

# 基于二维成像的球心坐标高精度定位方法

耿贺辉, 赵宏\*, 卜鹏辉, 马跃洋, 庄义颖, 付镇涛

西安交通大学机械工程学院机械制造系统国家重点实验室, 陕西 西安 710049

**摘要** 球体由于其旋转对称性和成像不变性, 在双目视觉系统中作为球型靶标具有独特优势。然而球体在像面的成像一般是椭圆, 而不是标准圆, 其椭圆中心与球心成像点并不是同一个点, 这就会对球心的空间定位带来误差。为了找到真实的球心成像点坐标以提高球心的定位精度, 建立并分析了空间球的成像模型。基于针孔成像模型和透视成像原理, 提出了一种球心成像点的高精度定位方法。该方法结合相机焦距, 对边缘点进行畸变校正后可直接拟合出球心成像点坐标。仿真分析了边缘噪声以及边缘提取不完整对所提方法的影响。最后通过实验验证了所提方法可以显著提高球心坐标的定位精度, 适用于双目视觉中球靶标的定位以及其他需要对球心进行定位的应用中。

**关键词** 测量; 双目立体视觉; 球心定位; 球型靶标; 透视成像误差

**中图分类号** TP391

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP56.021501

## High Accuracy Positioning Method Based on 2D Imaging for the Coordinates of the Center of a Sphere

Geng Hehui, Zhao Hong\*, Bu Penghui, Ma Yueyang, Zhuang Yiyi, Fu Zhentao

*State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, School of Mechanic Engineering,*

*Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China*

**Abstract** Owing to its rotational symmetry and imaging invariance, a sphere has unique advantages when used as a spherical target in binocular vision systems. However, the image of a sphere on an image surface is generally an ellipse, rather than a standard circle, and the center of the ellipse does not coincide with the center of the sphere, resulting in errors when the location of the sphere's center is determined. To calculate accurate image coordinates of the center of a sphere to improve positioning accuracy, imaging models of spheres in space are established and analyzed, and a high-precision positioning method for the image of a sphere's center is presented based on the pinhole imaging model and perspective imaging principle. Combined with the focal length of the camera, the image coordinates of a sphere's center can be calculated after distortion correction of the edge points. The influence of edge noise and incomplete edge on this method is simulated and analyzed herein. Finally, the experimental results show that the proposed method can significantly improve the positioning accuracy of an image of a sphere's center; therefore, the proposed method is suitable for the positioning of a spherical target in a binocular vision system and for other applications requiring the accurate positioning of the center of a sphere.

**Key words** measurement; binocular stereo vision; position of the center of a sphere; spherical target; perspective imaging error

**OCIS codes** 150.0155; 150.1135; 080.1753

## 1 引言

基于手持靶标的双目立体视觉测量系统既具有

双目立体视觉测量系统的便携、灵活性高、易操作、效率高等优点, 又具有传统三坐标测量系统接触式测量的优点, 可以对孔洞、凹槽、遮挡等隐藏点进行

收稿日期: 2018-07-19; 修回日期: 2018-07-23; 录用日期: 2018-07-30

基金项目: 国家自然科学基金(61575157)

\* E-mail: zhaohong@xjtu.edu.cn

测量,因此引起了广泛的关注和研究<sup>[1-3]</sup>。在基于手持靶标双目立体视觉测量系统中,手持靶标是核心部件之一,手持靶标上特征点的定位精度直接影响着测量系统的测量精度<sup>[4]</sup>。

现有靶标多为平面靶标,当靶标平面与相机成像平面夹角过大时,测量会降低特征点的提取精度甚至导致特征点提取失败。另外 LED 特征点成像的光亮度与 LED 和相机的相对位置有关,这就使得平面靶标在不同的位姿下求得的特征点中心不稳定,系统精度降低<sup>[5-6]</sup>。由于球体在空间中具有旋转对称性并且轮廓连续性好、能适应一定程度的遮挡等优点<sup>[7]</sup>,因此以球体为基体做成的手持球型靶标能够保证靶标在空间任意位姿下,总是有合适的特征点位于两相机的共同视场中,克服了利用平面靶标进行测量时位姿受限的不足,有利于提高系统测量精度。另外,球体作为标志点,在红外手术导航<sup>[8]</sup>、激光跟踪视觉导引<sup>[9]</sup>中也发挥着重要作用。

