的单一平均纤维走

向,而无法描述存在于纤维交叉、分叉等体素内复杂纤维的走向分布。

目前,已有一些方法能够克服扩散张量模型的限制,主要包括:多张量模型<sup>[2-4]</sup>、高阶扩散张量<sup>[5]</sup>、Q-Ball 成像<sup>[6-7]</sup>、扩散谱成像<sup>[8]</sup>、球面反卷积 (SD)<sup>[9-13]</sup>、独立分量分析<sup>[14]</sup>、混合扩散成像<sup>[15]</sup>等。这些方法的核心思想均是通过更复杂的模型来估计体素内的多个纤维走向,从而突破扩散张量成像方

收稿日期: 2019-04-01; 修回日期: 2019-04-23; 录用日期: 2019-05-28

基金项目: 国家自然科学基金(61601057)

\* E-mail: chuchunyu@bhu.edu.cn

法的限制。相关方法的更多信息可参见综述文献[16-17]。

基于SD的方法由于具备不需指定纤维分布的数量、计算效率高且能够在低角分辨率成像条件下估计体素内纤维走向分布等优点,引起了相关学者的重视,但是基于SD的方法对噪声非常敏感。为了克服噪声敏感问题,一类方法是直接对扩散加权数据进行降噪,常见的降噪方法包括:稀疏去噪<sup>[18]</sup>、低秩去噪<sup>[19]</sup>、卷积网络去噪<sup>[20]</sup>等;而另一类方法是在重建模型中引入正则化技术。在文献[21]中,作者首次将空间正则项引入到SD框架下,从而降低了对噪声的敏感性。类似地,一种基于纤维连续性原理的各向异性空间正则项也被提出<sup>[22]</sup>。在文献[23]中,全变分正则化被引入到SD中,有效增加了算法对含噪数据的稳定性。在这些方法中,正则项通常被定义为凸函数<sup>[21-22]</sup>,虽然凸函数能够使模型容易求解,但却限制了正则化的效果。全变分正则项在使用的过程中表现出较好的抗噪能力<sup>[23]</sup>,但是全变分正则项的使用可能会导致阶梯效应并易使图像细节出现过平滑现象<sup>[24]</sup>。

本文提出一种非凸正则反卷积方法,用于估计体素内纤维走向分布。该方法的基本思想是基于空间正则化的原理,引入非凸正则项,利用非凸正则项直接惩罚邻域体素间纤维走向分布的非相似性。该方法相对已有方法具有更好的正则化效果。

## 2 方法原理

### 2.1 基于模型的球面反卷积

球面反卷积方法<sup>[12-13]</sup>将扩散加权信号建模为

$$S(\mathbf{g}) = \frac{S(\mathbf{g})_{\text{DWI}}}{S_0} = \int_{\mathbf{R}^3} H(\mathbf{g}, \mathbf{r}) [F(\mathbf{r}) + \omega_{\text{iso}}] d\mathbf{r}, \quad (1)$$

式中: $S(\mathbf{g})$ 为归一化的扩散加权信号; $S(\mathbf{g})_{\text{DWI}}$ 为沿扩散梯度 $\mathbf{g}$ 方向获取的扩散加权信号; $S_0$ 为无扩散加权信号; $H(\mathbf{g}, \mathbf{r})$ 为纤维的响应函数模型,它表示单一走向为 $\mathbf{r}$ 的纤维沿扩散梯度 $\mathbf{g}$ 方向的扩散加权信号; $F(\mathbf{r})$ 为纤维走向分布; $\omega_{\text{iso}}$ 为各向同性成份; $\mathbf{R}^3$ 为三维实数域空间; $\mathbf{r}$ 为单位方向向量。

纤维走向分布的估计可通过Richardson-Lucy(RL)算法来实现。RL算法可采用矩阵-向量的方式表达为

$$[\mathbf{F}^{(k+1)}]_i = [\mathbf{F}^{(k)}]_i \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{S}]_i}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{F}^{(k)}]_i}, \quad (2)$$

