

基于自适应重投影误差单目位姿优化算法

周单*, 董秀成, 张帆, 陈威

西华大学电气与电子信息学院, 四川 成都 610039

摘要 为满足高速复杂流场中投放物位姿高精度测量的要求,分析了图像噪声对位姿估计误差的影响。在传统非线性优化位姿算法的基础上,提出了自适应重投影误差的单目位姿估计优化方法。该方法以位姿估计初值为中心设置了约束区间,建立新的罚函数将约束非线性优化转化为无约束非线性优化,分析像平面重投影误差与约束区间的关系并建立相应的数学模型,根据模型自动调约束区间,基于自适应重投影误差对位姿估计参数进行约束非线性优化。仿真结果表明,该方法在不同大小图像噪声下的重投影误差和位姿估计参数都有最优解,且优于传统非线性优化算法,具有较高的位姿估计精度。

关键词 测量; 单目视觉; 位姿估计; 非线性优化; 重投影误差

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.021204

Monocular Pose Optimization Algorithm Based on Adaptive Reprojection Error

Zhou Dan*, Dong Xiucheng, Zhang Fan, Chen Wei

School of Electrical and Electronic Information, Xihua University, Chengdu, Sichuan 610039, China

Abstract This study analyzes the effects of image noise on pose estimation error to meet the requirements of high-accuracy pose measurements in high-speed complex flow fields. A monocular pose estimation optimization algorithm of adaptive reprojection error is proposed based on the traditional nonlinear optimization pose algorithm. In the algorithm, the initial value of pose estimation is set as the center, wherein the constraint interval is set. A new penalty function is formulated to transform the constrained nonlinear optimization into an unconstrained nonlinear optimization. The relation between the image reprojection error and constraint interval is analyzed; then, the corresponding mathematical model is built based on the analysis results. The constraint interval is automatically adjusted according to the model to optimize the parameters of pose estimation for the constrained nonlinear adaptive reprojection error. The simulation results reveal that the proposed algorithm provides an optimal solution for the reprojection error and pose estimation parameters under different image noise levels. The proposed algorithm is superior to the traditional nonlinear optimization algorithm and has higher pose estimation accuracy.

Key words measurement; monocular vision; pose estimation; nonlinear optimization; reprojection error

OCIS codes 120.4820; 150.1135; 150.148; 110.4280

1 引言

高速复杂流场中运动物位姿测量是确定运动物飞行轨迹、运动模态等气动性能的重要手段,为运动物分离特性分析提供了实验数据与方法验证。因投放物在高速复杂流场中受到流动分离、流激震荡等复杂流动的影响,投放物位姿高精度测量的难度很大^[1-4]。近年来,视觉位姿测量具有测量范围广、对实

验模型设计无特殊要求、不改变模型气动外形、测量场景灵活、测量精度高等优点,受到国内外风洞机构的广泛关注。基于视觉位姿的高精度测量在国防安全、航空航天、工业自动化等领域具有重要研究意义^[5-6]。

视觉位姿测量技术是以计算机视觉为基础的新型测量技术,是由面阵 CCD 相机、数字图像处理技术和位姿估计算法组成的非接触式测量技术^[7-8]。视觉位姿测量系统一般分为单目和双目(多目)测

收稿日期: 2018-07-04; **修回日期:** 2018-07-24; **录用日期:** 2018-08-02

基金项目: 四川省科技厅重点项目(2018JY0463)、四川省信号与信息处理重点实验室开放研究基金项目(szjj2017-003)、教育部“春晖计划”科研项目(Z2017076)、西华大学“西华杯”大学生创新创业项目(2018010)

* **E-mail:** 1076794241@qq.com

量。单目视觉测量相比双目视觉测量具有系统结构简单、视场范围大、相机标定简单等优点。在实际运用中,摄像机内参数标定误差和像点坐标的测量误差导致位姿测量存在误差。为了提高单目视觉位姿测量精度,吴凡路等^[9]采用模型像点、物点、相机成像模型的共线约束,以重投影误差最小作为目标函数,采用非线性优化得到相机参数最优解;郝颖明等^[10]研究 P3P 位姿测量误差与输入误差的关系,得到图像坐标误差和相机内参数误差对位姿测量误差的影响较大;霍炬等^[11-12]分析像点噪声的各向异性且非独立分布,建立像点测量误差不确定性加权位姿估计目标函数,运用改进的两段式迭代算法,对刚体位姿测量进行优化,并对测量误差进行分析。

