# 基于约束非负矩阵分解的高光谱图像解混

方帅<sup>1</sup>\*\*, 王金明<sup>1</sup>\*, 曹风云<sup>2,3</sup>

1合肥工业大学计算机与信息学院人工智能与数据挖掘研究室,安徽 合肥 230601;
 2合肥工业大学工业安全与应急技术安徽省重点实验室,安徽 合肥 230601;
 3合肥师范学院计算机学院,安徽 合肥 230601

**摘要** 光谱解混可以有效提升高光谱图像的利用效率。非负矩阵分解(NMF)常用于寻找非负数据的线性表示,可以 有效解决混合像元问题。基于丰度的稀疏性和图像局部不变性提出一种高光谱解混算法。对丰度采取稀疏性约束 和基于拉普拉斯矩阵的图正则项约束,构造了一个新的目标函数,端元和丰度在经过若干次迭代后取得了较好的解 混合结果。该算法在模拟和真实数据上都进行了有效性验证,实验结果证明所提算法具有良好的解混性能。

关键词 图像处理;光谱解混合;非负矩阵分解;端元;丰度

中图分类号 TP753 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.161001

# Hyperspectral Image Unmixing Based on Constrained Nonnegative Matrix Factorization

Fang Shuai<sup>1\*\*</sup>, Wang Jinming<sup>1\*</sup>, Cao Fengyun<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Department of Artificial Intelligence and Data Mining, School of Computer Science and Information Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230601, China;

<sup>2</sup> Anhui Provincial Key Laboratory of Industry Safety and Emergency Technology, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui 230601, China;

<sup>3</sup> School of Computer Science and Technology, Hefei Normal University, Hefei, Anhui 230601, China

**Abstract** Spectral unmixing can effectively improve the utilization efficiency of hyperspectral images. Nonnegative matrix factorization is frequently used to find linear representations of nonnegative data, which can effectively solve the problem of mixed pixels. A hyperspectral unmixing algorithm is proposed based on the sparsity of abundance and local invariance of an image. A new objective function is constructed by adopting the sparsity regularization term of abundance and the graph regularization term of the Laplacian matrix. Better unmixing results are obtained after several iterations of the endmembers and abundance. The proposed algorithm is validated using both simulation and real data, and the experimental results demonstrate that the proposed algorithm exhibits good performance. **Key words** image processing; spectral unmixing; nonnegative matrix factorization; endmember; abundance **OCIS codes** 100.4145; 310.6188; 330.6180

# 1 引 言

高光谱遥感是将成像技术和光谱技术相结合的 多维信息获取技术,可同时探测目标的二维集合空 间与一维光谱信息,可获取高光谱分辨率的连续、窄 波段图像数据<sup>[1-2]</sup>。由于高光谱图像的光谱分辨率 较高,高光谱图像在农业生产、地物分类、矿产勘测、 天然及人造材料识别等<sup>[3-4]</sup>方面都有应用。然而,由 于技术限制,成像光谱仪的空间分辨率较低;另外, 由于近距离的混合效应,混合像元在高光谱图像中

收稿日期: 2019-01-02; 修回日期: 2019-01-26; 录用日期: 2019-03-12

**基金项目:**国家自然科学基金(61872327,61472380)、中央高校基本科研业务费专项资金(JD2017JGPY0011,JZ2017HGBZ0930)

<sup>\*</sup> E-mail: lnutwjm@mail.hfut.edu.cn; \*\* E-mail: fangshuai@hfut.edu.cn

普遍存在,混合像元的存在是影响高光谱图像分类 和目标检测精度的重要原因<sup>[5-7]</sup>。因此,解决混合像 元问题是高光谱遥感研究中的一个重要内容。通过 分解混合像元,可以研究其中包含的端元和各个端 元参与混合的程度,其中,确定组成混合像元的基本 地物的过程称为端元提取,各个基本地物在混合像 元中所占比例称为丰度<sup>[8]</sup>,高光谱解混合算法能够 有效克服因图像分辨率不足而造成的端元光谱估计 不准确的问题。

光谱解混合算法依赖于场景混合模型的建立, 现有的混合模型主要有线性模型和非线性模型<sup>[9]</sup>。 其中,线性光谱混合模型已成为分析高光谱图像内 容的最常用工具,当前的光谱解混合算法主要可分 为6类:纯像元假设下的端元提取算法、最小体积模 型下的端元提取算法、统计模型下的端元提取算法、 融合空间信息的端元提取算法、智能端元提取算法 以及其他端元提取算法等。