但是当相机从不同方位拍摄空间球时,在像面上得到的图像一般并不是一个标准的圆,而是一个椭圆,只有当球心位于光轴上时,投影图像才为标准圆。椭圆的几何中心与球心的成像点并不重合,两者之间的偏差称为球心成像畸变误差<sup>[10-11]</sup>。球心的提取精度直接影响视觉测量系统的测量精度,因此在利用球体作为靶标或者标志点时,准确提取球体球心的成像坐标非常重要。现有球心提取算法中,文献<sup>[8]</sup>、<sup>[12]</sup>和<sup>[13]</sup>通过建立球体针孔成像数学模型,推导了椭圆中心和球心成像点的几何关系,给出两者之间的转换公式,定位时由球体边缘拟合出椭圆的中心点坐标,再转换为球心投影点坐标,该方法需要拟合椭圆,椭圆的拟合精度决定着球心的提取精度;文献<sup>[14]</sup>根据空间球成像模型,研究了球心的透视投影像点与其成像椭圆几何中心之间的误差变化规律,并建立了两者之间的误差补偿模型,根据补偿模型对椭圆几何中心进行补偿,可得到球心成像点,但是该方法在补偿前至少需要 6 个空间球来确定补偿系数,操作起来比较麻烦。

本文通过分析空间球成像模型,结合空间解析几何相关理论,分析了各因素对球心成像畸变误差的影响,并提出了一种新的球心成像点高精度定位方法。该方法利用空间球成像边缘点坐标,经畸变校正后结合相机焦距即可方便快捷地拟合出球心的成像坐标。仿真分析了所提方法对边缘坐标误差的敏感性,以及对球体存在遮挡情况的适用性;最后通过实验验证了该方法的有效

性和实用性。

## 2 空间球成像模型与球心成像点定位

### 2.1 空间球成像模型

在理想情况下,摄像机是针孔模型,由空间球体与摄像机坐标系原点可确定一个以坐标原点为顶点、每条母线均与球体相切的锥体,由于球的对称性,该锥体为正圆锥<sup>[13]</sup>。成像平面与圆锥表面的交线即为球体所成像的边缘。一般情况下,球心不在摄像机光轴上,由于成像平面斜切圆锥,使得其成像边缘并不为圆,而是椭圆,椭圆中心与圆锥轴线不重合,如图 1 所示。其中  $O$  为相机光心, $O$ - $XYZ$  为相机坐标系, $OZ$  为光轴,平面  $\pi$  为成像平面, $S$  为空间球体,球心  $O_1$  成像点为  $C$ , $E$  为成像平面与圆锥表面的交线,一般情况下为一椭圆, $C_1$  为椭圆  $E$  的几何中心, $P_i$  为椭圆边界上任意点。

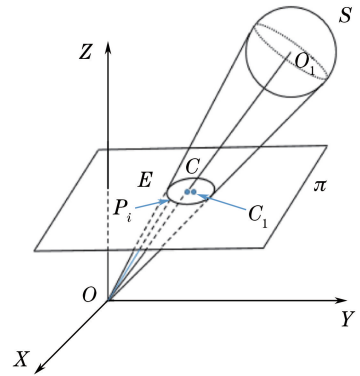


图 1 球体成像模型

Fig. 1 Sphere imaging model

### 2.2 球心成像畸变误差分析

由球体的成像模型可知,影响球心成像畸变误差的主要因素有相机焦距  $f$ 、球体直径  $D$ 、球心与光心距离  $L$  以及光心与球心连线  $OO_1$  与  $Z$  轴的夹角  $\beta$ 。由于球心成像畸变总的误差在  $D$  和  $L$  不变的情况下关于  $Z$  轴具有旋转对称性,因此分析光心与球心连线  $OO_1$  在  $XZ$  面上时,各因素对球心成像畸变误差的影响,如图 2 所示。其中  $O_2$  为图像坐标系原点, $P_k, P_j$  为椭圆  $E$  长轴的两个端点,椭圆中心  $C_1$  为线段  $P_k P_j$  中点<sup>[13]</sup>。光心与球心连线  $OO_1$  与  $Z$  轴夹角为  $\beta$ , $\theta$  为光心和球体所形成正圆锥的半顶角。

由图 2 可知,当球心  $O_1$  不在  $Z$  轴时,由于像面斜切由相机光心与球体组成的正圆锥,球心在像面的投影点  $C$  与椭圆中心  $C_1$  并不重合,线段  $CC_1$  的长度即为球心成像畸变总的偏差。

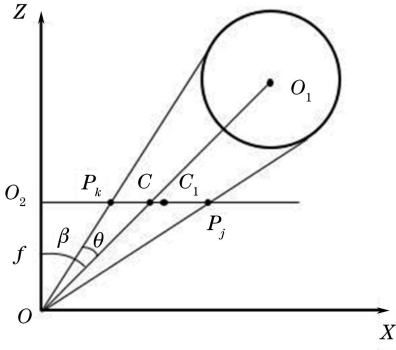


图2 球心成像畸变分析

Fig. 2 Imaging distortion analyze of spherical center

根据几何关系,有

$$\begin{cases} |O_2C| = f \tan \beta \\ |O_2C_1| = \frac{f}{2} [\tan(\beta + \theta) + \tan(\beta - \theta)] = \\ \frac{f \tan \beta (1 + \tan^2 \theta)}{1 - \tan^2 \beta \tan^2 \theta} \\ |CC_1| = f \tan \beta \frac{\tan^2 \theta (1 + \tan^2 \beta)}{1 - \tan^2 \beta \tan^2 \theta} \end{cases}, (1)$$