以经典迭代算法求位姿估计问题时,以参考点与之对应的像点和摄影中心点三点共线为约束条件,作为目标方程,建立像(物)空间重投影误差优化函数。利用 Gauss-Newton(GN)算法和 Levenberg-

Marquardt 法等非线性优化算法求解^[13-14]。用位姿解算算法提供良好初值,分析图像噪声对位姿估计参数的影响,全局最优解在初值附近的一定区间范围内。本文在传统非线性优化位姿算法基础上,提出了基于自适应重投影误差的单目位姿估计优化方法。该方法以位姿估计初值为中心设置约束区间,建立新的罚函数,将约束非线性优化转化为无约束非线性优化,分析像平面重投影误差与约束区间的关系,并建立相应的数学模型。根据模型自动调节约束区间,基于自适应重投影误差对位姿估计参数进行约束非线性优化。仿真结果表明,本文方法具有精度高、对图像噪声稳健性强的位姿估计参数。

2 经典迭代优化算法

经典迭代优化算法以像平面重投影误差建立优化目标函数。根据相机成像原理,由空间物点、投影中心点和像点建立共线方程,方程为

$$\begin{cases} x - x_0 + \Delta x = -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \\ y - y_0 + \Delta y = -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} \end{cases}, \quad (1)$$

式中:\$(x, y)\$为像点的像平面坐标, \$(x_0, y_0, f)\$为摄像机的内方位元素, \$(\Delta x, \Delta y)\$为畸变矫正系统误差, \$(X_s, Y_s, Z_s)\$为摄影中心点在世界坐标系下坐标值, \$a_i, b_i, c_i\$ (\$i=1, 2, 3\$)为像片的外方位元素,即世界坐标系到像空间坐标系旋转矩阵元。

在实际运用中,由于像点存在测量误差与位姿估计误差,根据(1)式可得重投影像点坐标为

$$\begin{cases} x' = -f \frac{a_1(X - X_s) + b_1(Y - Y_s) + c_1(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} - x_0 + \Delta x \\ y' = -f \frac{a_2(X - X_s) + b_2(Y - Y_s) + c_2(Z - Z_s)}{a_3(X - X_s) + b_3(Y - Y_s) + c_3(Z - Z_s)} - y_0 + \Delta y \end{cases}, \quad (2)$$

式中:\$(x', y')\$为重投影像平面坐标,(2)式外方位元素以旋转矩阵形式表示,则旋转矩阵由欧拉角分别表示为

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\kappa \mathbf{R}_\omega \mathbf{R}_\varphi = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中 \$\mathbf{R}_\kappa, \mathbf{R}_\omega, \mathbf{R}_\varphi\$ 分别定义为

$$\mathbf{R}_\kappa = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_\omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_\varphi = \begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & -\sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中欧拉角 \$(\varphi, \omega, \kappa)\$ 分别是绕 \$Y, X, Z\$ 轴的旋转角度,则欧拉角为

$$\begin{cases} \varphi = \arctan\left(\frac{a_3}{c_3}\right) \\ \omega = \arcsin(-b_3) \\ \kappa = \arctan\left(\frac{b_1}{b_2}\right) \end{cases}. \quad (5)$$

为了提高位姿估计的精度,对位姿参数进行优化。传统非线性优化算法建立的像平面重投影误差最小目标函数为

$$\min F(\varphi, \omega, \kappa, X_s, Y_s, Z_s) = \min \sum_{i=1}^m \|(x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)\|^2, \quad (6)$$

式中： $\varphi, \omega, \kappa, X_s, Y_s, Z_s$ 均属于实数集，为优化参数。(6)式为多目标非线性优化方程组，解此方程组一般采用非线性最小二乘 L-M 或 Gauss-Newton

算法^[13-14]。对于(6)式参考点大于 3 时为超定方程组，采用 Gauss-Newton 解算时，其 Gauss-Newton 方向 $d^{(k)}$ 满足

$$\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k d^{(k)} = -\mathbf{A}_k^T \mathbf{F}^{(k)}, \quad (7)$$

式中： \mathbf{A}_k 为一阶偏导数，表示为

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial F_0^{(k)}}{\partial Z_s} \\ \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial F_1^{(k)}}{\partial Z_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial F_m^{(k)}}{\partial Z_s} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中， k 为迭代次数，如果 $\left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \varphi}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \omega}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \kappa}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial X_s}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Y_s}, \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial Z_s}\right)$ 为列线性无关^[15]，则 $\mathbf{A}^{(k)}$ 为列满秩，此时逆矩阵 $(\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k)^{-1}$ 存在且(7)式 $d^{(k)}$ 有唯一解。