1) 纯端元假设下的端元提取方法是目前研究 得 最 多、最 成 熟 的 算 法, 包 括 纯 像 元 指 数 (PPI)<sup>[10-11]</sup>、内部最大体积分析(N-FINDR)<sup>[12-13]</sup>、迭 代 误 差 法 (IEA)<sup>[14]</sup>、顺 序 最 大 角 凸 锥 法 (SMACC)<sup>[15]</sup>和顶点成分分析(VCA)<sup>[16]</sup>等。

2)最小体积模型下的端元提取算法主要包括 外包单形体收缩算法(SSWA)<sup>[17]</sup>、最小体积单形体 分析(MVSA)<sup>[18]</sup>、最小体积外包单形体 (MVES)<sup>[19]</sup>、最小体积约束的非负矩阵分解(MVC-NMF)<sup>[20]</sup>,以及结合高光谱图像分类和单形体理论 的光谱解混合<sup>[21]</sup>等。

3) 基于统计模型的端元提取也有很多算法,如独立成分分析(ICA)<sup>[22]</sup>、依赖成分分析 (DECA)<sup>[23]</sup>、贝叶斯分析(Bayesian approaches)<sup>[24]</sup>等。该类算法的原理主要是通过引入几何约束等,统计分析计算得到最小误差,从而得到光谱解混结果。

4)融合空间信息的端元提取算法主要包括自动形态学端元提取法(AMEE)<sup>[25]</sup>、空间光谱端元提取法(SSEE)<sup>[26]</sup>、空间光谱预处理算法(SSPP)<sup>[27]</sup>等。与前面几类混合像元分解方法不同的是,融合空间信息法能够将高光谱图像数据的空间信息引入到求解过程目标函数的约束中,充分考虑相邻像素之间丰度变化的连续平滑特性及空间相关性,能够更合理地体现地物含量变化,避免不同像元间丰度值差异变化大的问题。

5) 智能端元提取算法主要包括蚁群优化端元

提取法(ACO-EE)<sup>[28]</sup>、离散粒子群优化端元提取法 (PSO)<sup>[29]</sup>、自适应布谷鸟端元提取算法 (ACSEE)<sup>[30]</sup>等。

6) 其他的端元提取算法主要有凸集分离端元 提取法(PCOMMEND)<sup>[31]</sup>和支持向量机端元提取 法(SVM-BEE)<sup>[32]</sup>。

以上这些方法均存在一些潜在的缺陷,基于纯 端元存在的假设不成立时,第一类方法难以提取出 精确的端元光谱特征。在图像噪声非常高的情况 下,由于基于最小体积模型的算法对噪声非常敏感, 大多数没有纯像素假设的算法无法得到好的端元。 随着噪声的降低,两种端元提取算法(含和不含纯像 元)的性能变得非常相似和均衡。在最优条件下,没 有纯像素假设的算法具有更好的性能。基于 NMF 的算法无需假设纯像元的存在,并且可以同时将混 合像元分解为端元和丰度。因此,基于 NMF 的算 法在高光谱解混合领域受到了越来越多的关注。然 而,如果直接将 NMF 应用到高光谱解混合中,它将 会因为存在多个候选解而导致 ill-posed 问题,并且 其算法性能也会受到初始化的影响。为了在线性高 光谱解混中找到更好的 NMF 解,研究者们构建了 许多正则项来构造新的 NMF 目标函数,如 Sparse NMF<sup>[33]</sup>, Minimum Volume Constraint NMF  $(MVC-NMF)^{[18]}$ ,  $L_{1/2}$  Sparsity Constrained NMF (CNMF)<sup>[34]</sup>和全变分空间正则化 NMF<sup>[35]</sup>等。最 近,丰度的低秩和稀疏先验信息也被应用到目标函 数的构造中,它们能够找到更加准确的端元和丰度。

本文结合基于图论改进的 SSPP 算法和丰度的 稀疏性约束,提出了一种新的 NMF 算法。一方面, 本算法考虑了相邻像素之间的空间关系和光谱相似 性,这样可以有效地减小算法的初始光谱搜索空间, 然后,对丰度施加稀疏性约束,以探索空间域中的几 何信息;另一方面,引入拉普拉斯矩阵的图正则项来 保持图像的局部不变性。本文设计了一个新的矩阵 分解目标函数,将图结构融入其中,兼顾了图像局部 不变性和丰度的全局稀疏性。