式中: $k$ 表示迭代次数; $[\mathbf{F}]_i$ 为 $N \times 1$ 向量 $\mathbf{F}$ 的第 $i$

个元素, $\mathbf{F}$ 包含纤维走向分布沿 $N$ 个均匀分布在球面上的方向的值; $M \times 1$ 向量 $\mathbf{S}$ 包含沿 $M$ 个方向获取的扩散加权信号, $\mathbf{S}$ 为一组扩散梯度方向的扩散信号; $M \times N$ 矩阵 $\mathbf{H}$ 的每一列包含沿 $M$ 个方向的纤维响应函数值。关于基于RL的球面反卷积方法的更多细节参见文献[13]。

### 2.2 非凸正则化

通过从纤维走向分布中提取出 $m$ 个局部极大值方向,可以得到该体素的主纤维走向,将其表示为集合 $\Phi = \{(\alpha_i, \mathbf{d}_i), i=1, 2, \dots, m\}$ ,其中 $\alpha_i$ 和 $\mathbf{d}_i$ 分别为纤维走向分布的第 $i$ 个局部极大值和对应的单位方向向量。假设 $\Phi_p = \{(\alpha_{ip}, \mathbf{d}_{ip}), i=1, 2, \dots, m_p\}$ 和 $\Phi_q = \{(\alpha_{jq}, \mathbf{d}_{jq}), j=1, 2, \dots, m_q\}$ 分别为体素 $p$ 和 $q$ 的主纤维走向分布,定义体素 $p$ 和 $q$ 的非相似性为

$$D_f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{1}{2} \left[ \sum_{i=1}^{m_p} \alpha_i D_m(\mathbf{d}_{ip}, \Phi_q) + \sum_{j=1}^{m_q} \alpha_j D_m(\mathbf{d}_{jq}, \Phi_p) \right], \quad (3)$$

式中: $D_m$ 为体素内的一个纤维走向与另一个体素内所有纤维走向的最小距离,两纤维走向间的距离定义为纤维走向的两单位方向向量间的余弦距离的绝对值。具体地, $D_m$ 可表示为

$$D_m(\mathbf{d}_{ip}, \Phi_q) = \min(|\mathbf{d}_{ip}^T \mathbf{d}_{jq}|), j=1, 2, \dots, m_q. \quad (4)$$

基于非相似性测度 $D_f$ ,定义体素 $p$ 的非凸正则项为

$$R_{\text{nc}}(\mathbf{p}) = \left\| \mathbf{F}_p - \frac{1}{Z} \sum_{q \in U_p} \omega_{pq} [D_f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 1]^2 \mathbf{F}_q \right\|, \quad (5)$$

式中:加权因子 $\omega_{pq} = \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|_2$ 为体素 $p$ 和 $q$ 之间的欧氏距离; $\mathbf{F}_p$ 和 $\mathbf{F}_q$ 分别为体素 $p$ 和 $q$ 的纤维走向分布; $U_p$ 为体素 $p$ 的 $3 \times 3 \times 3$ 邻域; $Z = \sum_{q \in U_p} \omega_{pq} [D_f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 1]^2$ 为加权因子之和。

### 2.3 非凸正则反卷积问题的求解

借鉴RL算法求解全变分正则化球面反卷积的思想<sup>[25]</sup>,求解非凸正则反卷积问题,迭代公式为

$$[\mathbf{F}^{(k+1)}]_i = [\mathbf{F}^{(k)}]_i \frac{[\mathbf{H}^T \mathbf{S}]_i}{[\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{F}^{(k)}]_i} [\mathbf{R}^{(k)}]_i, \quad (6)$$