在第一象限内有  $|O_2C_1| > 0$ , 则  $1 - \tan^2 \beta \tan^2 \theta > 0$ 。

由(1)式可知,当球体直径和位置不变,即  $\beta$  和  $\theta$  保持不变时球心成像畸变误差  $|CC_1|$  随着相机焦距  $f$  的增大而增大。

当增大球体直径或者减小球心到光心距离时,圆锥半顶角  $\theta$  会增大。而在相机焦距  $f$  和  $\beta$  保持不变的情况下,  $|CC_1|$  是关于  $\theta$  的递增函数。因此增大球体直径或者减小球心到光心距离也会增大球心成像畸变误差。

保持  $\theta$  与焦距  $f$  不变,增大光心与球心连线与  $Z$  轴夹角  $\beta$ , 则

$$\frac{\partial f}{\partial \tan \beta} = f \tan^2 \theta \frac{(3 + \tan^2 \theta - \tan^2 \theta \tan^2 \beta) \tan^2 \beta + 1}{(1 - \tan^2 \beta \tan^2 \theta)^2}, (2)$$

由于  $1 - \tan^2 \beta \tan^2 \theta > 0$ , 则  $\partial f / \partial \tan \beta > 0$ , 即  $|CC_1|$  也是关于  $\beta$  的递增函数,球心成像畸变误差随着光心与球心连线与  $Z$  轴夹角的增大而增大。

综上,球心成像畸变误差的主要因素有相机焦距、球体直径、球心与光心距离以及光心与球心连线与  $Z$  轴的夹角。在其他因素不变的情况下,增大相机焦距和球体直径、减小球心与光心距离、增大光心与球心连线与  $Z$  轴的夹角都会增大球心成像畸变误差。

由于球心投影点坐标的解析表达式计算过程比较复杂,本文提出一种直接由球体成像边缘点拟合得到球心投影点坐标的方法,简化了计算步骤,同时具有较高的定位精度。

### 2.3 球心成像点定位

如图1所示,设球心投影点  $C$  坐标为  $(x_c, y_c, f)$ , 任意边缘点  $P_i$  在  $O$ -XYZ 坐标系下坐标为  $(x_i, y_i, f)$ 。根据正圆锥性质,圆锥表面上任意一点与顶点的连线与圆锥轴线的夹角都相等,且等于圆锥半顶角  $\theta$ 。则对任意点  $P_i$  有

$$\angle P_i OC = \theta, (3)$$

$$\overrightarrow{OP_i} = (x_i, y_i, f), \overrightarrow{OC} = (x_c, y_c, f), (4)$$

$$\cos \theta = \frac{(\overrightarrow{OP_i} \cdot \overrightarrow{OC})}{|\overrightarrow{OP_i}| \times |\overrightarrow{OC}|} = \frac{x_i x_c + y_i y_c + f^2}{\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + f^2} \times \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2}}, (5)$$

令  $T = \cos \theta, K_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + f^2}$ , (5)式可化为

$$T = \frac{x_i x_c + y_i y_c + f^2}{K_i \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2}}, (6)$$

则对于每一个边缘点实际  $T_i$  与理想  $T$  的偏差为

$$f_i^2(x_c, y_c, T) = (T - T_i)^2. (7)$$

对于  $n$  个边缘点,根据最小二乘思想,建立目标优化函数为

$$\min F(x_c, y_c, T) = \sum_{i=1}^n f_i^2(x_c, y_c, T), (8)$$

对(8)式进行非线性优化即可解出球心成像点坐标  $(x_c, y_c)$ 。

为简化计算,可令  $T_1 = \sqrt{x_c^2 + y_c^2 + f^2} \times \cos \theta$ , 根据(5)式有

$$T_1 \times K_i = x_i x_c + y_i y_c + f^2, (9)$$

此时该问题简化成了线性方程,便于计算。

对于  $n$  个边缘点将(9)式写成矩阵形式得

$$\mathbf{AP} = \mathbf{B}, (10)$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_i & \cdots & x_n \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_i & \cdots & y_n \\ -K_1 & -K_2 & \cdots & -K_i & \cdots & -K_n \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ T \end{bmatrix}, \mathbf{B} = -[f^2 \quad f^2 \quad \cdots \quad f^2 \quad \cdots \quad f^2]^T,$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ T \end{bmatrix} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{B}, (11)$$

