

保持局部结构的加权核范数最小化图像去噪

吕俊瑞¹, 罗学刚^{1*}, 岐世峰¹, 彭真明²

¹攀枝花学院数学与计算机学院, 四川 攀枝花 617000;

²电子科技大学信息与通信工程学院, 四川 成都 610054

摘要 为解决加权核范数最小化(WNNM)图像去噪无法较好地表达复杂和不规则的图像结构,易产生过平滑现象的问题,将相对全变差(RTV)融入加权核范数最小化,对 WNNM 低秩表示模型施加 RTV 范数约束,提出一种 RTV-WNNM 图像去噪模型,采取交替方向乘子(ADMM)算法迭代求解对应模型,获得清晰图像。将提出的新方法 with 多种基于低秩矩阵近似的去噪算法进行比较,所提算法在保持图像边缘和加强区域平滑性方面有较好的性能,特别是在高密度图像噪声影响下,算法性能也能得到大幅提升。实验结果表明,加入 RTV 范数的低秩去噪模型具有良好的恢复图像结构能力,能较好地提高去噪性能。

关键词 图像处理; 加权核范数最小化; 图像去噪; 低秩矩阵近似; 相对全变差范数

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.161006

Image Denoising Using Weighted Nuclear Norm Minimization with Preserving Local Structure

Lü Junrui¹, Luo Xuegang^{1*}, Qi Shifeng¹, Peng Zhenming²

¹School of Mathematics and Computer Science, Panzhihua University, Panzhihua, Sichuan 617000, China;

²School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China

Abstract Image denoising using weighted nuclear norm minimization (WNNM) is prone to over-smoothing and cannot distinguish intricate and irregular image structures effectively. Image denoising model using relative total variation (RTV) WNNM is proposed. The proposed denoising method, which utilizes the alternate direction multiplier (ADMM) algorithm to solve the corresponding model iteratively, can obtain a clear image. The ADMM algorithm integrates RTV into WNNM and applies the RTV norm constraint to the low-rank representation model of WNNM. Compared to several state-of-the-art denoising methods based on low-rank matrix approximation, the proposed method improves image denoising performance, maintains image edges effectively, and enhances smoothness, particularly for images with high-density noise. Experimental results demonstrate that the proposed method with RTV norm restores image structure effectively and improves denoising performance.

Key words imaging processing; weighted nuclear norm minimization; image denoising; low-rank matrix approximation; relative total variation norm

OCIS codes 100.2000; 100.2960; 100.5010

1 引言

图像是人类获取和传递信息的重要方式。在现实世界中获取的图像通常会被噪声破坏,造成图像

质量退化。由于图像去噪是一个依赖于先验知识的病态问题,从噪声图像中合理去除图像噪声,恢复出保留图像优良结构、纹理细节的干净图像是图像处理的重要课题。

收稿日期: 2019-02-18; 修回日期: 2019-03-11; 录用日期: 2019-03-22

基金项目: 国家自然科学基金(61571096,61775030)、四川省教育厅科学研究项目(15ZB0425)、中国科学院光束控制重点实验室基金(2017LBC003)

* E-mail: 543884841@qq.com

图像去噪在过去的几十年中得到了广泛的研究,其中利用非局部相似(NSS)图像提出多种性能较好的算法。比如,利用图像结构冗余的非局部均值去噪(NLM)去噪^[1]和利用非局部自相似性在三维变换域进行协同过滤的块匹配(BM3D)去噪^[2]等。这些去噪性能较好的算法,在领域内有较大的影响,得到大量学者的关注^[2]。

由于自然图像的图像块构成的矩阵具有低秩性,通过低秩矩阵逼近(LRMA)和NSS结合恢复隐藏在矩阵中的结构,完成图像复原,是另一种图像去噪的研究思路。图像去噪可以作为一种典型的低秩矩阵逼近问题,采用低秩矩阵近似方法重建图像,可显著提升去噪性能^[3-6]。然而,由于秩最小化模型问题具有非凸性,是一个NP难题,求解挑战性较大。核范数是秩最小化问题的最紧凸松弛,在秩最小化问题中,采用核范数代替矩阵秩,通过求解核范数最小化,在计算机视觉和机器学习领域的补全矩阵数据中得以广泛应用^[3]。