式中: $\mathbf{R}^{(k)}$ 为体素 $p$ 第 $k$ 次迭代时的非凸正则化向量, $\mathbf{R}^{(k)}$ 中的每个元素的计算公式为

$$[\mathbf{R}^{(k)}]_i = \left\{ 1 - \lambda \cdot \left[ \frac{1}{Z} \sum_{q \in U_p} \omega_{pq} [D_f(\mathbf{p}, \mathbf{q}) - 1]^2 \mathbf{F}_q^{(k)} - \mathbf{F}_p^{(k)} \right]_i \right\}^{-1}, \quad (7)$$

式中参数  $\lambda$  控制正则化的力度。

## 2.4 非凸正则反卷积算法

本文提出的基于非凸正则反卷积的体素内纤维走向分布估计算法如图 1 所示,其中  $K_N$  为最大迭代次数。

input:	iteration number $K_N$ , parameter $\lambda$ , diffusion weighted signal $\mathbf{S}$
output:	intravoxel fiber orientation distribution $\mathbf{F}$
1:	$\mathbf{R}_p^{(0)} \leftarrow \left( \frac{1}{N}, \frac{1}{N}, \dots, \frac{1}{N} \right)^T$
2:	construct matrix $\mathbf{H}$
3:	<b>for</b> $k=1$ to $K_N$ <b>do</b>
4:	<b>for</b> each voxel $p$ <b>do</b>
5:	calculate $\mathbf{R}^{(k)}$ using (7)
6:	calculate $\mathbf{F}^{(k+1)}$ using (6)
7:	<b>end for</b>
8:	<b>end for</b>

图 1 非凸正则球面反卷积算法

Fig. 1 Non-convex regularized spherical deconvolution algorithm

## 3 数值仿真

利用本文提出的基于非凸正则反卷积的体素内纤维走向分布估计方法分别在自行生成数据和已有模型数据上进行测试,并与基于模型的反卷积方法(RL-SD)<sup>[13]</sup>和基于全变分正则化的反卷积方法(RL-TV)<sup>[23]</sup>进行了对比。在基于自行生成数据的仿真中,通过定量比较不同方法得到的体素内纤维结构的平均角度误差来评价不同方法的准确性。本文中平均角度误差定义为估计得到的纤维走向与实际纤维走向之间夹角的平均值。在基于已有模型数据的仿真中,根据已知的纤维路径的走向来推断体素内纤维结构的实际情况,并将不同方法得到的结果与之比较,从而评价不同方法的准确性。在本文的所有仿真中 RL 算法的迭代次数均为 200 次,正则化参数  $\lambda$  设置为 0.1。

### 3.1 基于二张量数据仿真

采用多张量模型<sup>[3]</sup>的简单形式,即二张量模型,生成一组仿真数据,二张量模型是将一个体素内沿扩散加权梯度  $\mathbf{g}$  方向的扩散加权信号  $S(\mathbf{g})$  建模为两扩散张量项的和的形式,即

$$S(\mathbf{g}) = S_0 [f \exp(-b \mathbf{g}^T \mathbf{D}_1 \mathbf{g}) + (1-f) \exp(-b \mathbf{g}^T \mathbf{D}_2 \mathbf{g})], \quad (8)$$

式中:  $b$  为扩散敏感因子;  $f$  为体积分数;  $\mathbf{D}_1$  和  $\mathbf{D}_2$  为两扩散张量,扩散张量可以根据指定的特征向量

和特征值进行构造。在数值仿真中,为了简化操作,通常设定  $S_0=1$ ,  $f=0.5$ ,并假定扩散张量的第二和第三特征值相同,同时令  $\mathbf{D}_1$  和  $\mathbf{D}_2$  的特征值相同。因此只要给定  $b$  值、一定数量的扩散加权梯度方向、两个扩散张量的主特征方向以及张量的特征值,即可生成仿真的扩散加权信号。在本仿真中,给定  $b$  值为  $1000 \text{ s/mm}^2$ , 30 个扩散梯度方向, 2 个扩散张量的主特征方向如图 2(a) 所示,张量的特征值为  $1.7 \times 10^{-3}$ ,  $0.3 \times 10^{-3}$ ,  $0.3 \times 10^{-3} \text{ mm}^2/\text{s}$ 。由于数值仿真得到的是无噪声数据,为了测试算法的抗噪性能,向数值仿真数据中加入不同强度的莱斯噪声,从而得到不同信噪比的仿真数据。莱斯噪声的加入采用公式  $S_{\text{noisy}} = \sqrt{(S + \xi_1)^2 + \xi_2^2}$  进行,其中,  $S$  和  $S_{\text{noisy}}$  分别为加入噪声前后的磁共振扩散信号,  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  为两随机变量,  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  服从均值为 0、方差为  $\sigma^2$  的正态分布。在本文中,  $\sigma$  分别取 0.02, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1。图 2(b)和图 2(c)分别给出了 4 个不同扩散加权梯度方向的原始仿真数据(扩散加权数据)和加入强度为 0.06 的莱斯噪声后的仿真数据。

