Vol. 56, No. 19 October, 2019

面向增强现实的点云配准算法

陆卫刚¹*, 周治平^{1,2}

¹江南大学物联网工程学院, 江苏 无锡 214122; ²江南大学物联网技术应用教育部工程研究中心, 江苏 无锡 214122

摘要 针对增强现实中基于目标点云的跟踪与注册问题,提出一种稳健 Z 分数混合树的配准算法。通过局部邻域内的点至拟合平面的垂直距离以及沿平面法线点的分布来识别噪点,运用绝对中位差增强 Z 分数的稳健性,同时,采用混合树算法提高最近点的搜索效率。将上述算法应用于增强现实的成像原理中,以对其进行理论论证。分别利用斯坦福大学某研究组的点云数据集和真实采集数据对该算法进行验证。结果表明,在含噪点云集中,该算法能在保持一定精度的同时有效提高配准效率,其用时约为对比算法的 $5\%\sim10\%$ 。

关键词 图像处理;点云配准;增强现实;Z分数;模糊近邻

中图分类号 TP391.4

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.192803

Point Cloud Registration Algorithm for Augmented Reality

Lu Weigang^{1 *}, Zhou Zhiping^{1,2}

¹ School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China; ² Engineering Research Center of Internet of Things Technology Applications, Ministry of Education,

Jiangnan University, Wuxi, Jiangsu 214122, China

Abstract In order to overcome the problems of tracking and registration based on a target point cloud in augmented reality, a robust Z-score hybrid tree registration algorithm is proposed. The noise is identified by the vertical distance from the point in the local neighborhood to the fitting plane and the distribution at normal point of the plane. The robustness of the Z-score is enhanced by utilizing the median absolute deviation; the hybrid tree algorithm is used to improve the efficiency of the nearest-point search. We demonstrate formulation by applying the proposed method to the imaging principle of augmented reality. The proposed algorithm is verified by using the point cloud dataset from a research group in Stanford University and real data. Experimental results show that, for the point cloud dataset with noise, the algorithm can maintain a certain accuracy while effectively improving the registration efficiency, which takes time about 5%-10% of that of the comparison algorithm.

Key words image processing; point cloud registration; augmented reality; Z-score; appropriate neighborhood **OCIS codes** 100.5010; 100.4999

1 引 言

物体的识别与追踪是增强现实(AR)中实现虚拟注册之关键。与二维标记、图像特征等追踪方法相比,基于目标点云的追踪技术具有灵活度高、受目标几何特征影响小等优势[1]。然而,通常的移动终端、头戴式显示器等设备所配备的深度传感器易受距离、光照、物体平整度的影响,故这些设备获取的点云常伴有噪声[2],且运算速度受硬

件所限。提高含噪点云的配准速度是解决成像问 题的关键。

针对含噪点云的处理,Luo 等[3]通过引入刚性变换的欧几里得不变量距离差异矩阵来修剪初始匹配中出现的异常值。基于数理统计的去噪方法及其改进方法采用移动稳健的主成分分析法为点云建模,建立重叠邻域协作模型,该方法一般通过计算局部点的平均位置来检测噪声[4-5]。李仁忠等[6]和韩晓峰等[7]根据点云特性建立滤波算法,以剔除大尺

收稿日期: 2019-03-14; 修回日期: 2019-04-01; 录用日期: 2019-04-15

^{*} E-mail: wgl_cn@foxmail.com

度噪声,该方法的缺陷是无法保留模型的细节特征。 以上方法一般作为点云配准的预处理方法,其计算 涉及多个几何属性并需要多重迭代,导致以上方法 的时间复杂度较高,并且实时性较差。点云快速配 准是实现低延时成像的必然要求。文献[8-9]针对 最近点迭代算法(ICP)中出现的变体进行优化,降 低了对点云重合度的要求,提高了配准效率,但 ICP 及其改进方法若未进行预处理,则可能导致局部最 优。文献[10-12]以物体的几何特征为基础,通过建 立特征描述子找出对应点,并利用随机采样一致性 算法[13]进行姿态估计。然而,该方法具有噪声敏感 性,其配准误差较大。Mellado等[14]提出改进的全 局搜索于 4 点一致集(4PCS)算法,配准效率较高, 但低特征点的存在可能会导致算法局部收敛。此 外,采取点云精简与压缩策略也是一种有效提高配 准效率的方式[15-16]。姜晓通等[17]基于八叉树结构, 依据空间坐标对点云中各点进行二进制编码,并根 据编码特征计算所需要查询的邻域节点。以上基于 经典 ICP 的改进算法能较好地摆脱对初始参数的 依赖,但其本身复杂度较高且实时性较差,常造成运 算效率较低等问题。虽然各类建树算法能加快搜索 效率,但是 K 维树存在回溯搜索过程,在数据维度 较高时,搜索效率大幅下降。

