

激光沉积成形分区环形扫描路径生成算法

卞宏友^{1*}, 左士刚¹, 曲伸², 杨光¹, 王伟¹, 王维¹

¹沈阳航空航天大学航空制造工艺数字化国防重点学科实验室, 辽宁 沈阳 110136;

²中国航发沈阳黎明航空发动机有限责任公司焊接技术室, 辽宁 沈阳 110043

摘要 为减小激光沉积成形层温度梯度及制件残余应力, 结合激光沉积成形金属薄壁件结构的特点, 进行了分区环形扫描验证性实验, 实验结果表明: 采用分区环形扫描路径, 可有效减小成形件的残余应力。提出了一种分区环形扫描路径生成算法。为避免扫描线过长引起的翘曲变形, 结合激光沉积成形扫描线极限长度, 提出了一种基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法, 对独立轮廓组进行分区; 针对薄壁件壁厚多变的结构特点, 依据壁厚判断的扫描方式优选准则, 采用中线扫描与环形扫描相结合的算法, 生成分区自适应环形扫描路径; 同时为避免扫描环间过渡区的过熔覆, 采用端点偏置算法实现扫描环间的平滑过渡连接; 最后为减小层面温度梯度和制件残余应力, 提出一种基于四色定理的分区扫描顺序优化算法。

关键词 激光光学; 激光沉积成形; 分区环形扫描; 残余应力; 扫描顺序优化

中图分类号 TN205; TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.021601

Generation Algorithm of Subarea Annular Scan Paths for Laser Deposition Forming

Bian Hongyou^{1*}, Zuo Shigang¹, Qu Shen², Yang Guang¹, Wang Wei¹, Wang Wei¹

¹Key Laboratory of Fundamental Science for National Defense of Aeronautical Digital Manufacturing Process, Shenyang Aerospace University, Shenyang, Liaoning 110136, China;

²Welding Research Institute, Shenyang Liming Aero-Engine Corporation LTD, AECC, Shenyang, Liaoning 110043, China

Abstract Based on the structural characteristics of laser deposition formed metal thin-wall workpieces, the confirmatory test of subarea annular scan is conducted to reduce the temperature gradient of laser deposition formed layers and the residual stress of workpieces. The experimental results show that the usage of subarea annular scan paths can reduce the residual stress of formed parts effectively. An algorithm for generating the subarea annular scan paths is proposed. First, in order to avoid warping deformation caused by the long line scan, a subarea algorithm based on the extreme point search within the scan line limit length threshold is proposed according to the scan line limit length of laser deposition forming, and used for partitioning the independent contour group. Then based on the structural characteristics of thickness-changeable thin-walled workpieces and according to the optimization criterion of wall-thickness, the midline scan and annular scan are combined as an algorithm for the generation of subarea adaptable annular scan paths. Meanwhile, in order to avoid the over-cladding of the transition zone between scan rings, the endpoint offset algorithm is adopted to achieve a smooth transition connection between scan rings. Finally, in order to reduce the temperature gradient of layer surface and the residual stress of workpieces, a sequential optimization algorithm for subarea scan is proposed based on the four-color theorem.

Key words laser optics; laser deposition shaping; subarea annular scan; residual stress; scan sequence optimization

OCIS codes 160.3380; 350.3850

收稿日期: 2018-05-30; 修回日期: 2018-06-21; 录用日期: 2018-07-26

基金项目: 国家自然科学基金(51375316)、辽宁省自然科学基金(20170540690)

* E-mail: bhy@sia.cn

1 引言

激光沉积成形技术具有工艺重复性好及复杂零部件近净成形等优点,在整体叶盘、叶片等复杂薄壁结构零部件的成形制造和修复方面具有良好的应用前景^[1]。合适的扫描路径规划是减小制件残余应力、提高成形质量和效率的有效手段。现有金属激光沉积成形扫描路径方式主要有平行扫描和环形扫描等^[2-3]。平行扫描方式一般采用短边扫描,对于整体叶盘、叶片等复杂薄壁结构零件,平行扫描方式的扫描路径会包含过多的短边,影响成形精度和质量,且不同扫描区之间需要大量空跳动作,这些动作会降低成形效率。环形扫描是沿平行于边界轮廓线的方向进行扫描,采用环形扫描方式对薄壁件进行扫描,可有效提高薄壁类零件层面轮廓的填充效率,避免台阶效应,提高成形精度^[4]。但环形扫描方式的扫描线相对较长,局部温度累积现象明显,容易在成形件内部产生高温梯度不均匀温度场,进而产生较大残余应力,引起制件变形开裂。