图 2(d)、(f)给出了不同方法在一组信噪比为 17 的数值仿真数据上的估计结果。从图 2(d)可以看出直接采用 SD 方法估计得到的体素内纤维结构呈现出较为混乱的分布,这说明 SD 方法极易受到噪声的影响,噪声的存在会导致估计结果的误差大大增加。而图 2(e)和图 2(f)所示的结果均明显优于图 2(d)所示的结果,这说明通过引入正则化技术可以有效地抑制噪声的影响,提高体素内纤维走向分布估计结果的准确性。对比图 2(e)和图 2(f)中方框所标记的区域,可以看出在不同区域的边界处, RL-TV 方法得到的两个主要纤维走向中,一个走向的纤维数量明显多于另一个方向,而实际结果应该是两个走向的纤维数量相同,这说明 RL-TV 方法存在一定的模糊现象;同时可以看到本文方法得到的结果中两个方向的纤维数量大致相同,这表明本文方法得到的结果优于 RL-TV 方法。

为了定量比较不同方法的估计结果,通过计算图 2(d)、(f)所示估计结果的平均角度误差,得到三种方法的平均角度误差分别为  $14.3^\circ$ 、 $7.6^\circ$  和  $6.9^\circ$ ,显然本文方法得到的体素内纤维走向分布估计结果的误差明显低于其他方法,与 RL-SD 方法相比,本文方法的平均角度误差降低了约 52%,与 RL-TV 方法相比,本文方法的平均角度误差降低了约 9%。为了比较不同强度的噪声对不同方法的估计结果的影响,在 5 种信噪比条件下,分别采用 3 种方法进行



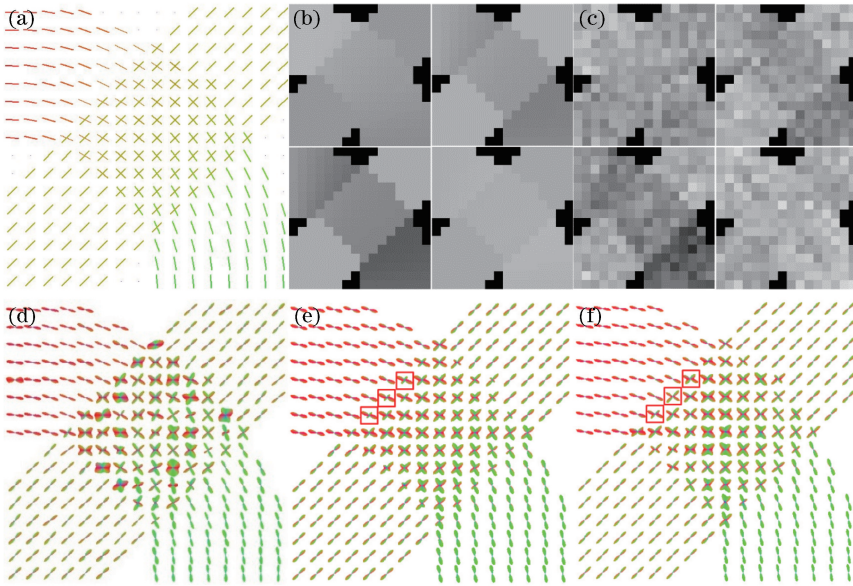


图2 不同方法在数值仿真数据上得到的纤维走向分布。(a)仿真数据的实际纤维走向;(b)4个扩散加权梯度方向的仿真数据(无噪声);(c)4个扩散加权梯度方向的仿真数据(信噪比为17);(d)RL-SD的结果;(e)RL-TV的结果;(f)本文方法的结果