鉴于此,本文以增强现实中深度传感器采集的点云数据为研究对象,利用稳健 Z 分数进行噪点判别,并结合混合树算法来提高含噪点云的配准效率。

2 Rz 分数去噪的混合树配准算法

2.1 Rz 分数去噪

在增强现实应用中,传感器的物理限制、目标几何边界的不连续性、距离、光照等因素会不可避免地将无序噪声引入点云数据。对此,本文通过目标点云局部邻域内点至拟合平面的垂直距离以及沿平面法线的点的分布来判别噪点。

算法通过计算点云集内各点至中心的距离来识别异常值。根据统计学原理, Z 分数以样本标准差为单位,表示一个具体分数到平均数的距离或离差,即

$$Z_{i} = \frac{|d_{i} - \bar{d}|}{S_{d}}, i = 1, 2, \dots, n,$$
 (1)

式中: S_a 为变量 d 的标准差; Z_i 表示点集内各点至拟合平面的正交距离与样本均值之差,以 S_a 为单位表示; d_i 为点集 P 内各点 p_i 至拟合平面的正交

距离; \bar{d} 表示总体距离均值,即邻域内各点至拟合平面的平均正交距离, $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d_i$;i 为点集 P 内各点的序号;n 为总点数。

由于点云分布的无序性,点集中某一噪点可能 距拟合平面距离较大,其标准差和均值与点云实际 分布有较大偏差,故(1)式稳健性及适应性较差。为 解决此问题,引入绝对中位差 D_{MA} 代替(1)式中的 标准差,即

 $D_{MA} = \operatorname{median} | d_i - \operatorname{median}(d) |$, (2) 式中: $\operatorname{median}(\cdot)$ 为样本中值。 D_{MA} 作为一种稳健统计量,比标准差更能适应数据集中的尖锐值,即距离拟合平面较远点。 S_a 用来计算数据点至样本均值距离的平方根,其与尖锐噪点的值呈正相关。绝对中位差则会对数据点进行排序,使各数据点与median(d) 作差,再对作差后的序列排序取中值。因此,偶发尖锐噪点不会影响该数值,且噪声近似服从高斯分布,最终结果较为稳定。

定义稳健分数 R_{Rz}为

$$R_{\text{Rz},i} = \frac{|d_i - \text{median}(d)|}{D_{\text{MA}}(d)}, i = 1, 2, \dots, n.$$
 (3)

利用邻域内点至拟合平面距离的中值 median(d)代替均值 \bar{d} ,并采用绝对中位差作为单位度量,以此使Z分数更为稳健。本算法中,将 $R_{Rz} > 1.2$ 的点视为噪点。

2.2 混合树搜索策略

对于待配准点集 P,ICP 算法通过当前旋转与平移变换在目标点云 Q 中查找欧氏距离最近点,并与待匹配点对应,最后迭代求解 [R|t],使两点集误差最小。

$$E_{R}(P,Q) = \sum_{i=1}^{n} \| \mathbf{q}_{i} - (\mathbf{R} \cdot \mathbf{p}_{i} + t) \|^{2},$$
 (4)
式中: $E_{R}(\cdot)$ 为两点集误差; \mathbf{q}_{i} 为目标点云 Q 中各点: \mathbf{R} 为旋转矩阵: t 为平移矢量。