近年来,以NSS和图像低秩的去噪方法研究较为活跃,在多种噪声下取得较好性能。文献[4]中提出一种结合NNM和 $L_{2,1}$ 范数稀疏组的图像恢复法,去噪效果较好。文献[5]中由结构相似性高的图像块构成矩阵,利用加权核范数最小化(WNNM)近似图像低秩,实现了图像去噪。该方法利用图像结构的秩最小化在高斯噪声下取得较好的效果。在文献[5]的基础上,Xu等^[6]提出多通道加权核范数最小化(MC-WNNM)的彩色真实图像去噪法,利用信道冗余估计3个信道噪声统计量,并引入权重矩阵平衡信道间的数据保真度,去噪性能提升明显。文献[7]在低秩矩阵分解(LRMF)和LRMA两种模型上考虑高斯白噪声和脉冲噪声的混合噪声去噪。文献[8]利用NSS非局部自相似方案,直接用矩阵秩最小化而非核范数作为正则项,通过对观测矩阵奇异值的硬阈值化运算,利用提出的秩最小化算法去除图像中的高斯白噪声,在对数域内乘性噪声等都有较好的去噪效果。文献[9]在WNNM去噪模型基础上利用Schatten p -Norm代替Nuclear Norm,由于Schatten p -Norm更能逼近低秩,选取合理的范数值时去噪效果明显。文献[10]利用相似图像块张量表示低秩特性,基于张量核范数最小化估算低秩张量实现图像去噪,得到较好的去噪性能。文献[11]提出一种以WNNM模型为基础的地震信号盲去噪算法(W-WNNM)。W-WNNM使用主成分分析估计噪声水平,通过权值分配控制矩阵奇异值的

收缩,去除地震信号的随机噪声。

现有文献的研究方法主要基于图像结构非局部自相似性,利用块匹配方法得到的相似块矩阵,通过求解核范数最小化问题近似逼近原始秩最小化问题。在这些算法中,WNNM算法具有易求解和性能好的优点,被广泛应用于计算机视觉和机器学习领域。虽然WNNM算法已经对奇异值采用不同权重区分对待,但是低秩模型对于不规则图像纹理和边缘结构无法较好地表达,重建图像易引起过平滑现象。针对该问题,本文在WNNM模型中增加相对全变差(RTV)范数约束,提出一种基于RTV-WNNM模型的图像去噪算法,采取ADMM算法迭代求解对应模型,获得清晰图像,对多幅图像进行去噪实验。与其他同类型的优秀去噪法定性和定量地对比分析,验证了该方法的有效性。

2 WNNM模型和TV范数

2.1 WNNM的低秩矩阵近似模型

低秩矩阵逼近方法分为LRMF方法和低秩最小化方法两类^[5]。给定矩阵 \mathbf{Y} ,LRMF方法的目标是在一定的数据保真度下,寻找一个矩阵 \mathbf{X} 尽可能地接近 \mathbf{Y} ,同时矩阵 \mathbf{X} 能够分解成两个低秩矩阵的乘积。由于LRMF是一个非凸优化问题,不易求解。另一方面,低秩最小化是非凸优化问题,可用最小化核范数NNM代替低秩最小化实现LRMA。NNM方法是凸优化问题,易于求解。

通过求解NNM问题可以近似解决LRMA问题^[5]。文献[12]证明通过对观测矩阵奇异值的软阈值化操作,可以很容易地解决基于NNM的低秩矩阵逼近问题。

NNM的低秩矩阵近似求解模型可表示为

$$\hat{\mathbf{X}} = \arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_{\text{F}}^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{*}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{Y} 为观测矩阵; \mathbf{X} 为满足(1)式的最优解矩阵; λ 为常量且大于零; $\|\mathbf{X}\|_{*} = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \sigma_i(\mathbf{X})$ 是核范数; $\|\cdot\|_{\text{F}}$ 代表范数; σ_i 为第 i 个奇异值; m 和 n 为矩阵的行列数。NNM的LRMA问题采用对观测矩阵的奇异值阈值收缩,即

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^{\text{T}} \\ \hat{\mathbf{X}} = \mathbf{U}\zeta_{\lambda}(\mathbf{\Sigma})\mathbf{V}^{\text{T}} \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^{\text{T}}$ 为奇异值分解(SVD); \mathbf{U} 和 \mathbf{V} 为分解的正交矩阵; $\zeta_{\lambda}(\mathbf{\Sigma})_{ii} = \max(\mathbf{\Sigma}_{ii} - \lambda, 0)$ 为对角矩阵 $\mathbf{\Sigma}$ 的软阈值函数; $\mathbf{\Sigma}_{ii}$ 为对角矩阵元素。迭代求解(1)

式直到收敛。

NNM 常用于估计矩阵所有非零奇异值和近似低秩。Hu 等^[13]在 NNM 基础上提出截断核范约束 (TNNR): $\|\mathbf{X}\|_r = \sum_{i=r+1}^{\min(m,n)} \sigma_i(\mathbf{X})$, 优化最小 $\min(m,n)-r$ 奇异值和, 可以更加逼近低秩表示, 其中 r 为截断低秩值。然而, NNM 和 TNNR 在奇异值阈值收缩时未考虑权重问题。由图像领域的 SVD 原理可知, 奇异值越高, 图像信息量越丰富, 部分有用信息在阈值收缩时会被丢掉。为了提高核范数的灵活性, 文献^[5]提出了加权核范数, 其定义为

$$\|\mathbf{X}\|_{w,*} = \sum_{i=1}^{\min(m,n)} \omega_i \sigma_i(\mathbf{X}), \quad (3)$$