Doan 等^[5]研究了激光扫描方式对单道多层的薄壁件熔覆层应力分布和开裂的影响,发现相比于单向扫描方式,往复扫描方式下的应力分布更均匀。卞宏友等^[6]采用分组平行扫描路径生成方法来生成金属零件的往复平行扫描路径,该方法可有效避免因扫描填充线的不当连接而引起的过熔覆现象,且有利于减小应力,提高成形质量。万乐等^[7]的研究表明采用分区扫描策略可有效提高成形质量。王伟等^[8]通过对复杂切片轮廓进行矩形裁剪分区,规划分区平行扫描路径,研究表明该方法有利于减小成形件的残余应力。上述研究表明:采用短边扫描和分区扫描方式使相邻扫描线扫描间隔时间变短,前一次扫描对后一次扫描可以起到预热作用,层面温度梯度分布相对均匀,显著降低热量局部累积,有利

于减小应力和制件变形^[9-11]。

鉴于此,本文在完成分区环形扫描路径对激光沉积成形薄壁件残余应力影响的实验基础上,结合薄壁件壁厚多变的结构特点,为减小激光沉积成形层温度梯度及制件残余应力,提出一种分区环形扫描路径生成算法:基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法,完成对层面轮廓的分区;结合分区后各扫描区域的宽度,生成适应性环形扫描路径;最后提出一种基于四色定理的分区扫描顺序优化算法。

2 分区环形扫描实验与应力检测分析

实验基体材料为 GH4169 合金基板,尺寸为 98 mm×34 mm×10 mm。熔覆材料选取 Inconel718 球形粉末,粉末粒度为 53~150 μm。实验中采用的激光沉积成形工艺参数为:激光功率为 600 W,扫描速度为 4 mm/s,送粉速度为 6.0 g/min,层高为 0.3 mm。采用单道多层沉积方式进行激光沉积成形,沉积层数均为 10 层。

分区环形扫描实验方案包括连续扫描、分区顺序扫描和分区间隔扫描。图 1 为扫描方式示意图,其中,连续扫描的顺序为 1→2→3→4,中间不间断;分区顺序扫描的顺序为 1→2→3→4,每段中间间隔时间为 5 s;分区间隔扫描的顺序为 1→3→2→4,每段中间间隔时间为 5 s。实验扫描结果如图 2(a)~(c) 所示。

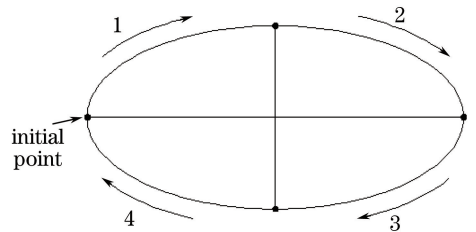


图 1 扫描方式示意图

Fig. 1 Schematic of scan mode

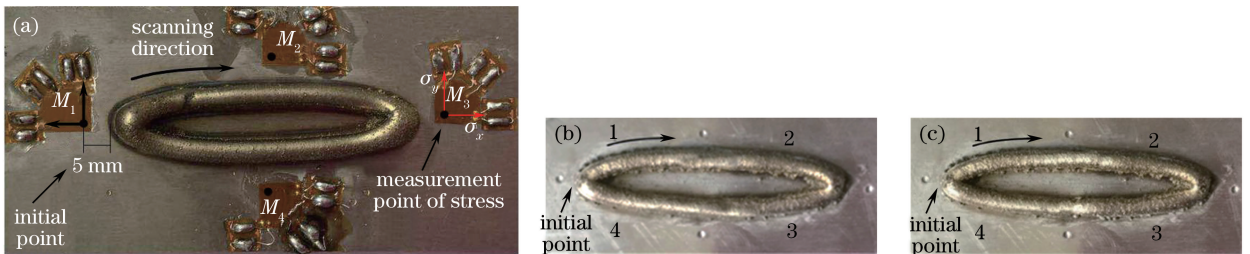


图 2 不同扫描方式的扫描结果。(a)连续扫描;(b)分区顺序扫描;(c)分区间隔扫描

Fig. 2 Scan results under different scan modes. (a) Continuous scan; (b) subarea sequential scan; (c) subarea interval scan