为提高最近点搜索效率,常将 K 维树算法应用于最近邻查找。该算法的思想为对搜索空间进行层次划分,据此准确返回点集 Q 中与待查询点 p_{ϵ} (属于点集 P)欧氏距离最近的点 q_{ϵ} 。 q_{ϵ} 的条件公式为

$$\|p_{f}-q_{c}\|^{2} \leq \|p_{f}-q_{i}\|^{2}, \forall q_{i} \in Q_{o}$$
 (5)
为进一步提高搜索速度,定义模糊近邻 q_{c}^{*} 为
 $\|p_{f}-q_{c}^{*}\|^{2} \leq (1+t)\|p_{f}-q_{i}\|^{2}, t \geq 0_{o}$

(6)

模糊近邻 q^* 与待查询点的距离小于真实最近点与查询点间距离的(1+i)倍,即放宽搜索要求。

根据(6)式改进 K 维树算法以提高搜索效率。 经典 K 维树将搜索所得 q * 进行回溯判断,检查父 节点及其另一子树是否存在最优解。该步骤会造成 运算堆积,无法满足视觉应用中的实时性要求,且与 之关联的运算量与建树层数正相关。本文摒弃部分 回溯判断,只对父节点与当前节点至查询点的距离 进行比较,不作超平面相交检查,即将查询距离扩大 (1+1)倍。忽略该部分的判断将会使算法的精度降 低,但运算效率会大幅提高。综合考虑,笔者认为采 用该种算法更契合增强现实的应用场景。

由于 q^* 。与实际最优值仍可能出现距离差异,故完全采用上述方法将导致局部收敛。为避免局部收敛,采用模糊树与 K 维树相结合的搜索策略,既满足时效性的要求,又使算法具有较高的准确度。先由模糊树进行初始迭代,当连续两次均方误差之差(MSE) Δe_{mse} 小于 5 mm 后,转为 K 维树继续配准,以限制累计误差,满足成像要求。 计算 MSE 的公式为 $\Delta e_{mse} = e_{mse_k} - e_{mse_{k-1}}$,其中 e_{mse_k} 和 $e_{mse_{k-1}}$ 分别为第 k 次和第(k-1) 次迭代的均方误差,k 为迭代次数。由于采用模糊策略,混合树计算所得均方误差将高于 K 维树所得值。

2.3 输出参数求解及 AR 成像论证

点云配准可转化为最小二乘问题,以最小化度量误差,即减小两个点集的欧氏距离,求解仿射矩阵 [R|t]。设 p_i 和 q_i 分别为点云 P 和 Q 内的点, μ_p 和 μ_q 分别为点云 P 和 Q 的质心, p_i' 和 q_i' 分别为点云 P 和 Q 去质心化后的点,即

$$\begin{cases}
\boldsymbol{\mu}_{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{p}_{i}, \boldsymbol{p}'_{i} = \boldsymbol{p}_{i} - \boldsymbol{\mu}_{p} \\
\boldsymbol{\mu}_{q} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{q}_{i}, \boldsymbol{q}'_{i} = \boldsymbol{q}_{i} - \boldsymbol{q}_{p}
\end{cases} (7)$$

第 i 次迭代后,平移向量 Δt 可由点云集 P 和 Q 对应点质心之差得到,即 $\Delta t = \mu_q - \mathbf{R} \cdot \mu_p$ 。令 $\mathbf{W} = \mathbf{p}_q'\mathbf{q}_i^\mathsf{T}$,对其进行奇异值分解 $\mathbf{W} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^\mathsf{T}$,得正交矩阵 $\mathbf{U}_i \mathbf{V}_i$,则本次迭代可得旋转矩阵 $\Delta \mathbf{R} = \mathbf{V} \mathbf{U}_i^\mathsf{T}$ 。

重复上述步骤直至 Δe_{mse} 小于阈值 0.2 $\text{mm}^{[9]}$ 或 迭代次数 达到上限 (20 次),可得最终变换矩阵 $M_{\text{final}} = [R \mid t]$,其中 $R = R_{i-1} \Delta R$, $t = t_{i-1} + \Delta t$ 。