式中: ω_i 是奇异值 $\sigma_i(\mathbf{X})$ 的权重, 其值大于等于零。

将加权核范数的最小化问题模型转变为

$$\arg \min_{\mathbf{X}} \|\mathbf{Y} - \mathbf{X}\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{X}\|_{w,*}. \quad (4)$$

上述模型 WNNM 是原始 NNM 的扩展, 在图像去噪上可取得优良的性能。

2.2 加权 RTV 范数

文献^[14]提出基于图像的全变差正则化模型, 采用全变差 (TV) 正则化约束进行优化, TV 正则化的优势在于去除噪声的同时较好地保持图像的边缘纹理等细节特征, 有助于优化图像去噪。尽管 TV 在平滑噪声和保留边缘方面非常有效, 但容易产生倾斜区域的梯度伪影。文献^[15]在 TV 基础上针对自动提取图像结构问题, 采用 RTV 约束提取边缘结构和纹理, 取得良好的效果。RTV 定义为

$$L_g(s)x, y_p = \frac{\left| \sum_{q \in R(p)} G_{p,q} \cdot (\partial_{x,y} s)_q \right|}{\sum_{q \in R(p)} G_{p,q} \cdot |(\partial_{x,y} s)_q| + \epsilon}, \quad (5)$$

式中: x 和 y 表示水平梯度和垂直梯度两个方向; ∂ 为偏微分操作; q 属于局部窗口 R 的像素; 避免分母为零设置 ϵ 为一个小常量值, $\epsilon > 0$; $G_{p,q}$ 为基于空间位置的高斯距离权重函数; s 是以像素点 p 为中心的像素集。

与传统的直接使用梯度信息作为 TV 约束相比, (5) 式通过局部区域结构强度比描述图像结构, 具有更强的抗噪声能力。 L_g 值较大, 表示复杂或不规则区域结构, 为了更好地保留结构, 需要减少相应的权值。而对于 L_g 值较小的情况, 表示区域平坦, 可增加权值。为了更好地抑制噪声和保留边缘结构, 根据文献^[15]的矩阵形式描述, 利用加权

L_1 范数引入一个 RTV 约束, 定义为

$$|\mathbf{L}|_{\text{RTV}} = \sum_p \left| \left[\frac{\nabla L^x}{L_g(\mathbf{L})_p^x}, \frac{\nabla L^y}{L_g(\mathbf{L})_p^y} \right] \right|_1, \quad (6)$$

式中: \mathbf{L} 为矩阵图像; ∇L^x 和 ∇L^y 分别为 \mathbf{L} 在水平和垂直方向的梯度。(6) 式利用邻域的水平 and 垂直方向约束, 可以更精细和更可靠地控制图像结构。

3 RTV-WNNM 模型及去噪算法

3.1 RTV-WNNM 模型

去噪模型用矩阵形式可表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{L} + \mathbf{G} + \mathbf{I}, \quad (7)$$

式中: \mathbf{L} 为以矩阵形式表示的真实图像; \mathbf{Y} 为被混合噪声干扰的观测图像; \mathbf{G} 为标准差 σ^2 的加性高斯白噪声矩阵; \mathbf{I} 为脉冲噪声矩阵。

考虑自然图像具有全局低秩性和局部分段平滑特性两个先验信息, WNNM 利用了低秩性和奇异值的加权重要性, 但未考虑对图像空间的平滑结构。本文提出的模型在 (4) 式的 WNNM 模型基础上融合了稀疏和 RTV 约束项构成 RTV-WNNM 新模型, 可表示为

$$\arg \min_{\mathbf{L}, \mathbf{I}, \mathbf{G}} \alpha \|\mathbf{L}\|_{w,*} + \beta |\mathbf{L}|_{\text{RTV}} + \lambda \|\mathbf{I}\|_1 + \gamma \|\mathbf{G}\|_F^2, \text{ s.t. } \mathbf{L} + \mathbf{G} + \mathbf{I} = \mathbf{Y}, \quad (8)$$

式中: α 、 β 、 λ 和 γ 为非负参数。与 (4) 式中的 WNNM 相比, 该模型第 1 项描述全局低秩性, 第 2 项描述加权相对 TV 约束, 增强了图像不规则结构的平滑性, 后面 2 项描述对噪声误差的约束。RTV-WNNM 具有经典 WNNM 模型准确去除图像噪声特点, 同时保留不规则边缘和纹理结构信息^[16]。