试样残余应力测试点 (M_1 、 M_2 、 M_3 、 M_4) 残余应力测量结果如表 1 所示,其中,残余应力 σ_x 方向、

σ_y 方向如图 2(a) 所示。由表 1 可知,试样基体上应力测试点的残余应力均为压应力。从表 1 可以明显

看出,连续扫描方式的残余应力最大,分区顺序扫描方式次之,分区间隔扫描方式的残余应力最小。

相比于连续扫描方式,分区顺序扫描方式的 σ_x 平均降幅为109 MPa,平均降低34.1%, σ_y 平均降幅为44 MPa,平均降低31.2%,即采用分区扫描方式后,残余应力明显减小。因为在连续扫描过程中,激光输入的热量持续累积,散热效果较差,热量累积增加导致成形件内部温度梯度变大,且温度梯度分布不均匀,残余应力较大^[6];采用分区扫描方式使相邻扫描线扫描间隔时间变短,相邻扫描线间的相互浸润性增强能有效降低金属沉积成

形时试样内部的温度梯度,减小成形件内部的残余应力。

相比于连续扫描方式,分区间隔扫描方式的 σ_x 平均降幅为147 MPa,平均降低45.9%, σ_y 平均降幅为57 MPa,平均降低40.4%,即采用分区间隔扫描方式的残余应力相比于分区顺序扫描方式进一步减小。因为在分区顺序扫描过程中,相邻区域的热量累积持续增加导致相邻区域温度梯度逐渐变大,残余应力相对较大;而采用分区间隔扫描方式,相邻区域的热影响减小,相邻区域间温度梯度相对均匀,残余应力相对较小^[8]。

表1 残余应力测量结果

Table 1 Measurement results of residual stress

MPa

Scan mode	M_1		M_2		M_3		M_4		Average	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
Continuous scan	-294	-128	-289	-125	-387	-167	-346	-142	-320	-141
Subarea sequential scan	-212	-86	-175	-77	-246	-123	-209	-101	-211	-97
Subarea interval scan	-166	-90	-148	-65	-209	-104	-169	-78	-173	-84

由上述实验可知,采用分区环形扫描方式可有效减小制件的残余应力。鉴于此,本研究提出一种分区环形扫描路径生成算法。

3 分区环形扫描路径生成算法

3.1 层面轮廓分区

将零件的模型切片分层,得到模型的层面轮廓(图3),找到每个外环和其对应内环,分别构成一个独立轮廓组,并以此为基本单位进行后续的分区环形扫描路径规划。针对独立轮廓组直接生成环形路径存在的局部扫描线过长的问题,本研究提出一种基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法,在扫描线极限长度阈值内寻找极值点,将独立轮廓组进行分区。

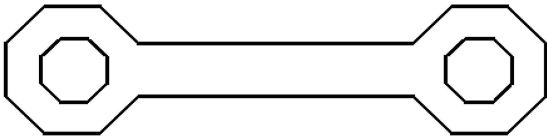


图3 层面轮廓图

Fig. 3 Surface outline

基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法如下。

1) 独立轮廓组的极值点搜索

在独立轮廓组中的内外环多边形上搜索所有极值点,按各极值点 y 值由小到大的顺序,依次存入极值点数组中。

2) 扫描线极限长度阈值内极值点搜索

结合成形件的材料属性和沉积成形工艺要求,根据前期的工艺参数优化结果,确定翘曲变形量最小的工艺参数及对应的扫描线长度值,将其作为极限扫描线极限长度阈值 $L \pm \Delta l$ 。在分区时,基于极限扫描长度阈值内的极值点进行初次分区,具体实现过程如下。

第1步 在独立轮廓组内,首先以 x 向最小极值点为原点建立直角坐标系,然后沿 x 轴正向,分别作与坐标原点距离为 $L, 2L, 3L \dots$ 的垂直于 x 轴的平行线 $K_1, K_2, K_3 \dots$,直到 x 轴正向方向不存在多边形时为止,进入第2步。

第2步 以第1步作的平行线 $K_1, K_2, K_3 \dots$ 为中心线,分别向中心线 K_i 的两侧作两条直线,与 K_i 的距离均为 $1/2l$,与层面轮廓相交即可得到极限扫描长度阈值区域 $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3 \dots$ 。