#### 2 基本原理

#### 2.1 NMF 的稀疏约束

NMF的基本思想可以简单描述为:对于任意 给定的一个非负矩阵 X,NMF 算法能够寻找到一 个非负矩阵 W 和一个非负矩阵 H,使其满足(1)式, 从而将非负矩阵 X 分解为左右两个非负矩阵的乘 积,即 (1)

$$X \approx WH$$
,

式中:W为端元矩阵;H为丰度矩阵。NMF求解问 题实际上是一个最优化问题,利用乘性迭代的方法 求解W和H,非负矩阵分解是一个NP (Nondeterminism Polynomial)问题。NMF问题的 目标函数有很多种,应用最广泛的就是欧几里得距 离和KL(Kullback-Leibler)散度,本文利用欧几里 得距离进行求解。其成本函数为

$$C(\boldsymbol{W},\boldsymbol{H}) = \frac{1}{2} \| \boldsymbol{X} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{H} \|_{F}^{2}$$
(2)

然而,由于成本函数的非凸性,不可能计算得到全局 最优解。为了解决这一问题,采用对丰度加以约束 的策略。在光谱解混合中,稀疏性是合理的约束条 件。在本文中,(2)式的数学符号所表示的意义为:  $X \in \mathbb{R}^{N \times K}$ 表示原始的低空间分辨率的高光谱图像, 它包含 N 个波段和 K 个像元点; $W \in \mathbb{R}^{N \times S}$ 表示端 元矩阵,S表示该高光谱图像中所包含的端元数目, 每一列表示一种端元波谱(一种纯净材料的光谱,比 如水、树木、土壤和人造材料等): $H \in \mathbf{R}^{S \times K}$ 表示丰 度矩阵,H的每一列表示高光谱图像的一个像素中 各种端元所占的空间比例。端元是从整个高光谱图 像中提取出来的,对于整幅高光谱图像来说,它的丰 度矩阵 H 理论上是稀疏的。换言之,利用端元矩阵 W 和丰度矩阵 H 中少量的元素能够进行高光谱矩 阵重构。为此,对(2)式进行稀疏约束,得到约束 NMF 的目标函数,即

$$\min_{\mathbf{W},\mathbf{H}} \frac{1}{2} \| \mathbf{X} - \mathbf{W}\mathbf{H} \|_{\mathrm{F}}^{2} + \beta \| \mathbf{H} \|_{1}, \qquad (3)$$

式中:第一项为保真项; $\beta$ 为正则项系数;  $\|*\|_1$ 用 来表示矩阵\*的稀疏性。有些研究者用  $L_{1/2}$ 稀疏代 替  $L_1$ 约束非负矩阵分解算法<sup>[9]</sup>,该类分解算法的基 础思想在本质上是一致的。

#### 2.2 改进的空间光谱预处理技术

空间光谱预处理(SSPP)算法采用了空间和光 谱两种信息对高光谱图像进行预处理<sup>[27]</sup>,筛选出空 间同质且光谱纯度较高的像元用于后续的端元提取 过程。SSPP算法具有提高端元提取算法精度的潜 力,同时不会增加端元提取过程的复杂度,有利于高 计算复杂度的端元提取算法缩短运算时间。本文与 原 SSPP算法的区别在于,本文采用的是谱聚类而 不是 K-means 聚类算法,因为谱聚类对数据分布的 适应性更强,聚类效果良好,同时聚类的计算量小且 易于实现。使用改进的 SSPP算法对原高光谱数据 进行预处理,然后使用 VCA(Vertex Component Analysis)<sup>[16]</sup>算法和完全约束最小二乘法(FCLS)对 经过预处理后保留下来的高光谱像元点进行初始化 计算,得到较好的初始端元和丰度。