3.2 模型求解

RTV-WNNM 模型是一个凸优化问题, 可以采用 ADMM 算法迭代求解对应模型。通过引入辅助变量 \mathbf{Z} , 提出的 RTV-WNNM 模型可表达为

$$\arg \min_{\mathbf{L}, \mathbf{Z}, \mathbf{I}, \mathbf{G}} \alpha \|\mathbf{L}\|_{w,*} + \beta |\mathbf{Z}|_{\text{RTV}} + \lambda \|\mathbf{I}\|_1 + \gamma \|\mathbf{G}\|_F^2, \text{ s.t. } \mathbf{L} + \mathbf{G} + \mathbf{I} = \mathbf{Y}, \mathbf{L} = \mathbf{Z}. \quad (9)$$

由于模型中目标函数的 \mathbf{L} 、 \mathbf{Z} 、 \mathbf{I} 和 \mathbf{G} 四个变量具有可分性, 通过交替最小化方法求解 (9) 式的模型, 采用增广拉格朗日函数重写为

$$f_\rho(\mathbf{L}, \mathbf{Z}, \mathbf{I}, \mathbf{G}; \xi, \zeta) = \alpha \|\mathbf{L}\|_{w,*} + \beta |\mathbf{Z}|_{\text{RTV}} + \lambda \|\mathbf{I}\|_1 + \gamma \|\mathbf{G}\|_F^2 + \frac{\rho}{2} (\|\mathbf{L} + \mathbf{G} + \mathbf{I} - \mathbf{Y} + \frac{\xi}{\rho} \|_F^2 + \|\mathbf{L} - \mathbf{Z} + \frac{\zeta}{\rho} \|_F^2), \quad (10)$$

式中: ξ 和 ζ 分别为与 $L+G+I=Y$ 和 $L=Z$ 约束的拉格朗日乘数; ρ 为惩罚参数。

使用通用 ADMM 框架迭代求解 RTV-WNNM 模型,流程如下。

1) 固定 Z, I, G, ξ 和 ζ , 更新估计真实图像 L 。第 $k+1$ 次迭代, 估计真实图像 L_{k+1} 为

$$L_{k+1} = \operatorname{argmin}_L f_\rho(L, Z_k, I_k, G_k; \xi_k, \zeta_k) = \operatorname{argmin}_L \frac{\alpha}{\rho_k} \|L\|_{w,*} + \frac{1}{2} \|L - D_k\|_F^2, \quad (11)$$

$$\text{式中: } D_k = \frac{1}{2}(Y + Z_k - I_k - G_k) - \frac{(\xi_k + \zeta_k)}{\rho_k}. \quad (11)$$

式对应(4)式的加权核范数近似问题,该问题可以用加权奇异值阈值算子(W-SVT)来求解。设定 $U_k \Sigma V_k^T$ 为 D_k 的 SVD(V_k 为正交矩阵),那么 L_{k+1} 可以采用 $L_{k+1} = U_k [\max(\Sigma_{ij} - \rho_k), 0] V_k^T$ 求解,其中 ρ_k 为奇异值阈值。

2) 固定 Z, I, G, ξ 和 ζ , 更新 RTV 约束项 Z , 保存空间平滑度和不规则形状信息可得

$$Z_{k+1} = \operatorname{argmin}_Z \frac{\beta}{\rho_k} \|Z\|_{\text{RTV}} + \frac{1}{2} \|Z - T_k\|_F^2, \quad (12)$$

式中: $T_k = L_k + \zeta_k / \rho_k$ 。

3) 固定 Z, I, G, ξ 和 ζ , 更新 I , 去除脉冲噪声可得

$$I_{k+1} = \operatorname{argmin}_I \frac{\lambda}{\rho_k} \|I\|_1 + \frac{1}{2} \|I - E_k\|_F^2, \quad (13)$$

式中: $E_k = Y - L_{k+1} - G_k - \xi_k / \rho_k$ 。然后利用矩阵元素收缩算子得到(13)式的闭合式解 $I_{k+1} = \operatorname{sign}(E_k)$

$$\max\left\{\left|E_k\right| - \frac{\lambda}{\rho_k}, 0\right\}.$$

4) 固定 Z, I, G, ξ 和 ζ , 更新 G , 去除高斯噪声。

$$G_{k+1} = \operatorname{argmin}_G \gamma \|G\|_F^2 + \frac{\rho_k}{2} \|G - S_k\|_F^2, \quad (14)$$

式中: $S_k = Y - L_{k+1} - I_{k+1} - \frac{\xi_k}{\rho_k}$, ξ_k 为第 k 次迭代的拉格朗日乘数。(14) 式是标准的最小二乘回归问题,解为 $G_{k+1} = \frac{\rho_k S_k}{(2 \times \gamma + \rho_k)}$ 。

5) 更新拉格朗日乘数和惩罚参数

$$\begin{cases} \xi_{k+1} = \xi_k + \rho_k (L_{k+1} + G_{k+1} + I_{k+1} - Y) \\ \zeta_{k+1} = \zeta_k + \rho_k (L_{k+1} - Z_{k+1}) \\ \rho_{k+1} = \min\{\mu \times \rho_k, \rho_{\max}\} \end{cases}, \quad (15)$$