第3步 搜索极限扫描长度阈值区域 ΔS_1 内的极值点,如果在 ΔS_1 区存在两个以上极值点,则进行第4步;若 ΔS_1 区仅存在一个极值点,则进行第5步;若 ΔS_1 区不存在极值点,则进行第6步。

第4步 如果存在两个以上极值点,基于顶点可见性原理^[2],对两个可见极值点进行搭桥连接(图4),实现对独立轮廓组的分区;如果极值点互不可见,选取 x 向最小极值点作为基准极值点,由该极值点作垂线,将垂线作为分区边界线,实现该极值点处的分区。

第5步 如果仅存在一个极值点,基于顶点可见性原理,若该极值点存在可见多边形顶点,则进行搭桥连接;否则,由该极值点作垂线,将垂线作为分区边界线,实现该极值点处的分区。

第6步 如果不存在极值点,则以线 K_1 作为分

区的边界线,实现在该极限扫描长度阈值区域处的分区。

第7步 沿 x 轴正向,依次搜索其他极限扫描长度阈值区域 ΔS_i 内的极值点,完成独立轮廓组的分区(图4)。

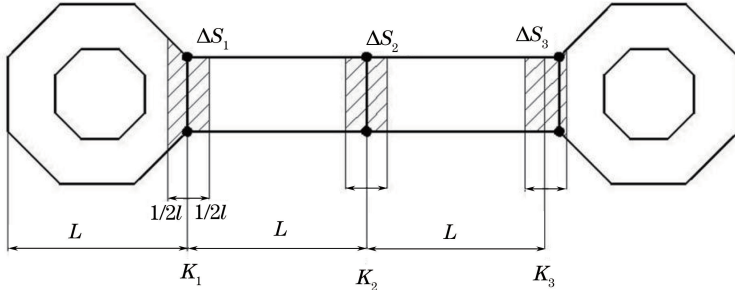


图4 基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法

Fig. 4 Subarea algorithm based on extreme point search within scan line limit length threshold

3) 凹多边形凸分解

上述初步分区得到的若干多边形的形态各不相同,可能是凸多边形或凹多边形。对于凹多边形,在生成环形扫描线时,容易产生自交环;同时也容易产生不连续扫描区,导致过熔覆现象,影响成形质量,

因此,根据顶点可见性原理,采用凸分解算法^[6],基于正负法搜索凹点对应的可见点,选择确定最佳剖分点,并合理使用辅助点,将凹多边形分解为凸多边形,层面轮廓分区结果如图5所示。

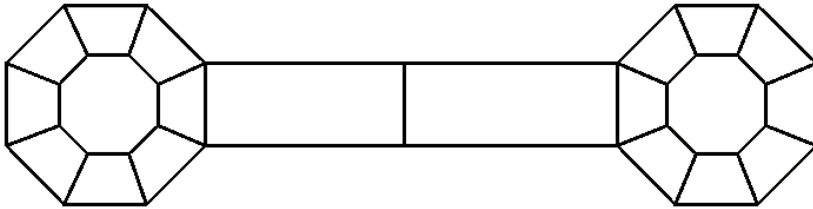


图5 层面轮廓分区

Fig. 5 Surface outline subarea

3.2 分区适应性环形扫描路径生成算法

针对薄壁件壁厚多变的结构特点,依据壁厚判断的扫描方式优选准则,对分区后的各凸边形,采用中线扫描与环形扫描相结合的算法,生成分区适应性环形扫描路径。

分区适应性环形扫描路径生成具体步骤如下。

1) 计算分区宽度。成形件的壁薄厚不一,导致分区后的各多边形的宽度不等,采用建立支撑平行线^[12]的方法,取两平行线跨度的最小值作为多边形的宽度,分别计算分区后的各凸多边形的宽度。

2) 扫描方式优选。根据前期实验优选的工艺参数,测量扫描道的熔宽值 W 。结合各凸多边形的宽度,确定扫描方式优选准则;以熔宽值 W 为基准,宽度小于这一基准值的区域采用中线扫描,大于这一基准值的区域采用环形扫描。

3) 中线扫描路径。采用 Voronoi 图^[13]算法提

取宽度小于熔宽值 W 区域的中线,找到中线上对应点 q_1, q_2 的坐标,并记录在数组中,依次连接相邻凸多边形中线上的点 q_1, q_2, \dots, q_n ,即可形成一条连续的中线。