Fig. 2 Fiber orientation distributions of synthetic data obtained by different methods. (a) Real fiber orientation of the synthetic data; (b) synthetic data with four different diffusion weighted gradient directions (noise free); (c) synthetic data with four different diffusion weighted gradient directions (signal-to-noise ratio is 17); (d) result of RL-SD; (e) result of RL-TV; (f) result of the proposed method

体素内纤维走向分布估计,估计结果的平均角度误差如图3所示。与RL-SD方法和RL-TV方法相比,本文方法在各种噪声强度条件下的平均角度误差均最低。

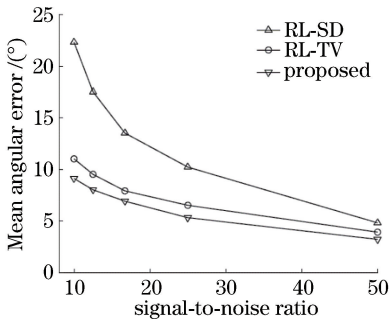


图3 不同方法的平均角度误差

Fig. 3 Mean angular errors of different methods

### 3.2 基于 HARDI 模型数据仿真

采用 HARDI (high-angular-resolution diffusion imaging)模型中数据<sup>[26]</sup>进行仿真,该数据集包含多组不同参数的扩散加权成像数据,本研究中采用其中一组  $b$  值为  $1500 \text{ s/mm}^2$  且含有 64 个扩散加权梯度方向的数据。

在该组数据中选取两个包含纤维交叉的感兴趣区,记为 A 和 B,如图 4(a)中方框所示。分别采用

RL-SD 方法、RL-TV 方法和本文方法计算得到的体素内纤维走向分布如图 4(b)~(d),图中的背景为各体素对应的各向异性分数值,从图中可以看出,RL-SD 方法的结果受噪声影响比较严重,这说明 RL-SD 方法对噪声非常敏感,而 RL-TV 方法和本文方法的结果与 RL-SD 相比均有较明显的改善,这说明正则化技术的引入是较为有效的。对比图 4(c)和图 4(d)、图 4(e)和图 4(f)的结果,可以看到图中实线方框所标记的部分处于图像边缘处的体素区域。根据图 4(a)的实际纤维结构,这些体素应当是只包含单一纤维走向的体素,而 RL-TV 方法得到的结果为复杂的多纤维走向分布。另外,图中虚线方框所标记的体素处于单纤维走向区域与无纤维区域(背景)的边界,对于这些体素区域,本文方法得到的纤维分布情况与单纤维区域一致,并未受到背景噪声的影响,而 RL-TV 方法则在一定程度上受到了背景的影响。这说明 RL-TV 方法存在一定的细节模糊现象,而本文方法具有较好的细节特征保持能力。