将 M_{final} 应用于增强现实的成像原理中,对上述理论进行验证。假定待跟踪物体即目标点云的摄像机坐标为(X_{c} , Y_{c} , Z_{c}),源点云在摄像机坐标系下的坐标为($X_{\text{c,ref}}$, $Y_{\text{c,ref}}$, $Z_{\text{c,ref}}$),则二者之间的映射关系为

$$\begin{bmatrix} X_{c} \\ Y_{c} \\ Z_{c} \\ 1 \end{bmatrix} = M_{\text{final}} \begin{bmatrix} X_{c, \text{ref}} \\ Y_{c, \text{ref}} \\ Z_{c, \text{ref}} \\ 1 \end{bmatrix}, \tag{8}$$

于是成像平面像素坐标(x,y)为

$$Z_{c}\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{c} \\ Y_{c} \\ Z_{c} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{c} \mathbf{M}_{\text{final}} \begin{bmatrix} X_{c, \text{ref}} \\ Y_{c, \text{ref}} \\ Z_{c, \text{ref}} \\ 1 \end{bmatrix},$$
(9)

式中: K_c 为摄像机 u 轴和 v 轴方向上的尺度因子矩阵。设摄像机内参 K_c 已知,即摄像机已成功标定,当 M_{final} 已知时,根据(9)式即能对目标物体进行跟踪。

3 实验及讨论

采用斯坦福大学计算机图形研究组^[18]的点云数据集与真实采集数据对本文所提算法的精确性及有效性进行验证。实验所用计算机的 CPU 为 Intel i5-3230m,内存为 8 GB,使用 MATLAB R2017a 软件进行实验验证,各对比实验中源点云与目标点云的偏移量保持一致。

3.1 点云去噪

为检验本文所提算法在配准前的去噪性能,将 R_{Rz} 分数与文献[4,13]中的算法进行比较。在Bunny点云(共35947个数据点)中加入20%的高斯噪声,采用正确离群点识别率(COIR)和误检率(FPR)作为评价指标。

COIR 和 FPR 的计算公式分别为

$$C_{\text{COIR}} = \frac{N_{\text{C}}}{N'} \times 100\% \tag{10}$$

$$F_{\text{FPR}} = \frac{N_{\text{F}}}{N} \times 100\%,$$
 (11)

式中: C_{COIR} 为正确离群点识别率; F_{FPR} 为误检率; N_{C} 为正确检测的噪点;N'为总设定噪点数; N_{F} 为误检数,即被判定为噪点的原点云数;N 为总原点云数。

噪点识别精度比较的实验结果如表 1 所示。随机抽样一致 (RANSAC) 算法在去噪方面具有最佳的 COIR。然而,RANSAC 算法使用尽可能少的点估计模型参数,并以此扩大所得模型参数的影响范围,导致其 FPR 最大。稳健主成分分析 (RPCA) 具有较低的误检率。 R_{Rz} 分数基于统计学原理,在邻域内估计离群值,通过目标点云局部邻域内点至拟合平面的垂直距离以及沿平面法线的点的分布来判别

噪点,并利用绝对中位差将非噪点剔除。本文所提的算法依据噪声分布,将 R_{R} 设定为 1.2,共剔除噪点 6671 个,误检率为 8.6%。

表 1 噪点识别精度比较表

Table 1 Comparison of noise recognition accuracy

Method	COIR / %	FPR / %		
RANSAC	94.4	64.2		
RPCA	88.1	8.2		
Our method	92.8	8.6		

3.2 混合树搜索最近点

为验证模糊树搜索算法的可行性及稳健性,利用两个单位立方体内随机分布的 10000 个点作为点集 P_{rec} 和 Q_{rec} ,其中 Q_{rec} 内各点作为查询点,以确定点集 P_{rec} 中最近点的位置。根据是否采取搜索回溯判断返回搜索结果 q_c 和 q_c^* ,其余参数设置保持一致。实验结果如图 1 所示,图 1 的横轴为模糊近邻与最近邻之差,纵轴为二者误差在某一区间的累计频率,其数值近似呈正态分布。二者误差为 0 的点共计 7849 个(图中未能显示),即模糊搜索与最近邻搜索结果一致的点数。由此可得, q_c^* 与实际最近点有约 79%的重合度,且二者误差在可接受范围内,故本文所提的搜索策略可用作点云初始配准。