4) 分区适应性环形扫描路径生成

(1) 环形扫描线生成

为避免过熔覆现象,结合各分区的具体轮廓,基于 Voronoi 图算法,对待扫描距离与设定的扫描间距的比值进行取整得到扫描线数,然后将待扫描距离与扫描线数的比值作为适应性的实际扫描间距^[6],生成适应性环形扫描线。

(2) 基于端点偏置算法生成环形扫描路径

为减少开闭激光的次数,提高成形效率,扫描环形扫描线时采用连续扫描的方式;同时为避免扫描环间过渡区的过熔覆,采用端点偏置算法实现扫描环间的平滑过渡连接。端点偏置算法如下:

第1步 选取最外一条环形扫描线上的任一顶点作为扫描的起点,沿逆时针方向在该环形扫描线上选取距离扫描起点一个扫描间距大小的点,作为第1条扫描线的终点;

第2步 当扫描线到达终点后,从该点作一条线段与第2条扫描线上的扫描起点搭桥连接(图6),实现环与环之间的连续扫描;

第3步 采用由外向内的方式,依次确定其他扫描环上的始末点位置,并采用第2步的方法进行扫描环间的过渡搭接。

采用 VC6.0 编程实现分区适应性环形扫描路径生成算法,图7为扫描路径生成实例。该算法适

用于整体叶盘、叶片等复杂薄壁结构零部件,特别是具有不规则内外轮廓的薄壁结构。

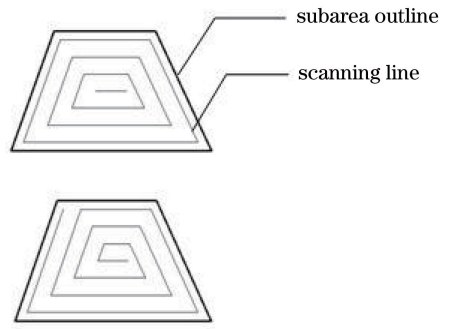


图6 端点偏置算法

Fig. 6 Endpoint offset algorithm

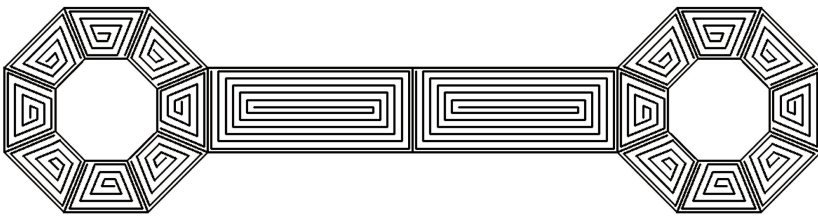


图7 分区自适应环形扫描路径生成算法

Fig. 7 Algorithm for generating subarea adaptive annular scanning paths

3.3 分区扫描顺序优化

为降低成形层温度梯度,减小制件残余应力,基于四色定理提出一种分区扫描顺序优化算法。

四色定理^[14]产生于地图染色问题中,“任何一张地图只用4种颜色就能给具有共同边界的国家着上不同的颜色”,即在包含任意多区域的多边形内,只用4种颜色就可以使任意相邻的两个区域颜色不同,据此在路径规划中实现相邻区域的不连续扫描。

分区扫描顺序优化算法如下。

1) 以 x 向最小极值点为原点建立直角坐标系,然后沿 x 轴正向,依次遍历所有凸多边形的顶点,记各凸多边形的各个顶点坐标分别为 $P_1、P_2、P_3 \dots$,并存入顶点坐标数组中,依次对所有的凸多边形进行判断,并从 $S_1、S_2、S_3、S_4$ 中依次选取合适的记号进行标记,并将标记的多边形置于已判定区。

2) 沿 x 轴正向,以 P_1 点所在多边形作为搜索起始区域,并将 P_1 点所在多边形记为 S_i ,置于已判定区,如果沿 x 轴正向某多边形与 S_1 共有两个交点 $P_i、P_j$,则这两个多边形相邻,并将新搜索到的多边形记为 S_2 ,置为已判定区。

3) 沿 x 轴正向,依次搜索其他未判定多边形,并在与其相邻的多边形中选搜索已判定区 $S_n (n = 1, 2, 3, 4)$,并确定 S_n 的标记,在 $S_1、S_2、S_3、S_4$ 中选取与 S_n 不同的标记对搜索到的未判定多边形进行