式中: μ 为收缩参数,设定 $\mu > 1$ 加快收敛速度; ρ_{\max}

为 ρ 的最大值。

3.3 RTV-WNNM 去噪算法流程

对观测图像 y 通过 KNN (K-Nearest Neighbor) 算法将图像区域范围内 g 个最相似图像块聚合为矩阵。然后利用 RTV-WNNM 模型求解。图像第 n 块图像块 y_n 的相似块构成矩阵 Y_n , 恢复图像块的优化求解步骤如下。

- 1) 输入: 噪声图像相似块矩阵 Y_n ;
- 2) 初始化参数: $L = Z = I = G = \xi = \zeta = 0, \epsilon = 10^{-7}, t$ 为循环次数, $t = 0$;
- 3) 通过(11)式更新 L_n^t ; 通过(12)式更新 Z_n^t ; 通过(13)式更新 I_n^t ; 通过(14)式更新 G_n^t ;
- 4) 通过(15)式更新拉格朗日乘数和惩罚参数, $t = t + 1$;

$$5) \text{ 直到满足 } \frac{\|Y_n - (L_n^{t+1} + G_n^{t+1} + I_n^{t+1})\|_F}{\|Y_n\|_F} < \epsilon$$

停止迭代条件;

- 6) 重复执行第 3~5 步;
- 7) 输出: 最终去噪结果 L_n 。

整个图像 y 获得真实图像 x 的去噪步骤如下。

- 1) 输入: 含噪图像 y ;
- 2) 初始化: \hat{x}^0 为第 1 次迭代前图像, \hat{y}^0 为第 1 次迭代前去噪图像; 设置为 $\hat{x}^0 = y, \hat{y}^0 = y$;
- 3) 迭代: 迭代次数为 K , 假设迭代进行至第 f 次, 通过块匹配找到所有相似块 Y_f ;
- 4) 通过恢复图像块的优化求解对每个相似块矩阵进行去噪, 得到去噪后的相似块矩阵 \hat{X}^f ;
- 5) 聚合所有去噪后的矩阵块, 得到去噪后图像矩阵 \hat{X} ;
- 6) 输出: 经过 K 次迭代后图像 \hat{X}^K 。

4 实验结果与分析

为了验证 RTV-WNNM 去噪算法的有效性, 选用了含噪核磁共振 (MRI) 图像, Berkeley 数据集 (BSD200) 的 50 幅自然图像^[17] 和 USC-SIPI 图像数据库中 20 幅测试图像^[18], 在高斯随机和椒盐噪声下进行实验验证。在实验中, 本文方法采用峰值信噪比 (PSNR) 和特征结构相似性因子^[19] (FSIM) 两个主要指标, 分别与 BM3D^[2]、WNNM^[5]、RM^[8] 和 WSNM^[9] 作定性比较与分析, 验证算法去噪性能。测试环境为 Matlab2015a, Intel(R) Core(TM) i5-2520M CPU @ 2.5, RAM: 8.00 GB。

合理的搜索窗口和图像块大小是基于相似块矩阵和低秩表示实现图像去噪性能的重要因素。为了公平,所有算法的搜索窗口和图像块大小参考文献[1],将其分别设置为 21×21 和 7×7 ,设置相似块数量 $g = 80$ 。RTV-WNNM 模型参数设置为 $\alpha = 0.1, \beta = 0.005, \lambda = 0.002, \gamma = 0.87, \mu = 10^{-6}, \rho = 1.1$ 。

4.1 针对高斯白噪声和 MRI 噪声图像性能验证实验

首先对图像添加均值为 0,标准差 σ 为 30、40、50、60 和 70 的高斯白噪声测试图像进行实验,通过多次迭代获得最终图像。图 1 为本文算法与 BM3D、WNNM、RM 和 WSNM 对 Berkeley 测试数据集图像在标准差 σ 为 30、40、50、60 和 70 的高斯白噪声下采用 PSNR 和 FSIM 指标的平均值比较结果。

图 1(a)为测试图像的平均 PSNR 值,从图中可以看出,对于标准差 σ 为 30、40 和 50 的噪声下,本文算法、BM3D 和 WSNM 相对性能较好,RM 采用硬阈值收缩在图像结构变化过快的区域丢失信息较多。对于存在细腻且不规则纹理较多的图像,本文算法和