3 自适应重投影误差位姿优化

3.1 罚函数建立

在非线性最小二乘优化算法中，其中是以一阶导数或者相反的方向为下降方向寻找最优解，根据实际物理意义，用位姿解算算法提供初值，全局最优解在初值附近的一定区间范围内。为此，根据(6)式目标函数，对位姿参数建立约束区间，则新的目标方程为

$$\begin{cases} \min F(\varphi, \omega, \kappa, X_s, Y_s, Z_s) = \min \sum_{i=1}^m \|(x'_i, y'_i) - (x_i, y_i)\|^2 \\ \text{s.t. } g_1(\varphi) = |\varphi - \varphi_0| - |u \times \varphi_0| \leq 0 \\ g_2(\omega) = |\omega - \omega_0| - |u \times \omega_0| \leq 0 \\ g_3(\kappa) = |\kappa - \kappa_0| - |u \times \kappa_0| \leq 0 \\ g_4(X_s) = |X_s - X_{s0}| - |u \times X_{s0}| \leq 0 \\ g_5(Y_s) = |Y_s - Y_{s0}| - |u \times Y_{s0}| \leq 0 \\ g_6(Z_s) = |Z_s - Z_{s0}| - |u \times Z_{s0}| \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中： $(\varphi_0, \omega_0, \kappa_0, X_{s0}, Y_{s0}, Z_{s0})$ 为位姿估计初值。以 X_s 为例， $g_i(X_s)$ 为 6 个外方位元素约束区间， $|X_s - X_{s0}|$ 表示为约束区间中心点， $|u \times X_{s0}|$ 为约束半径，其中 u 为约束半径比例系数，用以确定约束区间大小。

针对(9)式所示不等式约束非线性优化问题，优

化目标函数的迭代点在约束区间可行域内搜索，可采用内点罚函数^[16-17]求解约束非线性优化方程，将约束条件作为罚项，(6)式可定义为增广目标函数

$$G(x, r_k) = F(x) + r_k B(x), \quad (10)$$

式中： $B(x)$ 为罚项； r_k 为惩罚因子； x 代表 6 维位姿参数。。当观测值 x 在可行域内， r_k 是一序列递减正数，即

$$\begin{aligned} r_0 > r_1 > \dots > r_k > r_{k+1} > \dots > 0, \\ r_0 > r_1 > r_k > r_{k+1} > \dots > 0, \lim_{k \rightarrow \infty} r_k = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

在迭代过程中，惩罚因子是单调下降序列，求解(9)式约束优化问题可转换求解以下无约束优化问题，即

$$\min_{k \rightarrow \infty} \{F(x) + r_k B(x)\} = \min F(x), \quad (12)$$

当观测值 x 趋向可行域边界时， $B(x) \rightarrow \infty$ ，形成“围墙”阻止迭代点越出边界，使得(12)式的解在可行域内。

根据以上分析函数 $B(x)$ 的特点，定义罚项

$$B(x) = \sum_{i=1}^m \left| \frac{a \times \lg(1+R)}{b \times g_i(x)} \right|, \quad (13)$$

式中以约束条件 $g_i(x)$ 作为罚项基本形式， a, b 为常数作为调节因子，考虑到外方位元素线元素与角元素取值范围不同，会出现大数吃小数现象，则在分子乘以 $\lg(1+R)$ ， R 为约束半径即 $u \times x_0$ 。当 x 取值在约束区间内， $B(x)$ 是个较小的数，当 x 取值靠近约束区间的边界时， $B(x)$ 为较大的数，从而达到罚函数约束效果。

对于(9)式约束目标方程通过构建罚函数转换为(12)式无约束优化目标方程，采用 Gauss-Newton 解算时，其一阶偏导数矩阵为

$$\mathbf{A}'_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial \varphi} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial \omega} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial \kappa} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial X_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial Y_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_0^{(k)}}{\partial Z_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Z_s} \\ \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial \varphi} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial \omega} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial \kappa} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial X_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial Y_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_1^{(k)}}{\partial Z_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Z_s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial \varphi} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \varphi} & \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial \omega} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \omega} & \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial \kappa} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial \kappa} & \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial X_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial X_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial Y_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Y_s} & \frac{\partial \mathbf{F}_m^{(k)}}{\partial Z_s} + r_k \frac{\partial \mathbf{B}^{(k)}}{\partial Z_s} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中在每一列加上同一个常数,则 $\text{rank}(\partial \mathbf{B} / \partial x) = 1$ 。设对应极大无关组为 \mathbf{b} , (8)式偏导数矩阵为列线性无关,则 $\text{rank}(\mathbf{A}'_k) = 6$, 设对应极大无关组 $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6)$ 。(14)式列向量组可由 $(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4, \mathbf{a}_5, \mathbf{a}_6)$ 和 \mathbf{b} 线性表示为