## 4 结 论

提出一种基于非凸正则反卷积的体素内纤维走向分布估计方法,该方法通过构造非凸空间正则项,

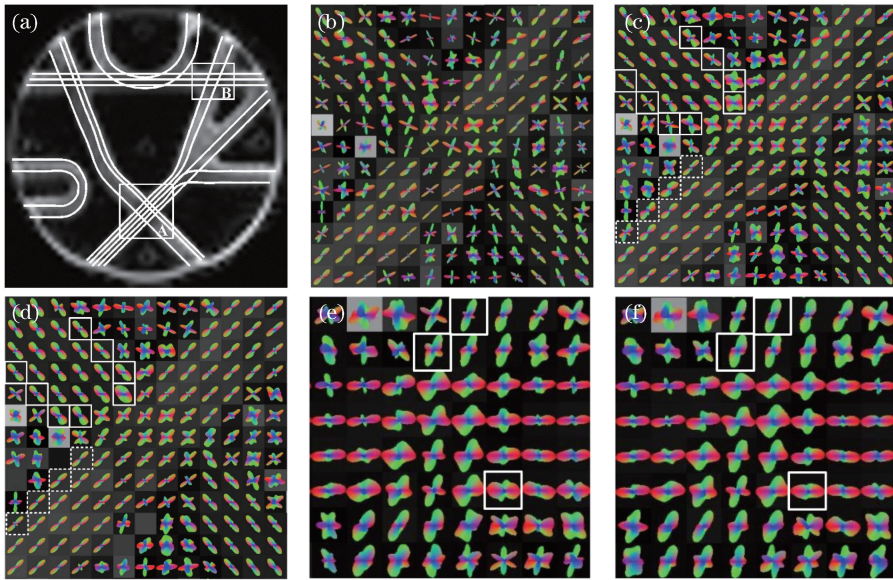


图4 不同方法在仿真实体数据上得到的纤维走向分布。(a)实际纤维结构；(b)~(d) RL-SD、RL-TV 和本文方法在感兴趣区域 A 的结果；(e)~(f) RL-TV 和本文方法在感兴趣区域 B 的结果

Fig. 4 Fiber orientation distributions of phantom data obtained by different methods. (a) Real fiber structure; (b)-(d) results of RL-SD, RL-TV, and the proposed method on interested region A; (e)-(f) results of RL-TV and the proposed method on interested region B

并引入到反卷积模型中,通过非凸正则反卷积 RL 迭代算法对模型进行求解,得到体素内纤维走向分布。基于二张量数据和 HARDI 模型数据的仿真表明,本文方法得到的体素内纤维走向分布估计结果的精度高于 RL-SD 和 RL-TV 方法,在提高抗噪性能的同时具有较好的体素内纤维走向分布细节保持能力。

### 参 考 文 献

- [1] Bassler P J, Mattiello J, LeBihan D. MR diffusion tensor spectroscopy and imaging [J]. *Biophysical Journal*, 1994, 66(1): 259-267.
- [2] Landman B A, Bogovic J A, Wan H L, *et al.* Resolution of crossing fibers with constrained compressed sensing using diffusion tensor MRI [J]. *NeuroImage*, 2012, 59(3): 2175-2186.
- [3] Ramirez-Manzanares A, Rivera M, Vemuri B C, *et al.* Diffusion basis functions decomposition for estimating white matter intravoxel fiber geometry [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2007, 26(8): 1091-1102.
- [4] Chu C Y, Huang J P, Sun C Y, *et al.* Resolving intravoxel fiber architecture using nonconvex regularized blind compressed sensing [J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2015, 60(6): 2339-2354.
- [5] Özarıslan E, Mareci T H. Generalized diffusion tensor imaging and analytical relationships between diffusion tensor imaging and high angular resolution diffusion imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2003, 50(5): 955-965.
- [6] Tuch D S. Q-ball imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2004, 52(6): 1358-1372.
- [7] Descoteaux M, Angelino E, Fitzgibbons S, *et al.* Regularized, fast, and robust analytical Q-ball imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2007, 58(3): 497-510.
- [8] Wedeen V J, Hagmann P, Tseng W Y I, *et al.* Mapping complex tissue architecture with diffusion spectrum magnetic resonance imaging [J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2005, 54(6): 1377-1386.
- [9] Tournier J D, Calamante F, Connelly A. Robust determination of the fibre orientation distribution in diffusion MRI: non-negativity constrained super-resolved spherical deconvolution [J]. *NeuroImage*, 2007, 35(4): 1459-1472.
- [10] Tournier J D, Calamante F, Gadian D G, *et al.* Direct estimation of the fiber orientation density function from diffusion-weighted MRI data using spherical deconvolution [J]. *NeuroImage*, 2004, 23(3): 1176-1185.
- [11] Kaden E, Knösche T R, Anwender A. Parametric