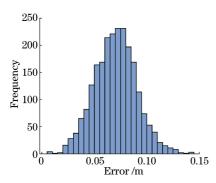


图 1 q。和 q * 误差频率图

Fig. 1 Frequency of error between q_c and q_c^*

以 Bunny 点云为实验对象,对比研究混合树与 K 维树算法的优劣。由图 2 可知, K 维树的最终误 差略优于混合树,但其所用时间为混合树的两倍。混合树在初始迭代中放弃回溯判断,大幅提高了搜索效率,后转为 K 维树继续配准,以限制累积误差、满足成像要求。此方法虽然放弃了一定精确度,但是大幅提高了配准效率。在增强现实的应用场景中,时延较成像更为重要,故混合树的综合性能优于经典 K 维树。

3.3 点云配准

点云配准实验采用 Bunny、Dragon 和 Buddha 为点云样本。将本文所提的算法与文献[8]中的

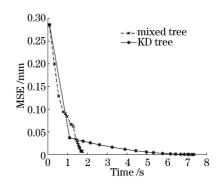


图 2 搜索算法比较图

Fig. 2 Comparison of searching algorithms

TrimmedICP 算法、文献[10]中的 FPFH 算法和文献[14]中的 Super4PCS 算法进行比较,效果图及数据结果分别如图 3 和表 2 所示。为对比不同策略的配准精度,并体现各算法在含噪环境下的稳健性,定义两类配准误差:旋转矩阵误差 $e_R = \|R_{\text{get}} - R_{\text{set}}\|_F$ 及平移向量误差 $e_t = \|t_{\text{get}} - t_{\text{set}}\|_2$,其中, R_{get} 和 R_{set} 分别为所求旋转矩阵和初始设定旋转误差矩阵, t_{get} 和 t_{set} 分别为所求平移向量和初始设定平移误差向量, $[R_{\text{set}}|t_{\text{set}}]$ 和 $[R_{\text{get}}|t_{\text{get}}]$ 分别为设定仿射矩阵和各算法所求结果。

Bunny 样本共有 35947 个点,将其进行仿射变换以获取目标点云,并加入点云数 10%的高斯噪声作为配准输入,以此检验各算法的性能。FPFH 和 Super4PCS 算法基本完成了点云配准,但二者的边缘均存在一定误差,配准精度不及本文所提出的算法。为检验算法的泛化能力,以同样的算法参数对不同的数据样本进行实验。采用 Dragon 点云为实验对象,并增大源点云与目标点云的距离,使二者完全无重合。结果显示 FPFH 和 Super4PCS 算法的配准精度较低。为检验算法在大规模数据中的配准效率,以包含 120354 个数据点的 Buddha 点云样本为实验对象。实验结果表明,FPFH 和 Super4PCS 算法存在明显偏移,TrimmedICP 算法的配准精度最高,二者的点云重合度高,本文所提算法次之,但本文所提算法的用时最少,仅为 3.2 s。

TrimmedICP 算法在每次迭代过程中,根据距离残差排序,按照重叠率计算保留的点数,较 ICP减少了重合度要求,配准精度在对比实验中最高,但综合时间效率不及本文所提的算法。FPFH 算法根据点云特征建立直方图,对噪声较为敏感且配准精度不高,现多用于点云粗配准,由表 2 可知,其旋转及平移误差在对比实验中均为最大。Super4PCS算法是一种全局配准算法,作为4PCS的改进算法,

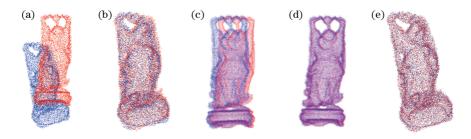


图 3 配准结果。(a)待配准 Buddha;(b) Super4PCS 算法的结果;(c) FPFH 算法的结果;

(d) TrimmedICP 算法的结果;(e)本文所提算法的结果

Fig. 3 Registration results. (a) Buddha for registration; (b) result of Super4PCS; (c) result of FPFH; (d) result of TrimmedICP; (e) result of our method