$$(\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}, \mathbf{a}_2 + p_1 \mathbf{b}, \mathbf{a}_3 + p_2 \mathbf{b}, \mathbf{a}_4 + p_3 \mathbf{b}, \mathbf{a}_5 + p_4 \mathbf{b}, \mathbf{a}_6 + p_5 \mathbf{b}), \quad (15)$$

式中 $p_i (i=1, \dots, 5)$ 为常数, (15)式列向量用线性相关定义可证明^[18]

$$\lambda_1(\mathbf{a}_1 + \mathbf{b}) + \lambda_2(\mathbf{a}_2 + p_1 \mathbf{b}) + \lambda_3(\mathbf{a}_3 + p_2 \mathbf{b}) + \lambda_4(\mathbf{a}_4 + p_3 \mathbf{b}) + \lambda_5(\mathbf{a}_5 + p_4 \mathbf{b}) + \lambda_6(\mathbf{a}_6 + p_5 \mathbf{b}) = \mathbf{0}, \quad (16)$$

因 $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, $p_i (i=1, \dots, 5)$ 为常数, 当且仅当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = \lambda_6 = 0$, 则(15)式列向量线性无关, \mathbf{A}'_k 列满秩, 逆矩阵 $(\mathbf{A}'_k{}^T \mathbf{A}'_k)^{-1}$ 存在, 此时(7)式 $\mathbf{d}^{(k)}$ 有唯一解。

3.2 重投影误差与约束区间模型

位姿参数约束区间取值原则是指所有位姿估计误差均包含在约束范围内。由(2)式共线方程得知像点噪声会引起位姿估计误差, 从而存在重投影误差, 重投影误差越大, 约束区间越大, 反之则约束区间越小。为此根据重投影误差大小找出对应的约束区间, 算法如下:

1) 假设内参数已知, 指定位姿估计参数的初始值 $(\varphi_0, \omega_0, \kappa_0, X_s, Y_s, Z_s)$ 、由共线方程(2)式和欧拉角转换(4)式和(5)式得重投影误差初始值 r_{err_0} 、罚项调节因子 $a < 0, b \neq 0$ 、初始约束区间比例系数 u_0 (根据重投影误差取得较大值对应的 u_0 , 大部分重投影误差小于较大值, 即对应的约束区间比例系数小于 u_0 对应的约束区间), 步长因子 $\beta > 0$ 。令 $u_0 = 4, \beta = 0.1, a = 0.2, b = 1$ 。

2) 通过构造罚函数将约束优化目标方程(7)式转换成求解无约束优化目标方程(10)式, 设定初始罚因子 $r_1 > 0$ 及缩小系数 $c < 1$ ^[19]。令 $r_1 = 1, c = 0.1$ 。

3) 采用参考文献[13-14]中 Gauss-Newton 算法迭代求解(10)式无约束优化目标方程得到极小点 $x^{(k)}$ 。

4) 若 $|G(x^{(k)}, r_k) - G(x^{(k-1)}, r_k)| / G(x^{(k)}, r_k) \leq \epsilon$, 则转到步骤 5); 否则, 令 $r_{k+1} = c \times r_k$, 转到步骤 3)。

5) 根据当前极小点 $x^{(k)}$, 由共线方程(2)式和欧拉角转换(4)式和(5)式得重投影误差 r_{err_j} 。

6) 若 r_{err_j} 小于设定的收敛极限, 输出当前约束区间比例系数 u_j 和重投影误差初始值 r_{err_0} 。否则, 如果 $r_{\text{err}_j} \geq r_{\text{err}_{j-1}}$, 则令 $u_{j+1} = u_j + \beta$; 如果 $r_{\text{err}_j} < r_{\text{err}_{j-1}}$, 则令 $u_{j+1} = u_j - \beta$; 返回步骤 2) 重新计算。