由于矩阵  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  均为已知, 所以由(11)式即可得到球心成像坐标  $(x_c, y_c)$ 。

综上所述, 球靶标球心成像点定位方法如下:

- 1) 对图像进行 Canny 边缘检测, 得到球靶标边缘点坐标;
- 2) 对边缘点坐标进行畸变校正;
- 3) 将校正后边缘点代入(8)式或(11)式中, 结合相机焦距, 即可求出经过畸变校正的球心成像点坐标。

### 3 球心定位算法仿真

#### 3.1 球心成像畸变影响因素仿真

由 2.2 节空间球成像畸变误差分析可知, 影响空间球成像畸变误差的主要因素有相机焦距  $f$ 、球

体直径  $D$ 、球心与光心距离  $L$  以及光心与球心连线  $OO_1$  与  $Z$  轴的夹角  $\beta$ , 下面通过仿真实验对上述分析进行验证。

设相机焦距为 8 mm, 像元尺寸为  $dx = dy = 7.4 \times 10^{-3}$  mm, 球心到光心距离  $L$  为 1000 mm, 在球心与原点连线在  $XOY$  面的投影与  $X$  轴夹角为  $30^\circ$  的条件下, 放置直径  $D$  为 20, 40, 60, 80, 100 mm 的球体。改变球心与光心连线与  $Z$  轴的夹角  $\beta$ , 使其以  $10^\circ$  为间隔从  $0^\circ$  变化到  $50^\circ$ , 计算不同直径的球体在不同位置球心成像畸变误差的大小, 如图 3(a) 所示。保持其他条件不变的情况下, 球心到光心距离  $L$  改为 600 mm, 计算不同直径的球体在不同位置球心成像畸变误差的大小, 如图 3(b) 所示。

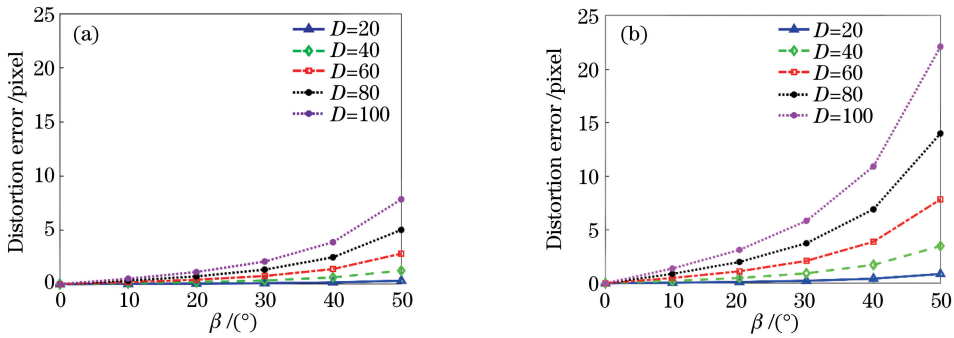


图 3 影响球心成像畸变误差的因素仿真。(a)  $L=1000$  mm; (b)  $L=600$  mm

Fig. 3 Simulation of factors affecting the imaging distortion errors of spherical center. (a)  $L=1000$  mm; (b)  $L=600$  mm

由图 3 可知, 在球体直径一样的情况下, 球心成像畸变误差随着  $\beta$  的增大而增大, 在同一位置处, 球的半径增大会导致畸变误差增大。对比图 3(a) 和图 3(b) 可知, 直径相同的球在夹角  $\beta$  相等的情况下, 球体距离光心越近, 造成的成像畸变误差越大。所以减小球体半径、减小球心与原点连线与  $Z$  轴的夹角  $\beta$ 、增大球体到光心的距离都能减小球心成像畸变误差。而且由图 3 可以看出, 当球的半径较大时, 球心成像畸变误差能达到数个甚至几十个像素, 这在视觉测量领域是不可接受的, 这也证明了校正球心成像畸变误差的必要性。

#### 3.2 所提方法的稳健性分析

由于所提方法不需要拟合椭圆, 直接由边缘像素点的坐标拟合可以得到球心的投影点坐标, 因此边缘点的提取精度是所提方法精度的主要影响因素。为了检验所提方法对边缘提取精度的敏感性, 考察边缘像素点的偏差对球心坐标定位的影响, 进行如下仿真。空间球直径  $D$  为 10 mm, 球心距离光心  $L$  为 600 mm, 分别设定  $\beta$  为  $0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ$ , 设置焦距为 8 mm, 边缘像素点的  $U, V$  坐

标添加均值为 0、方差在  $(0.2, 2)$  变化的随机噪声。每个噪声级别下进行 100 次仿真, 并计算其平均值, 得到添加随机噪声后拟合得到的球心投影点坐标偏差与噪声级别之间的关系, 如图 4 所示。