标记,保证有相邻边的两多边形的标记不同。

4) 当 x 轴正向不存在多边形时,则返回 x 轴零点,并以 S_1 相邻多边形中的未判定区为新搜索起始区域,当所有区域搜索完成后得到 $S_1、S_2、S_3、S_4$ 4种区域,如图8(a)所示。

5) 对于 $S_1、S_2、S_3、S_4$ 4种区域内不同扫描区的扫描顺序问题,应尽量减少空跳距离,提高成形效率,将该问题可转化为旅行商问题(TSP)^[15]。根据已规划完成的扫描路径确定各子区域的扫描起点和终点,并计算当前扫描区域终点与各待扫描区域的距离 d_i ,即在有 m 个结点的完全图中找出最短的Hamilton回路,采用现有的贪婪法^[16]即可求解该

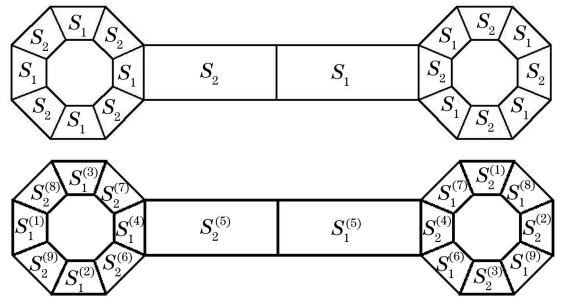


图8 分区扫描顺序优化算法。

(a) 扫描区域; (b) 优化的扫描顺序

Fig. 8 Optimization algorithm of subarea scan sequence.

(a) Scan area; (b) optimized scan sequence

TSP 问题,最后得到优化的扫描顺序为 $S_1^{(1)}, S_1^{(2)}, S_1^{(3)}, \dots, S_1^{(m)}; S_2^{(1)}, S_2^{(2)}, \dots, S_2^{(m)}; S_3^{(1)}, S_3^{(2)}, \dots, S_3^{(m)}; S_4^{(1)}, \dots, S_4^{(m)}$,如图 8(b)所示。