统计不同大小的重投影误差与对应最佳约束半径实验数据, 利用 Matlab 拟合工具箱中多项式拟合重投影误差与约束半径函数关系式, 即

$$u(x) = u_1 x^n + u_2 x^{n-1} + \dots + u_n x + u_{n+1}. \quad (17)$$

3.3 自适应重投影误差优化

以位姿算法解算位姿参数作为初始值, 通过重投影误差与约束区间模型自动调节约束区间, 再根据罚函数将约束非线性优化转换为无约束非线性优化。自适应重投影算法如下:

1) 假设内参数已知, 指定位姿估计参数的初始值 $(\varphi_0, \omega_0, \kappa_0, X_s, Y_s, Z_s)$, 由共线方程(2)式和欧拉角转换(4)式和(5)式得重投影误差初始值 r_{err_0} 。根据(17)式中重投影误差与约束区间数学模型可得到 r_{err_0} 对应约束区间比例系数 u 。

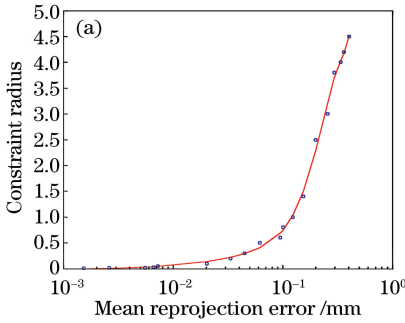
2) 根据约束区间构成罚函数 $B(x)$, 求解(12)式无约束优化目标方程。设定罚因子 r 及缩小系数 c 和调节因子 a, b , 令 $r_0 = 1, c = 0.1, a = 0.2, b = 1$ 。

3) 采用参考文献[13-14]中 Gauss-Newton 算法迭代求解(12)式无约束优化目标方程得到极小点 $x^{(k)}$ 。

4) 若 $|G(x^{(k)}, r_k) - G(x^{(k-1)}, r_k)| / G(x^{(k)}, r_k) \leq \epsilon$, 输出当前位姿估计值 $x^{(k)}$, 否则, 令 $r_{k+1} = c \times r_k$, 转到步骤 3) 进行下一次迭代。

4 仿真实验分析

数值仿真实验采用 MatlabR2014 进行模拟, 使用的虚拟相机的分辨率为 $640 \text{ pixel} \times 480 \text{ pixel}$, 其等效焦距 f 为 55, 参考点在相机坐标系区域 $[-2, 2] \times [-2, 2] \times [4, 8]$ 中随机产生, 旋转矩阵真值 R_t 以弱透视模型计算, 平移向量 t_t 为参考点在相机坐标系下坐标值均值, 参考点的世界坐标通过旋转矩阵 R_t 和平移向量 t_{true} 计算。在像平面参考点中加入 0 均值标准差 σ 的高斯噪声, 采用正交迭代算法 (OI)^[20] 作为非线性优化的初值。根据 (4) 式和 (5) 式将旋转矩阵以欧拉角和线元素形式表示, 通过 (2) 式计算像点坐标, 以旋转矩阵和平移向量估计误差作为评价指标, 计算为



$$E(\mathbf{R}) = 2 \arccos [0.5 \sqrt{1 + \text{tr}(\mathbf{R}\mathbf{R}^T)}], \quad (18)$$

$$E(\mathbf{t}) = |\mathbf{t}_t - \mathbf{t}| / |\mathbf{t}_t|, \quad (19)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示求取矩阵的迹。

首先根据经验建立重投影误差与约束区间数学模型, 在仿真实验中主要通过比较非线性最小二乘 Gauss-Newton 算法和本文罚函数约束非线性优化算法, 来验证罚函数约束非线性优化算法有效性。

通过设置参考点个数和高斯噪声大小得到不同的重投影误差值, 根据 3.2 节重投影误差大小确定与之对应约束区间的算法, 得到约束区间与重投影误差变化的散点关系, 如图 1 所示。

将图 1 中约束区间与重投影误差的散点数据通过 Matlab 拟合工具箱中 (17) 式进行拟合, 根据误差平方和与复相关系数确定多项式的阶数, 最大重投影误差、均值重投影误差与约束区间的数学模型均为五阶多项式, 五阶多项式的系数如表 1 所示。五阶多项式的曲线如图 1 所示。

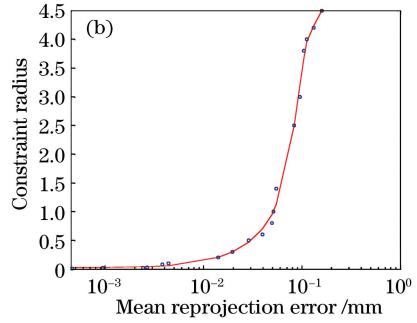


图 1 约束区间与重投影误差模型。(a) 最大重投影误差; (b) 均值重投影误差

Fig. 1 Constraint radius and reprojection error model. (a) Maximum reprojection error; (b) mean reprojection error