WSNM 都有较好的去噪效果,但随着噪声强度增加,WSNM 性能明显下降,而本文算法性能保持较好,这主要是因为加入 RTV 约束可以较好地将图像结构信息保留,有效降低图像块相似性矩阵的低秩结构丢掉图像本身结构的概率,从而提高去噪性能。此外,本文算法随着噪声水平的增加 PSNR 值下降较慢,说明该算法利用平滑结构约束和噪声误差约束能够更加准确地将图像结构和噪声分离。图 1(b)为测试图像的平均 FSIM 值,从图中可以看出,对于图像结构和细节信息丰富的图像,RM 和 WNNM 算法模型未考虑图像结构,所得评价指标值偏低;WSNM 和 BM3D 在噪声水平增加时,性能下降较快;本文算法考虑自然图像不规则结构,在模型中增加局部结构和稀疏约束,使得模型整体性能有较大提高。

图 2 为脑部含噪 MRI 图像的去噪效果比较图,从图中可以看出,RM 算法和 WNNM 算法去噪的脑核纹理比较模糊,WSNM 和本文算法去噪后的脑核有较清晰的纹理信息保留,本文算法整体结构和细节纹理更清晰,更利于辅助医疗诊断。

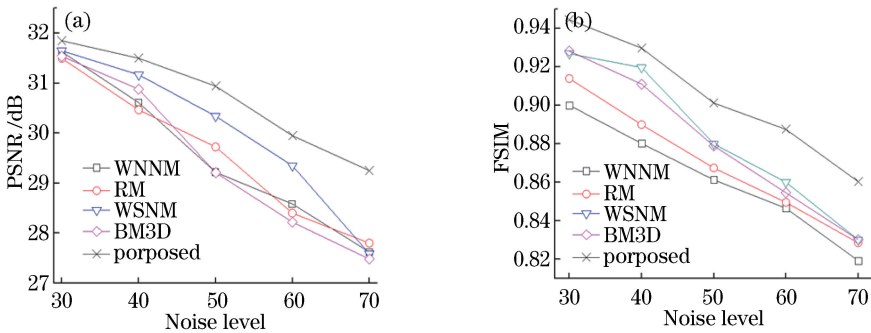


图 1 多种算法对 Berkeley 测试数据集图像采用 PSNR 和 FSIM 指标的平均值对比。(a) PSNR 值的对比图; (b) FSIM 值的对比图

Fig. 1 Comparison of average values of PSNR and FSIM indexes for Berkeley test dataset images by various algorithms. (a) Comparison result of PSNR values; (b) comparison result of FSIM values

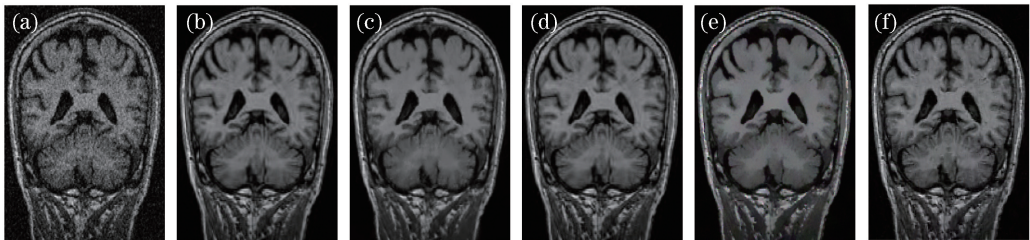


图 2 脑部含噪 MRI 切片图像使用多种算法去噪效果比较图。(a)含噪 MRI 切片;(b) RM 去噪效果;(c) BM3D 去噪效果; (d) WSNM 去噪效果;(e) WNNM 去噪效果;(f)本文算法去噪效果

Fig. 2 Comparison of denoising effects of noised MRI brain slices by various algorithms. (a) MRI slice with noise; (b) denoising effect by RM algorithm; (c) denoising effect by BM3D algorithm; (d) denoising effect by WSNM algorithm; (e) denoising effect by WNNM algorithm; (f) denoising effect by proposed algorithm

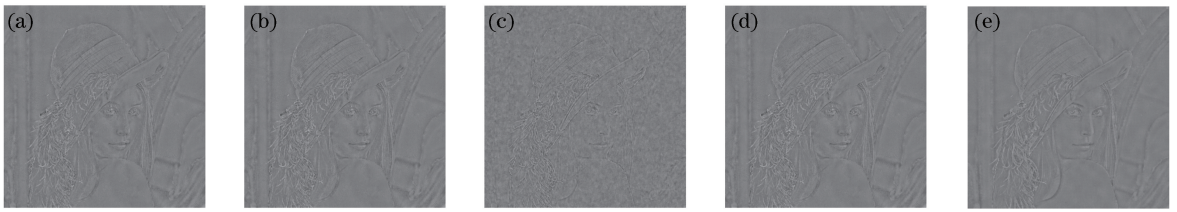


图3 Lena图的去噪残差分量图($\sigma=40$)。(a) RM算法残差分量;(b) BM3D算法残差分量;
(c)本文算法的残差分量;(d) WSNM残差分量;(e) WNNM算法残差分量