表 2 点云配准算法比较表

Table 2 Comparison of point cloud registration algorithms

Method -	Time /s			e_R		e_t			
	Bunny	Dragon	Buddha	Bunny	Dragon	Buddha	Bunny	Dragon	Buddha
TrimmedICP ^[8]	38.5	24.1	80.6	0.012	0.014	0.015	0.248	0.254	0.183
$\mathrm{FPFH}^{\scriptscriptstyle{[10]}}$	57.6	32.4	176.3	0.019	0.025	0.021	0.756	0.561	0.282
$Super4PCS^{[14]}$	29.5	21.3	63.5	0.018	0.021	0.016	0.425	0.364	0.315
Our method	2.3	0.8	3.2	0.013	0.019	0.016	0.312	0.319	0.297

其降低了二次计算复杂度并减少了对应候选点对的数目,提高了运算效率,但该算法需要针对特定目标进行参数优化,稳定性较差。本文所提算法基于统计学原理算法,利用绝对中位差增强 Z 分数去噪,对服从高斯分布的噪声及尖锐噪声有较强的判别能力。本文所提算法中的混合树算法通过摒弃部分回溯判断并采取模糊近邻的方法大幅提高了搜索效率。以 Buddha 作为大数据样本的实验结果表明本文所提算法的配准效率较其他算法有显著提升。但是,本文所提算法放宽了搜索条件,会损失一定的配准精度,综合配准精度不及TrimmedICP算法。

为验证各算法在实际应用中的可靠性,利用 Kinect 深度摄像机对真实环境进行数据采集,并在 Meshlab 中选定目标物体。所得目标数据密度及特征点分布较为均匀,但随着噪声增大,检测到的特征点数量也会增多。以沙发为例,其属于中型目标,对其进行扫描采集,结果分别包含 84530 和 88529 个点。利用此点云数据将本文所提算法与TrimmedICP、FPFH、Super4PCS算法进行比较,结果如表3所示。由表3可知,通过混合树加速搜索的运行效率较其他3种同类配准算法有较大提高,用时仅为2.8 s,e_R及e_L分别为0.012和0.213。以小微物体汽水罐为例,其属于小型目标。这类点云样本特征单一,易造成配准失效,如图4(h)所示,配准过程中存在明显偏移。从表3可知,本文所提算法的实验结果较为稳定,针对不同点云数据,本文所提算法的误差仅次于TrimmedICP算法。

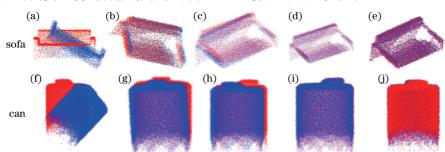


图 4 实际数据配准。(a)(f)待配准点云;(b)(g) Super4PCS 算法的结果;(c)(h) FPFH 算法的结果;(d)(j) TrimmedICP 算法的结果;(e)(j)本文所提算法的结果

Fig. 4 Registration results of real data. (a) (f) Point clouds for registration; (b)(g) result of Super4PCS; (c)(h) result of FPFH; (d) result of TrimmedICP; (e)(j) result of our method

表 3 Kinect 点云配准算法比较表

Table 3 Comparison of registration algorithms on Kinect point cloud

Method —	Tin	ne /s	e	R	e,		
	Sofa	Can	Sofa	Can	Sofa	Can	
TrimmedICP ^[8]	56.5	40.2	0.011	0.012	0.157	0.098	
$FPFH^{\llbracket 10 \rrbracket}$	75.3	50.2	0.016	0.086	0.373	0.325	
$Super4PCS^{[14]}$	23.5	17.2	0.016	0.035	0.215	0.217	
Our method	2.8	1.6	0.012	0.021	0.213	0.129	

4 结 论

点云配准是逆向工程、机器视觉等应用的基础,针对增强现实中物体的识别与跟踪提出一种基于目标点云的稳健 Z 分数混合树点云配准算法。利用绝对中位差增强 Z 分数来判别离群点,结合混合树策略提高 ICP 算法最近点搜索效率,求解仿射矩阵为虚拟注册提供成像参数。实验结果表明,本文所提出的策略能有效完成目标点云的配准且配准结果稳定。本文提出的算法牺牲了一定的配准精度,但是大幅提高了配准速度,以 Bunny 为例,本文所提算法的用时约为 TrimmedICP 算法的 6%。本文所提算法为增强现实中以目标点云为特征的跟踪注册策略提供了一种可靠方法。由于本文实验数据取自于单一背景,故后续研究可融入更多的特征,以增强该算法在复杂场景中的稳健性。