表 1 重投影误差与约束区间多项式系数

Table 1 Reprojection error and constraint interval polynomial coefficient

Independent	u_1	u_2	u_3	u_4	u_5
Max	3.5738×10^3	-3.4877×10^3	1.0564×10^3	-0.0875×10^3	0.0089×10^3
Mean	1.0178×10^7	-0.4066×10^7	0.0553×10^7	-0.0031×10^7	0.0001×10^7

由图 1 可知, 约束区间在重投影误差增加过程中呈现出先慢后快的增加。当最大值与均值重投影误差小于某个值时, 约束区间比例系数 u 取值几乎不变, 说明位姿参数初值很接近位姿参数真值, 当重投影误差大于某个值时, 约束半径迅速增大, 说明位姿参数初值估计不准确。

在得到约束区间与重投影误差的具体数学模型后, 独立运行 50 次仿真实验, 其中设置 9 个参考点, 像点高斯噪声为 3 pixel, 根据 3.3 节所示算法得到旋转矩阵和平移向量估计误差结果如图 2 所示。结果表明, 罚函数约束非线性优化优于传统非线性优

化算法, 且大部分数据有较好的效果, 证明本文算法有效性。

独立运行 500 次仿真实验, 对仿真数据以不同大小重投影误差统计分析, 图 3 给出在不同大小的重投影误差下位姿估计误差值。由图 3 可知, 在重投影误差小于 0.06 时, 在本文算法优化后的旋转矩阵和平移向量估计误差几乎为零, 在重投影误差大于 0.06 时, 优化后位姿估计误差有所增加。表明本文算法在不同重投影误差下都有位姿最优解且优于传统非线性优化。

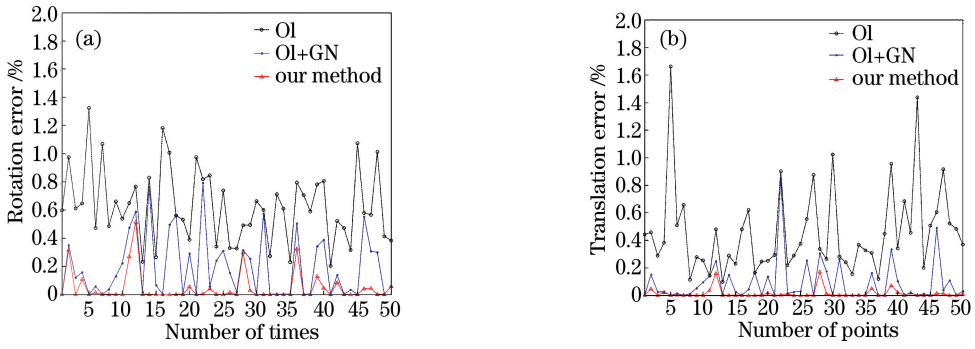


图 2 估计误差。(a)姿态估计误差;(b)平移估计误差

Fig. 2 Estimation error. (a) Attitude estimation error; (b) translation estimation error

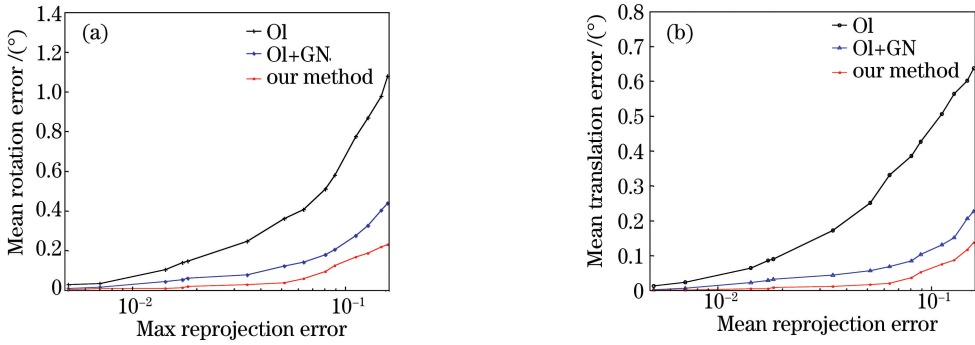


图 3 不同重投影误差的估计误差。(a)姿态估计误差;(b)平移估计误差

Fig. 3 Estimation errors of different reprojection errors. (a) Attitude estimation error; (b) translation estimation error