4 结 论

提出一种分区环形扫描路径生成算法,可减小制件应力和变形,提高制件质量。

1) 扫描实验表明,采用分区环形扫描方式可有效减小制件的残余应力。

2) 提出一种基于扫描线极限长度阈值内极值点搜索的分区算法,避免了扫描线过长引起的翘曲变形。

3) 依据壁厚判断的扫描方式优选准则,采用中线扫描与环形扫描相结合的算法,生成分区适应性环形扫描路径;采用端点偏置算法实现扫描环间的平滑过渡连接。

4) 基于四色定理,提出一种分区扫描顺序优化算法,可有效减小层面温度梯度和制件残余应力。

参 考 文 献

- [1] Xue L, Huang W D, Chen J, *et al.* Application of laser forming repair technology on the aerial castings [J]. *Foundry Technology*, 2008, 29(3): 391-394.
薛蕾, 黄卫东, 陈静, 等. 激光成形修复技术在航空铸件修复中的应用 [J]. *铸造技术*, 2008, 29(3): 391-394.
- [2] Bian H Y, Liu W J, Wang T R, *et al.* Scanning mode for laser metal deposition shaping [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(10): 170-175.
卞宏友, 刘伟军, 王天然, 等. 激光金属沉积成形的扫描方式 [J]. *机械工程学报*, 2006, 42(10): 170-175.
- [3] Shang X F, Liu W J, Wang T R, *et al.* Scanning mode of the metal powder laser shaping [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2005, 41(7): 99-102.
尚晓峰, 刘伟军, 王天然, 等. 金属粉末激光成形扫描方式 [J]. *机械工程学报*, 2005, 41(7): 99-102.
- [4] Liu B, Zhang Z, Sun Y M, *et al.* The algorithm of OFFSET hatch in rapid prototyping & manufacturing system [J]. *Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition)*, 2001, 29(3): 64-66.
刘斌, 张征, 孙延明, 等. 快速成型系统中 OFFSET 型填充算法 [J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2001, 29(3): 64-66.
- [5] Doan T, Li D C, Lu B H, *et al.* Effect of scanning methods on the cracking of the DZ125L superalloy in laser direct metal forming [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(10): 1003002.
Doan Tatkhua, 李涤尘, 卢秉恒, 等. 扫描方式对激光金属直接成形 DZ125L 高温合金薄壁零件开裂的影响 [J]. *中国激光*, 2012, 39(10): 1003002.
- [6] Bian H Y, Liu W J, Wang T R, *et al.* New concave polygon convex decomposition algorithm for rapid prototyping subarea scanning [J]. *Computer Applications*, 2005, 25(9): 2143-2145.
卞宏友, 刘伟军, 王天然, 等. 面向快速制造扫描分区的凹多边形凸分解算法 [J]. *计算机应用*, 2005, 25(9): 2143-2145.
- [7] Wan L, Wang S Q, Zhang X W, *et al.* Research on forming quality of selective laser melting titanium alloy based on partition scanning [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2018, 55(9): 091401.
万乐, 王思琦, 张晓伟, 等. 基于分区扫描的选区激光熔化钛合金成形质量研究 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(9): 091401.
- [8] Wang W, He Y, Qin L Y, *et al.* Separate area scanning path planning of coaxial powder feeding laser deposition manufacturing [J]. *Applied Laser*, 2016, 36(4): 373-378.
王伟, 何妍, 钦兰云, 等. 同轴送粉式激光沉积制造分区扫描路径规划 [J]. *应用激光*, 2016, 36(4): 373-378.
- [9] Yang G, Zhou J P, Qin L Y, *et al.* Influence of separate area scanning on the temperature field of laser deposition manufacturing of titanium alloy [J]. *Applied Laser*, 2015, 35(4): 428-436.
杨光, 周佳平, 钦兰云, 等. 分区扫描对激光沉积制造钛合金温度场的影响 [J]. *应用激光*, 2015, 35(4): 428-436.
- [10] Bian H Y, Dong W Q, Wang S J, *et al.* Experimental study on laser deposition repair of surface damage of GH4169 thin-walled components [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2016, 43(10): 1002002.
卞宏友, 董文启, 王世杰, 等. GH4169 薄壁零件表面损伤的激光沉积修复试验研究 [J]. *中国激光*, 2016, 43(10): 1002002.
- [11] Shi Y S, Zhong Q, Chen X B, *et al.* Research and implement of a new kind of scanning mode for selective laser sintering [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2002, 38(2): 35-39.

- 史玉升, 钟庆, 陈学彬, 等. 选择性激光烧结新型扫描方式的研究及实现[J]. 机械工程学报, 2002, 38(2): 35-39.
- [12] Chen H, Wang X M, Jiao Y S, *et al.* An optimal algorithm for calculating the width of convex polygons[J]. Journal of Engineering Graphics, 2011, 32(2): 5-9.
- 陈海, 王新民, 焦裕松, 等. 一种求凸多边形宽度的优化算法[J]. 工程图学学报, 2011, 32(2): 5-9.
- [13] Chen J H, Ma P J, Tian J M, *et al.* Scanning path algorithm for rapid prototyping (RP) based on Voronoi diagrams [J]. Mechanical Science and Technology, 2003, 22(5): 728-731.
- 陈剑虹, 马鹏举, 田杰谟, 等. 基于 Voronoi 图的快速成型扫描路径生成算法研究[J]. 机械科学与技术, 2003, 22(5): 728-731.
- [14] Guo L G. Pseudo four-color algorithm research based on the four color principle[J]. Digital Technology and Application, 2017, 35(3): 159-160.
- 郭林庚. 基于四色原理技术的伪四色算法研究[J]. 数字技术与应用, 2017, 35(3): 159-160.
- [15] Wang J W, Dai G M, Xie B Q, *et al.* A survey of solving the traveling salesman problem[J]. Computer Engineering & Science, 2008, 30(2): 72-74, 155.
- 王剑文, 戴光明, 谢柏桥, 等. 求解 TSP 问题算法综述[J]. 计算机工程与科学, 2008, 30(2): 72-74, 155.
- [16] Jia D, Zhang X. Application and limit of greedy approach in algorithm design[J]. Journal of Liaoning Teachers College (Natural Science Edition), 2015, 17(3): 1-4, 74.
- 贾丹, 张兴. 贪婪法在算法设计中的应用与局限[J]. 辽宁师专学报(自然科学版), 2015, 17(3): 1-4, 74.