参考文献

- [1] Wu M L, Chien J C, Wu C T, et al. An augmented reality system using improved-iterative closest point algorithm for on-patient medical image visualization [J]. Sensors, 2018, 18(8): 2505.
- [2] Chen H, Shen J. Denoising of point cloud data for computer-aided design, engineering, and manufacturing [J]. Engineering with Computers, 2018, 34(3): 523-541.
- [3] Luo N, Wang Q. Effective outlier matches pruning algorithm for rigid pairwise point cloud registration using distance disparity matrix [J]. IET Computer Vision, 2018, 12(2): 220-232.
- [4] Hubert M, Rousseeuw P J, Vanden Branden K. ROBPCA: a new approach to robust principal component analysis [J]. Technometrics, 2005, 47 (1): 64-79.
- [5] Mattei E, Castrodad A. Point cloud denoising via moving RPCA [J]. Computer Graphics Forum, 2017, 36(8): 123-137.
- [6] Li R Z, Yang M, Ran Y, et al. Point cloud

denoising and simplification algorithm based on method library [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(1): 011008.

李仁忠, 杨曼, 冉媛, 等. 基于方法库的点云去噪与精简算法[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(1): 011008.

- [7] Han X F, Yang F B, Wei H, et al. Point cloud filter of skewness balance based on the guidance of multispectral data [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(4): 042801. 韩晓峰,杨风暴,卫红,等.基于多光谱数据指导的偏度平衡点云滤波[J].激光与光电子学进展, 2018, 55(4): 042801.
- [8] Chetverikov D, Stepanov D, Krsek P. Robust Euclidean alignment of 3D point sets: the trimmed iterative closest point algorithm [J]. Image and Vision Computing, 2005, 23(3): 299-309.
- [9] Marani R, Renò V, Nitti M, et al. A modified iterative closest point algorithm for 3D point cloud registration [J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2016, 31(7): 515-534.
- [10] Rusu R B, Blodow N, Beetz M. Fast point feature histograms (FPFH) for 3D registration [C] // 2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May 12-17, 2009, Kobe, Japan. New York: IEEE, 2009: 3212-3217.
- [11] Guo Y L, Bennamoun M, Sohel F, et al. A comprehensive performance evaluation of 3D local feature descriptors [J]. International Journal of Computer Vision, 2016, 116(1): 66-89.
- [12] Yang J Q, Cao Z G, Zhang Q. A fast and robust local descriptor for 3D point cloud registration [J]. Information Sciences, 2016, 346/347: 163-179.
- [13] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [14] Mellado N, Aiger D, Mitra N J. Super 4PCS fast global pointcloud registration via smart indexing [J].

- Computer Graphics Forum, 2014, 33(5): 205-215.
- [15] Chen X J, Zhang G, Hua X H. Point cloud simplification based on the information entropy of normal vector angle [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(8): 0814003.
 - 陈西江,章光,花向红.于法向量夹角信息熵的点云简化算法[J].中国激光,2015,42(8):0814003.
- [16] Huang Y, Da F P, Tang L. Three-dimensional point cloud compression algorithm based on improved octree [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37 (12): 1210003.
 - 黄源, 达飞鹏, 唐林. 基于改进八叉树的三维点云压缩算法[J]. 光学学报, 2017, 37(12): 1210003

- [17] Jiang X T, Dai N, Cheng X S, et al. Fast neighborhood search of large-scale scattered point cloud based on the binary-encoding octree[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2018, 30(5): 824-832.
 - 姜晓通,戴宁,程筱胜,等.二进制编码八叉树的海量点云邻域快速搜索算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2018,30(5):824-832.
- [18] Curless B, Levoy M. A volumetric method for building complex models from range images [C] // Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM, 1996: 303-312.