- spherical deconvolution: inferring anatomical connectivity using diffusion MR imaging [J]. *NeuroImage*, 2007, 37(2): 474-488.
- [12] Dell'Acqua F, Scifo P, Rizzo G, *et al.* A modified damped Richardson-Lucy algorithm to reduce isotropic background effects in spherical deconvolution[J]. *NeuroImage*, 2010, 49(2): 1446-1458.
- [13] Dell'Acqua F, Rizzo G, Scifo P, *et al.* A model-based deconvolution approach to solve fiber crossing in diffusion-weighted MR imaging [J]. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 2007, 54(3): 462-472.
- [14] Kim S, Jeong J W, Singh M. Estimation of multiple fiber orientations from diffusion tensor MRI using independent component analysis [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2005, 52(1): 266-273.
- [15] Wu Y C, Alexander A L. Hybrid diffusion imaging [J]. *NeuroImage*, 2007, 36(3): 617-629.
- [16] Hasan K M, Walimuni I S, Abid H, *et al.* A review of diffusion tensor magnetic resonance imaging computational methods and software tools [J]. *Computers in Biology and Medicine*, 2011, 41(12): 1062-1072.
- [17] Assemlal H E, Tschumperlé D, Brun L, *et al.* Recent advances in diffusion MRI modeling: angular and radial reconstruction [J]. *Medical Image Analysis*, 2011, 15(4): 369-396.
- [18] Ma H Q, Ma S P, Xu Y L, *et al.* Adaptive image denoising based on improved stacked sparse denoising auto-encoder[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(10): 1010001.  
马红强, 马时平, 许悦雷, 等. 基于改进栈式稀疏去噪自编码器的自适应图像去噪[J]. *光学学报*, 2018, 38(10): 1010001.
- [19] Zhang Y G, Yi B S, Wu C Y, *et al.* Low-dose CT image denoising method based on convolutional neural network [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 0410003.  
章云港, 易本顺, 吴晨玥, 等. 基于卷积神经网络的低剂量CT图像去噪方法[J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 0410003.
- [20] Xue Z X, Yu X C, Tan X, *et al.* Local hypergraph Laplacian regularized low-rank representation for noise reduction of hyperspectral images [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(5): 0510001.  
薛志祥, 余旭初, 谭熊, 等. 局部超图拉普拉斯约束的高光谱影像低秩表示去噪方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(5): 0510001.
- [21] Goh A, Lenglet C, Thompson P M, *et al.* Estimating orientation distribution functions with probability density constraints and spatial regularity[M]//Yang G Z, Hawkes D, Rueckert D, *et al.* *Medical image computing and computer-assisted intervention. Lecture notes in computer science*, Berlin, Heidelberg: Springer, 2009, 5761: 877-885.
- [22] Reisert M, Kiselev V G. Fiber continuity: an anisotropic prior for ODF estimation [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2011, 30(6): 1274-1283.
- [23] Cabales-Rodriguez E J. Richardson-Lucy spherical deconvolution under Rician noise with total variation spatial regularization [C] // 2013 IEEE 10th International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI 2013), April 7-11, 2013, San Francisco, CA, USA. New York: IEEE, 2013.
- [24] Xu J, Ma J W, Zhang D M, *et al.* Improved total variation minimization method for compressive sensing by intra-prediction [J]. *Signal Processing*, 2012, 92(11): 2614-2623.
- [25] Dey N, Blanc-Feraud L, Zimmer C, *et al.* Richardson-Lucy algorithm with total variation regularization for 3D confocal microscope deconvolution [J]. *Microscopy Research and Technique*, 2006, 69(4): 260-266.
- [26] Poupon C, Rieul B, Kezele I, *et al.* New diffusion phantoms dedicated to the study and validation of high-angular-resolution diffusion imaging (HARDI) models[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2008, 60(6): 1276-1283.