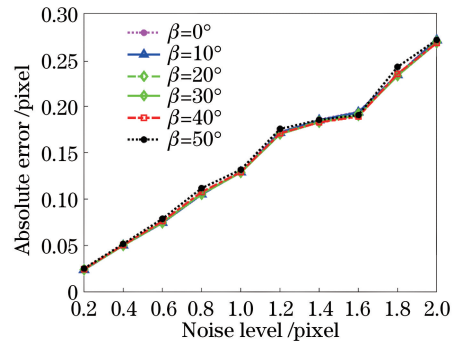


图 4 噪声对所提方法的影响

Fig. 4 Influence of noise on the proposed method

由图 4 可知, 球心成像点定位的偏差与噪声近似呈线性关系, 偏差随着噪声的增大而增大, 在两个像素的噪声影响下, 偏差小于 0.3 pixel, 而且噪声对处于不同位置的球的影响大致相同。边缘点坐标误差小于 1 pixel 情况下, 拟合出的球心坐标平均偏差

小于 0.15 pixel,说明所提方法对噪声敏感性较弱,具有很好的稳健性。

在实际测量中,可能会存在遮挡,出现球体边缘提取不完整的情况,这里对边缘提取不完整的情况进行仿真模拟。空间球直径  $D$  为 10 mm,球心距离光心  $L$  为 600 mm, $\beta$  为  $20^\circ$ ,边缘缺失比例从 0~50%,对边缘添加均值为 0、方差在 (0.2, 2) 变化的随机噪声,计算所提方法产生的误差,结果如图 5 所示。

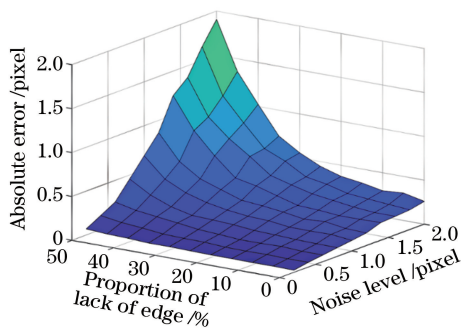


图 5 边缘缺失下噪声对所提方法的影响

Fig. 5 Influence of noise on the proposed algorithm under missing edge

由图 5 可知,在同样的边缘缺失比例下,噪声的增大会加大球心坐标提取偏差;在同样的噪声下,边缘缺失比例的增大也会加大球心坐标提取偏差,在边缘缺失 50%,边缘噪声方差为 2 的情况下,所提方法平均误差小于 2 pixel。说明所提方法在总体上具有很好的稳健性,在一定的边缘缺失情况下仍能保持很高的球心定位精度。

## 4 实验及结果

本实验中摄像机采用 Vieworks 公司的 VH-16MG2-M4A0,其分辨率为  $4872 \text{ pixel} \times 3248 \text{ pixel}$ ,像素单元尺寸为  $7.4 \mu\text{m} \times 7.4 \mu\text{m}$ ,通过 Gige 接口采集数据。采用直径为 40 mm、外径尺寸精度为  $\pm 0.05 \text{ mm}$  的标准乒乓球作为空间球,电位移平台采用微纳光科 VM230TA400M,重复定位精度为  $5 \mu\text{m}$ ,实验图像如图 6 所示。

在实验前需要对相机进行标定,计算出相机的焦距和畸变系数,本实验利用 MATLAB 标定工具箱对双目相机进行标定。实验过程如下:

1) 将球体固定在精密位移平台上,调整相机视场与焦距,使球体能够清晰成像,开始时使球体成像于像面的左半部分。

2) 以 10 mm 为间隔,使位移平台由左向右移动,共移动 100 mm,球体每移动至一个位置时,拍摄一组图像,本实验共拍摄了 11 组图像。

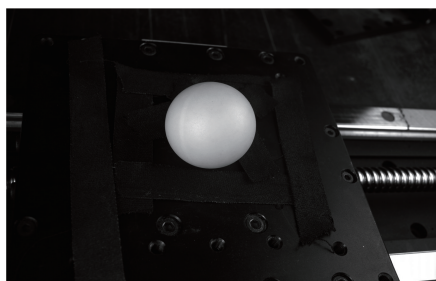


图 6 实验图像

Fig. 6 Experimental image

3) 对拍摄到的球体利用 Canny 算子进行边缘检测,得到边缘像素坐标,并进行畸变校正。

4) 对校正后的边缘坐标利用最小二乘法进行椭圆拟合得到椭圆中心坐标,并利用所提方法进行拟合,得到拟合后的坐标。

5) 将得到的椭圆中心坐标和所提方法拟合得到的坐标进行三维还原,得到 11 个位置的球体中心在世界坐标系下的空间三维坐标。

表 1 为左图像上分别利用传统算法和所提方法得到的球心成像坐标, $U$ 、 $V$  分别代表球心成像坐标在图像上的横坐标和纵坐标; $\delta U$ 、 $\delta V$  为所提方法得到的中心坐标与椭圆中心坐标的差值。位置 1 时,球体处于图像左边偏上的位置,理论上实际球心投影点会在椭圆中心右下方;随着球体向右移动,椭圆中心与光心连线与  $Z$  轴的夹角越来越小,在球体直径不变、距离近似相等的情况下,椭圆中心与实际球心投影点之间偏差越来越小;在位置 7 和 8 时,球体靠近图像中心时,偏差近似为 0;随后球体移动到图像的右半部分,椭圆中心相对于实际的投影中心偏右,需向左进行校正。因此,本实验利用所提方法拟合出的球心成像点坐标与椭圆中心坐标之间的位置关系符合理论分析。

对左右图像上利用两种方法得到的中心点进行三维还原,得到球心的三维坐标。分别计算相邻位置球心之间的距离  $D_1$  和位置  $i+1$  与位置 1 之间的距离与理论值之间的差值  $D_2$ , $D_2$  代表球心移动累积偏差, $D_1$  和  $D_2$  表达式分别为

$$D_1(i) = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2}, \quad (12)$$

$$D_2(i) = \sqrt{(x_{i+1} - x_1)^2 + (y_{i+1} - y_1)^2 + (z_{i+1} - z_1)^2} - 10i, \quad (13)$$

式中  $i=1, 2, \dots, 10$ ,  $(x_i, y_i, z_i)$  表示第  $i$  个位置球体中心坐标。实验结果如图 7 所示。

表1 传统方法和所提方法结果对比

Table 1 Comparison between the results of the traditional method and proposed method

Position	Traditional method		This method		Deviation	
	$U$ /pixel	$V$ /pixel	$U$ /pixel	$V$ /pixel	$\delta U$ /pixel	$\delta V$ /pixel
1	1011.645	1504.673	1020.879	1506.280	9.233	1.607
2	1242.101	1511.797	1249.051	1513.302	6.950	1.505
3	1466.341	1518.751	1471.532	1520.134	5.191	1.383
4	1684.681	1525.544	1688.437	1526.826	3.756	1.282
5	1897.332	1532.177	1899.891	1533.375	2.559	1.197
6	2104.375	1538.627	2105.917	1539.747	1.543	1.119
7	2305.876	1544.915	2306.514	1545.976	0.639	1.061
8	2501.875	1551.030	2501.705	1552.036	-0.170	1.006
9	2692.429	1557.026	2691.508	1557.984	-0.921	0.959
10	2877.649	1562.838	2876.013	1563.757	-1.637	0.919
11	3057.659	1568.487	3055.332	1569.362	-2.327	0.875

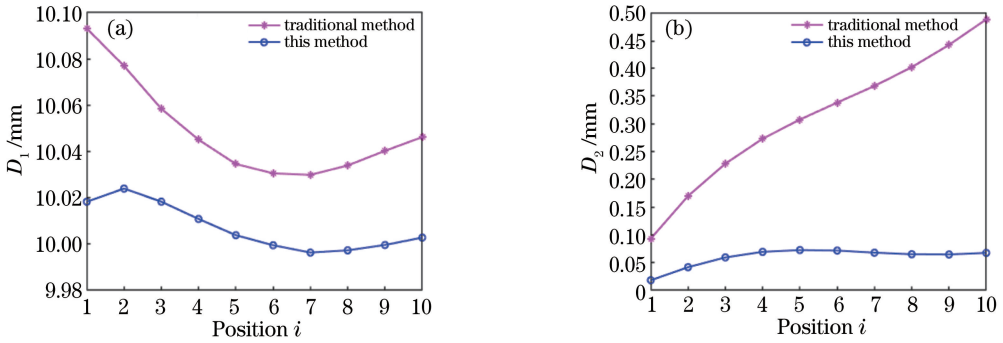


图7 实验结果。(a)相邻位置移动距离;(b)累积偏差

Fig. 7 Experimental results. (a) Distance between adjacent positions; (b) cumulative deviation

由图 7(a)可知,利用所提方法计算出的相邻位置之间距离与标准距离(10 mm)的偏差要明显小于利用椭圆中心代替球心投影中心计算出的距离。统计计算表明,利用椭圆中心计算出的  $D_1$  平均值为 10.049 mm,而利用所提方法计算出的  $D_1$  平均值为 10.007 mm,与真实距离 10 mm 相比偏差为 0.007 mm。