Fig. 3 Denoising residual components of Lena image ($\sigma = 40$). (a) Residual component of RM algorithm; (b) residual component of BM3D algorithm; (c) residual component of proposed algorithm; (d) residual component of WSNM algorithm; (e) residual component of WNNM algorithm

噪声残差(RN)分量是去噪后图像与原始带噪图像之差。在理想状态下,RN表示噪声信号分量。然而由于算法本身会将部分图像信息带入RN分量,影响图像视觉效果,故RN可以根据残差信息量从视觉角度评价算法性能。

从图3的残差图($\sigma = 40$)可以看出, RM、BM3D、WNNM和WSNM算法均可将Lena整个结构较为清晰地呈现在RN分量中,但清晰程度不同,这说明在求解低秩逼近时均丢掉了较多的纹理细节,并将丢掉的纹理细节保留在RN分量中。本文算法利用相似块保留图像结构,但对噪声残差图像结构信息保留得相对较少。由图3可以看出,RTV-WNNM很好地保留了很多不规则纹理细节,

具有良好的图像视觉效果。利用RTV-WNNM改进算法使用局部结构TV约束考虑了图像块稀疏性和结构保持,较好地防止过平滑现象,保留不规则纹理结构。

4.2 针对椒盐噪声性能验证实验

对图像增加噪声密度 N_0 范围为 $10 \sim 50$ 的椒盐噪声,通过不同方法去噪来验证本文算法的有效性。图4为图像Man在噪声密度 $N_0=50$ 的椒盐噪声下的去噪细节效果图。由于图像Male有较多的不规则结构信息,图4(c)~(g)为Male图像中右下角草坪的去噪细节图,从图中可以看出,本文算法整体轮廓完整清晰,草坪纹理细节保留较好,而其他几种方法地面纹理细节都很模糊。



图4 图像Male在噪声密度范围为50的椒盐噪声下去噪细节效果图比较,其中(c)~(g)为图(a)的框图细节部分。
(a) Male图像原图;(b)噪声密度为50的椒盐噪声图像;(c)本文算法结果;(d) WNNM结果;(e) WSNM结果;
(f) BM3D的结果;(g) RM的结果

Fig. 4 Comparison of denoising details of Male image in salt and pepper noise with the noise density of 50. Figs. 4(c)-(g) are detail parts of Fig. 4(a). (a) Original Male image; (b) salt and pepper noise image with noise density of 50; (c) result of proposed algorithm; (d) result of WNNM algorithm; (e) result of WSNM algorithm; (f) result of BM3D algorithm; (g) result of RM algorithm

表1 本文算法与多种算法在不同椒盐噪声密度下选取 Boat、Male、Peppers 和 Pentagon 4 幅图像在指标 PSNR 和 FSIM 上的比较

Table 1 Comparison between proposed algorithm and other algorithms on PSNR and FSIM by selecting four images of Boat, Male, Peppers, and Pentagon under different salt and pepper noise densities

p	Image	Proposed		WNNM	RM	WSNM	BM3D
20	Boat	32.59	0.953	31.37/0.913	31.23/0.901	31.98/0.912	31.88/0.921
	Male	32.19	0.939	31.58/0.910	31.29/0.907	31.45/0.921	31.90/0.923
	Peppers	32.23	0.901	31.08/0.889	31.25/0.892	31.89/0.917	31.85/0.922
	Pentagon	31.95	0.921	31.28/0.901	31.75/0.863	31.47/0.902	31.90/0.910
30	Boat	30.99	0.833	28.98/0.827	28.86/0.842	29.19/0.848	28.74/0.842
	Male	30.65	0.894	28.58/0.821	27.96/0.829	28.81/0.859	28.52/0.831
	Peppers	30.58	0.887	28.71/0.841	27.89/0.819	28.76/0.812	28.54/0.827
	Pentagon	30.42	0.893	28.63/0.830	27.94/0.853	28.68/0.805	28.72/0.841
40	Boat	28.22	0.821	27.13/0.712	26.31/0.703	27.35/0.745	27.10/0.727
	Male	28.16	0.837	26.78/0.704	26.20/0.651	27.46/0.760	27.02/0.704
	Peppers	28.44	0.803	26.22/0.692	26.16/0.609	27.30/0.725	26.52/0.687
	Pentagon	28.68	0.819	26.42/0.699	26.05/0.608	27.27/0.713	26.32/0.647