图 4 给出参考点个数对算法性能的评价,其中,像点高斯噪声设置为 3 pixel,参考点设置为 4~20 点。结果表明,旋转矩阵和平移向量估计误差随参考点个数增加而降低,当参考点为 4~7 点时,本文

算法比传统非线性优化下降更快;在参考点大于 7 时,本文算法比传统非线性优化算法下降平稳,表明运用本文算法后位姿精度有所提高。

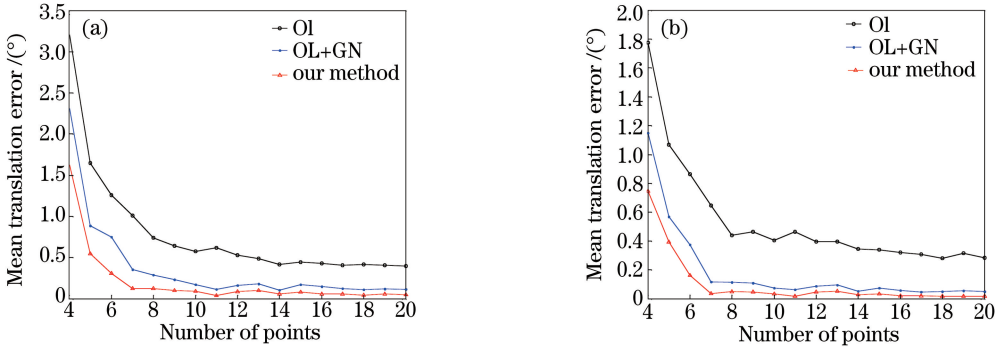


图 4 参考点的个数对算法的影响。(a)姿态估计误差;(b)平移估计误差

Fig. 4 Influence of the number of reference points on the algorithm. (a) Attitude estimation error; (b) translation estimation error

图 5 给出了在不同像点噪声情况下,位姿估计误差的变化曲线图,选择 9 个参考点,在参考点成像过程中,加入 0.5~5 pixel 变化的高斯噪声。结果表明,随着高斯噪声增加,位姿估计误差增大。在旋

转矩阵估计误差中,本文约束优化相比传统非线性优化对噪声有明显的抑制。整体上分析,本文算法能够一定程度地抑制高斯噪声对位姿估计影响,进而提高位姿估计精度。

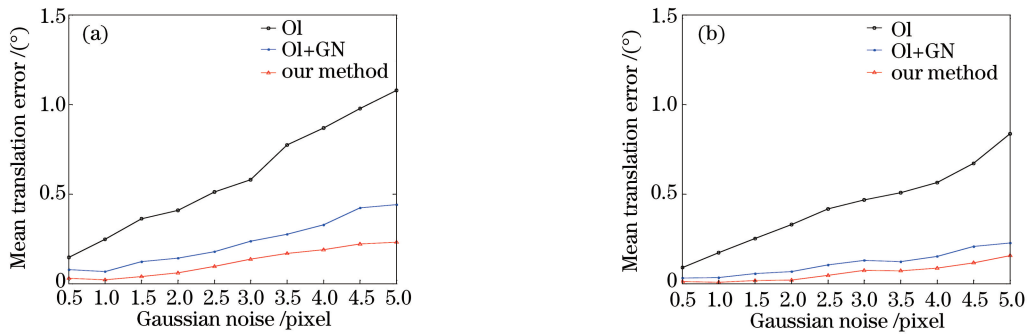


图5 不同噪声对算法的影响。(a)姿态估计误差;(b)平移估计误差

Fig. 5 Influence of different noises on the algorithm. (a) Pose estimation error; (b) translation estimation error

5 结 论

提出了基于自适应重投影误差的单目位姿估计优化方法。该方法以位姿估计初值为中心设置约束区间,建立新的罚函数将约束非线性优化转化为无约束非线性优化。分析像平面重投影误差与约束区间关系并建立相应的数学模型,根据模型自动调节约束半径,基于自适应重投影误差对位姿估计参数进行约束非线性优化。

仿真结果表明,在不同大小重投影误差情况下,本方法都有最优解且优于传统非线性优化算法。在不同参考点和像点噪声下,该算法的位姿估计精度比传统非线性优化位姿估计精度高,证实本方法的有效性,并具有较高的位姿估计精度。