由图 7(b)可知,利用椭圆中心计算出的累积偏差随着位移的增大而增大,位移为 100 mm 时,计算出的偏差为 0.488 mm;而利用所提方法计算出的累积偏差要明显小于利用椭圆中心计算出的累积偏差,而且随着位移的增大变化幅度很小,位移为 100 mm 时,累积偏差仅为 0.068 mm。

上述实验说明,在相同的测量条件下,所提方法对球心坐标的定位精度要明显优于传统方法。

为了验证所提方法在边缘缺失情况下的适用性,这里去除 1/4 的边缘点,重新进行上述计算,如图 8 所示。表 2 为传统方法和所提方法利用完整边缘算出的球心三维坐标和所提方法利用去除 1/4 边

缘点后算出的球心三维坐标,实验结果如图 9 所示。

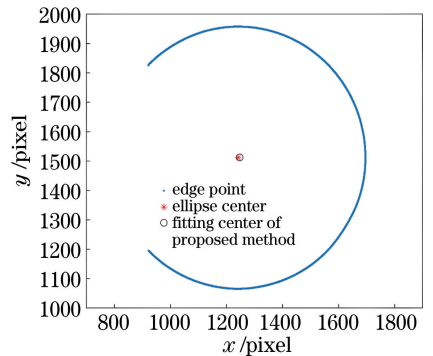


图8 去除 1/4 球体图像边缘

Fig. 8 Sphere image after removing 1/4 of the edge

由表 2 及图 9 可知,在去除 1/4 边缘点后,利用所提方法计算得到的球心坐标相邻位置平均距离为 10.01 mm,累积偏差为 0.1 mm,定位精度略低于利用完整边缘点得到的球心坐标,但仍明显优于传统方法。本实验能够说明所提方法的适用性强,在存在一定边缘缺失的情况下也能得到良好的定位结果。

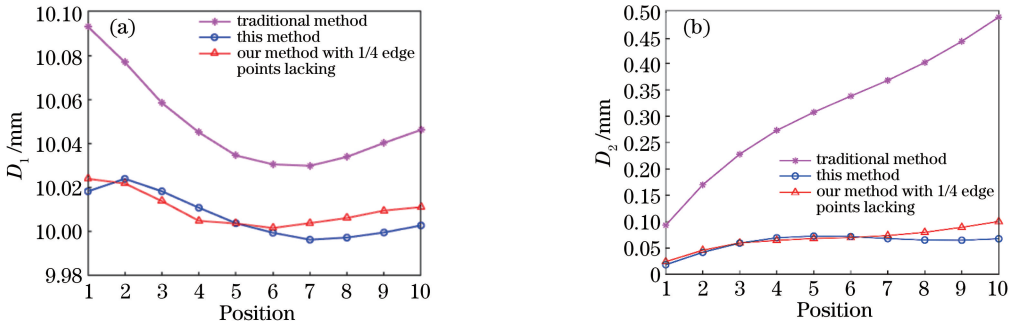


图 9 去除 1/4 边缘后实验结果。(a)相邻位置移动距离;(b)累积偏差

Fig. 9 Experimental results after removing 1/4 edges. (a) Distance between adjacent positions; (b) cumulative deviation

表 2 去除 1/4 边缘点前后结果对比

Table 2 Comparison of the results before and after the removal of 1/4 edge points

Traditional method (complete edge)			Proposed method (complete edge)			Proposed method (1/4 edges missing)		
$x/mm$	$y/mm$	$z/mm$	$x/mm$	$y/mm$	$z/mm$	$x/mm$	$y/mm$	$z/mm$
-62.868	-5.101	233.666	-62.432	-5.008	233.572	-62.543	-5.086	233.820
-53.424	-4.888	237.221	-53.119	-4.821	237.261	-53.157	-4.849	237.333
-43.964	-4.661	240.688	-43.753	-4.597	240.824	-43.756	-4.621	240.797
-34.506	-4.432	244.103	-34.362	-4.366	244.306	-34.354	-4.387	244.237
-25.057	-4.199	247.504	-24.962	-4.135	247.743	-24.954	-4.153	247.653
-15.621	-3.965	250.910	-15.565	-3.901	251.164	-15.559	-3.916	251.082
-6.197	-3.726	254.337	-6.173	-3.661	254.590	-6.173	-3.673	254.529
3.217	-3.485	257.789	3.211	-3.420	258.025	3.208	-3.427	257.994
12.624	-3.238	261.270	12.589	-3.172	261.481	12.587	-3.175	261.474
22.030	-2.986	264.775	21.963	-2.920	264.954	21.963	-2.918	264.967
31.436	-2.730	268.294	31.335	-2.665	268.441	31.336	-2.658	268.477