表1中选取了 USC-SIPI 数据库的 Boat、Male、Peppers 和 Pentagon 4 幅图像,针对噪声密度分别为 20、30 和 40 下的有噪图像,采用不同去噪算法,综合评价 PSNR 和 FSIM 两种指标。从表1可以看出,由于选取的4幅图像具有一定的不规则图像结构,WNNM 和 RM 的 PSNR 和 FSIM 两个指标都稍低,但 FSIM 值的性能下降较明显,这说明 WNNM 和 RM 在对图像结构评价时性能较差。本文算法的 PSNR 和 FSIM 两个指标都有明显的提高,WSNM 和 BM3D 的 PSNR 和 FSIM 整体指标较好,但随着噪声强度增加,性能明显下降较快,而本文算法保持较好。其原因主要是本文算法通过稀疏约束和 RTV 将图像结构信息和随机噪声较好地分离,减少了噪声对图像块低秩估计的影响。

基于低秩模型算法对高斯噪声和椒盐噪声均有较好的去噪性能,但由于构建矩阵和优化求解过程计算量较大,导致耗时较长。下一步的研究重点将从优化该方法的求解模型、增加并行计算等方向改进。

5 结 论

针对 WNNM 图像去噪算法易丢失图像不规则结构信息,引起去噪过平滑现象,提出了一种融合加权 RTV 正则化约束的图像去噪 RTV-WNNM,所提算法加入 RTV 范数和稀疏约束,保持图像边缘和加强区域平滑,提高图像去噪性能。对高斯噪声和椒盐噪声以及混合噪声从 PSNR、FSIM 两个指标和视觉效果上比较可知,RTV-WNNM 对多种噪声都有较好的降噪效果,同时可以较好地保留自然

图像纹理细节和不规则边缘信息。

参 考 文 献

- [1] Luo X G, Lü J R, Wang H J, *et al.* Fast nonlocal means image denoising algorithm using selective calculation[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2015, 44(1): 84-90.
罗学刚, 吕俊瑞, 王华军, 等. 选择性计算的快速非局部均值图像去噪[J]. 电子科技大学学报, 2015, 44(1): 84-90.
- [2] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, *et al.* Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(8): 2080-2095.
- [3] Gu S H, Xie Q, Meng D Y, *et al.* Weighted nuclear norm minimization and its applications to low level vision[J]. International Journal of Computer Vision, 2017, 121(2): 183-208.
- [4] Dong W S, Shi G M, Li X. Nonlocal image restoration with bilateral variance estimation: a low-rank approach [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2013, 22(2): 700-711.
- [5] Gu S H, Zhang L, Zuo W M, *et al.* Weighted nuclear norm minimization with application to image denoising[C] // 2014 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 23-28, 2014, Columbus, OH, USA. New York: IEEE, 2014: 2862-2869.
- [6] Xu J, Zhang L, Zhang D, *et al.* Multi-channel weighted nuclear norm minimization for real color

- image denoising [C] // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), October 22-29, 2017, Venice, Italy. New York: IEEE, 2017: 1105-1113.
- [7] Jiang J L, Yang J, Cui Y, *et al.* Mixed noise removal by weighted low rank model [J]. *Neurocomputing*, 2015, 151: 817-826.
- [8] Huang Y M, Yan H Y, Wen Y W, *et al.* Rank minimization with applications to image noise removal [J]. *Information Sciences*, 2018, 429: 147-163.
- [9] Xie Y, Gu S H, Liu Y, *et al.* Weighted Schatten p -norm minimization for image denoising and background subtraction [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2016, 25(10): 4842-4857.
- [10] Zhang C Y, Hu W R, Jin T Y, *et al.* Nonlocal image denoising via adaptive tensor nuclear norm minimization [J]. *Neural Computing and Applications*, 2018, 29(1): 3-19.
- [11] Feng Z J, Han W X. Seismic signals blind denoising based on W-weighted nuclear norm minimization [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(7): 071503.
冯振杰, 韩卫雪. 基于 W 加权核范数最小化的地震信号盲去噪 [J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(7): 071503.
- [12] Cai J F, Candès E J, Shen Z W. A singular value thresholding algorithm for matrix completion [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2010, 20(4): 1956-1982.
- [13] Hu Y, Zhang D B, Ye J P, *et al.* Fast and accurate matrix completion via truncated nuclear norm regularization [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(9): 2117-2130.
- [14] Beck A, Teboulle M. Fast gradient-based algorithms for constrained total variation image denoising and deblurring problems [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2009, 18(11): 2419-2434.
- [15] Xu L, Yan Q, Xia Y, *et al.* Structure extraction from texture via relative total variation [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2012, 31(6): 139.
- [16] Wang H Y, Cen Y G, He Z Q, *et al.* Reweighted low-rank matrix analysis with structural smoothness for image denoising [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2018, 27(4): 1777-1792.
- [17] Arbeláez P, Maire M, Fowlkes C, *et al.* Contour detection and hierarchical image segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2011, 33(5): 898-916.
- [18] The USC-SIPI image database [EB/OL]. [2019-01-15]. <http://sipi.usc.edu/database/>.
- [19] Zhang L, Zhang L, Mou X Q, *et al.* FSIM: a feature similarity index for image quality assessment [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2011, 20(8): 2378-2386.