参 考 文 献

- [1] Zhang Z Y, Wang S L, Sun Y. Videogrammetric measurement for model displacement in wind tunnel test [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, 130-134: 103-107.
- [2] Liu T S, Burner A W, Jones T W, *et al.* Photogrammetric techniques for aerospace applications [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2012, 54: 1-58.
- [3] Yuan M, Li A H, Zheng Y, *et al.* Point-line feature fusion in monocular visual odometry [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 55(2): 021501.
袁梦, 李艾华, 郑勇, 等. 点线特征融合的单目视觉里程计 [J]. *激光与光电子学进展*, 2018, 55(2): 021501.
- [4] Zhao R J, Zhang Q H, Xu Z Y, *et al.* A method of measuring attitude based on inclined angle of the line between feature points [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2010, 39(2): 320-324.
赵汝进, 张启衡, 徐启勇, 等. 一种基于特征点间线

段倾角的姿态测量方法 [J]. *光子学报*, 2010, 39(2): 320-324.

- [5] Jia Z Y, Ma X, Liu W, *et al.* Pose measurement method and experiments for high-speed rolling targets in a wind tunnel [J]. *Sensors*, 2014, 14(12): 23933-23953.
- [6] Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(5): 0515002.
周润, 张征宇, 黄叙辉. 相机位姿估计的加权正交迭代算法 [J]. *光学学报*, 2018, 38(5): 0515002.
- [7] Chen X L. Research of attitude calculation of single camera visual system [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2014, 35(s1): 45-48.
陈小林. 单目视觉系统的姿态解算算法研究 [J]. *仪器仪表学报*, 2014, 35(s1): 45-48.
- [8] Liu W, Ma X, Jia Z, *et al.* Position and attitude measurement of high-speed isolates for hypersonic facilities [J]. *Measurement*, 2015, 62: 63-73.
- [9] Wu F L, Liu J J, Ren X, *et al.* Deep space exploration panoramic camera calibration technique based on circular markers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(11): 1115002.
吴凡路, 刘建军, 任鑫, 等. 基于圆形标志点的深空探测全景相机标定方法 [J]. *光学学报*, 2013, 33(11): 1115002.
- [10] Hao Y M, Zhu F, Ou J J, *et al.* Error analysis of P₃P pose estimation [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(18): 239-242.
郝颖明, 朱枫, 欧锦军, 等. P₃P 位姿测量方法的误差分析 [J]. *计算机工程与应用*, 2008, 44(18): 239-242.
- [11] Huo J, Zhang G Y, Cui J S, *et al.* A objective function with measuring error uncertainty weighted for pose estimation in stereo vision [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2018, 26(4): 834-842.

- 霍炬, 张贵阳, 崔家山, 等. 测量误差不确定性加权的立体视觉位姿估计目标函数[J]. 光学精密工程, 2018, 26(4): 834-842.
- [12] Huo J, Cui J S, Wang W X. Error analysis of monocular visual position measurement based on coplanar feature points [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(5): 0512003.
霍炬, 崔家山, 王伟兴. 基于共面特征点的单目视觉位姿测量误差分析[J]. 光子学报, 2014, 43(5): 0512003.
- [13] Lowe D G. Three-dimensional object recognition from single two-dimensional images [J]. Artificial Intelligence, 1987, 31(3): 355-395.
- [14] Lowe D G. Fitting parameterized three-dimensional models to images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1991, 13(5): 441-450.
- [15] Chen B L. Optimization theory and algorithm [M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2005: 323-325.
陈宝林. 最优化理论与算法 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005: 323-325.
- [16] Jing S J, Zhang K C. Generalized projecting variable metric algorithm for geometric program [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 1999, 16(1): 53-58.
景书杰, 张可村. 几何规划的广义投影变尺度算法 [J]. 工程数学学报, 1999, 16(1): 53-58.
- [17] Jing S J, Bi X S, Zhang K C. A polynomial time algorithm in positive define geometric programming with constraints [J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2002, 19(2): 75-80, 102.
景书杰, 毕小山, 张可村. 约束正定式几何规划的一种多项式时间算法 [J]. 工程数学学报, 2002, 19(2): 75-80, 102.
- [18] Xu B, Xie W, Lan H Y. Linear algebra [M]. Chengdu: southwest Jiaotong University Press, 2012: 69-75.
许彪, 谢巍, 兰恒友. 线性代数 [M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2012: 69-75.
- [19] Fu Y D, Cheng X Y, Tang Y H. Optimization theory and method [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 210-211.
傅英定, 成孝予, 唐应辉. 最优化理论与方法 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 210-211.
- [20] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.