## 5 结 论

结合球体的透视成像模型,以正圆锥表面上任一点与圆锥顶点的连线和圆锥轴线夹角不变的原理为约束,提出了一种能够对球心坐标进行高精度定位的方法。仿真分析了各因素对球心投影畸变的影响,通过对不完整边缘的拟合效果进行模拟,验证了所提方法的稳健性;实验表明,所提方法对球心成像点的校正方向和大小与理论分析一致,对球体中心具有良好的定位效果,且以去除 1/4 边缘点为例,验证了所提方法在一定比例边缘点缺失的情况下,仍能达到很高的定位精度。该方法定位精度高,稳健性好,计算简单,并且能够适用与一定程度的边缘遮挡的情况,具有较高的工程应用价值。需要注意的是,在实际应用中如果光场分布不均匀,导致球体边缘整体误差较大,将会对所提方法的定位精度造成一定的影响。

## 参 考 文 献

[1] Zheng X C, Zhao M, Feng S H. Two-step calibration

of probe tip center of planar target [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(1): 011201.

郑兴纯, 赵敏, 冯少华. 平面靶标测头中心的两步法标定[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(1): 011201.

[2] Fu S, Zhang L Y, Ye N, *et al.* A flexible approach to light pen calibration for a monocular-vision-based coordinate measuring system [J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(12): 125006.

[3] Chen Y, Lin J R, Gao Y, *et al.* A hybrid of vision and inclination sensor method for estimating relative pose [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(12): 1212003.

陈洋, 林嘉睿, 高扬, 等. 视觉与倾角传感器组合相对位姿测量方法[J]. 光学学报, 2015, 35(12): 1212003.

[4] Zhang W Y. Research on key technologies of light pen binocular stereo vision measurement system [D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University, 2013.

张文寅. 光笔式双目立体视觉测量系统关键技术研究[D]. 天津: 天津工业大学, 2013.

[5] Ma Y Y, Zhao H, Gu F F, *et al.* Center extraction

- deviation correction of SMD-LEDs in the target-based vision measurement system[J]. *Measurement Science and Technology*, 2017, 28(4): 045012.
- [6] Zhao H, Li C G, Chen Z T, *et al.* Design of collimating lens with uniform illumination for LED based on double freeform surface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(4): 0422001.  
赵欢, 李长庚, 陈志涛, 等. 基于双自由曲面的LED均匀照明准直透镜设计[J]. *光学学报*, 2017, 37(4): 0422001.
- [7] Zhao Y T, Sun J H, Chen X, *et al.* Camera calibration from geometric feature of spheres [J]. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2014, 40(4): 558-563.  
赵云涛, 孙军华, 陈勛, 等. 基于球几何特征的摄像机内参分步标定方法[J]. *北京航空航天大学学报*, 2014, 40(4): 558-563.
- [8] Zheng Y Q. Theory and method for high-accuracy infrared-based surgical navigation system [D]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University, 2009.  
郑银强. 红外手术导航仪的高精度定位理论与方法[D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
- [9] Wei Z Z, Sun W, Zhang G J, *et al.* Method for finding the 3D center positions of the target reflectors in laser tracking measurement system based on vision Guiding[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2012, 41(4): 929-935.  
魏振忠, 孙文, 张广军, 等. 激光跟踪视觉导引测量中靶标球球心定位方法[J]. *红外与激光工程*, 2012, 41(4): 929-935.
- [10] Wei Z Z, Zhang G J. A distortion error model of the perspective projection of ellipse center and its simulation [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2003, 24(2): 160-164.  
魏振忠, 张广军. 透视投影变换中椭圆中心畸变误差模型及其仿真研究[J]. *仪器仪表学报*, 2003, 24(2): 160-164.
- [11] Han J D, Yang H J. Analysis method for the projection error of circle center in 3D vision measurement[J]. *Computer Science*, 2010, 37(12): 247-249.  
韩建栋, 杨红菊. 三维视觉测量中圆中心投影误差分析方法[J]. *计算机科学*, 2010, 37(12): 247-249.
- [12] Sun J H, He H B, Zeng D B. Global calibration of multiple cameras based on sphere targets [J]. *Sensors*, 2016, 16(1): 77.
- [13] Liu S G, Song X X, Han Z H. High-precision positioning of projected point of spherical target center[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(8): 1861-1870.  
刘书桂, 宋宣晓, 韩振华. 球形靶标中心成像点的高精度定位[J]. *光学精密工程*, 2016, 24(8): 1861-1870.
- [14] Gu F F, Zhao H, Bu P H, *et al.* Analysis and correction of projection error of camera calibration ball [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(12): 1215001.  
谷飞飞, 赵宏, 卜鹏辉, 等. 用于相机标定的球靶标投影误差分析与校正[J]. *光学学报*, 2012, 32(12): 1215001.