谱聚类是从图论中演化出来的算法,谱图理论研 究<sup>[36]</sup>和流形学习理论<sup>[37]</sup>已经证明,几何结构可以通 过散布的数据点的最近邻图来有效建模。用点的集 合 V 和边的集合 B 来描述图 G,即为G(V,B)。对于 图中有边连接的两个点  $v_i$  和  $v_j$ ,它们之间的权重被 定义为  $e_{ij}$ ,高光谱数据可以被看作是无向图,所以  $e_{ij} = e_{ji}$ 。对于高光谱图像中的任意一个点  $v_i$ ,它的 度  $d_i$  定义为与之相连的所有边的权重之和,即

$$d_i = \sum_{j=1}^K e_{ij} \,. \tag{4}$$

对于整幅高光谱图像来说,利用每个点的度  $d_i$ 的定义,可以得到一个  $K \times K$  的度矩阵 D,它是一个对角矩阵,只有主对角线有值,对应第 i 行、第 i列个点的度,定义为

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_1 & & & \\ & \boldsymbol{d}_2 & & \\ & & \boldsymbol{\cdots} & \\ & & & \boldsymbol{d}_K \end{bmatrix} .$$
(5)

利用高光谱图像中的任意两点之间的权重值 *e*<sub>ij</sub>可以组成一个邻接矩阵*E*,构建邻接矩阵*E*的方 法有三类。ε-邻近法、K 邻近法和全连接法。相比 前两种方法,第三种方法所有的点之间的权重值都 大于 0,因此称之为全连接法。可以选择不同的核 函数来定义边权重,常用的有多项式核函数、高斯核 函数和 Sigmoid 核函数。最常用的是高斯核函数径 向基函数(RBF),此时邻接矩阵定义为

$$E_{ij} = \exp \frac{\|v_i - v_j\|_2^2}{2\sigma^2},$$
 (6)

式中: $E_{ij}$ 为邻接矩阵 E 的矩阵元; $\sigma$ 为带宽,用来控制径向作用范围; $v_i$ 和 $v_j$ 为点 $v_i$ 和 $v_j$ 的位置坐标。根据度矩阵和邻接矩阵,可以得到拉普拉斯矩阵L,L=D-E,两个像元点的光谱向量越相似,其丰度向量越相似,故而得到图正则项为

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{K} e_{ij} (\boldsymbol{H}_i - \boldsymbol{H}_j)^2 =$$

 $Tr(HDH^{T}) - Tr(HEH^{T}) = Tr(HLH^{T}),$  (7) 式中: $H_i$  为第i 个像元的丰度向量; $H_j$  为第j 个像 元的丰度向量。本文在原始 NMF 算法中添加了图 正则化以及丰度矩阵的稀疏性约束,改进的空间光 谱预处理算法为最终的目标函数提供了一个较好的 初始值。得到最终的光谱解混合目标函数表示为

$$\min F(\boldsymbol{W}, \boldsymbol{H}) = \frac{1}{2} \| \boldsymbol{X} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{H} \|_{F}^{2} + \beta \| \boldsymbol{H} \|_{1} +$$

$$\alpha \operatorname{Tr}(\boldsymbol{H}\boldsymbol{L}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}), \mathbf{s.t.}\boldsymbol{W} \ge 0, \boldsymbol{H} \ge 0, \qquad (8)$$

式中: $\alpha$  为拉普拉斯正则项的正则项系数; s. t.为约 束条件。为了最小化 F(W, H),需要计算 W 和 H的梯度,即

$$\frac{\partial F(\boldsymbol{W},\boldsymbol{H})}{\partial \boldsymbol{W}} = (\boldsymbol{W}\boldsymbol{H} - \boldsymbol{X})\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}, \qquad (9)$$

$$\frac{\partial F(\mathbf{W}, \mathbf{H})}{\partial \mathbf{H}} = \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \mathbf{H} - \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{X} + \beta \mathbf{1} + \alpha \mathbf{H} \mathbf{L},$$
(10)

式中:1表示元素全为1的S×K大小的矩阵。W

Algorithm 1 SSPP-CNMF unmixing

和 H 的更新法则为

$$W \leftarrow W. * XH^{\mathrm{T}}./(WHH^{\mathrm{T}}), \qquad (11)$$

$$\boldsymbol{H} \leftarrow \boldsymbol{H} \boldsymbol{\cdot} \boldsymbol{\times} (\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} + \boldsymbol{\alpha}\boldsymbol{H}\boldsymbol{E}) \boldsymbol{\cdot} /$$

$$(\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{H} + \beta\boldsymbol{1} + \alpha\boldsymbol{H}\boldsymbol{D}), \qquad (12)$$

式中:(.\*)和(./)分别表示两个矩阵对应元素相乘 和相除。最终得到本文的解混合算法(SSPP-CNMF)流程如图1所示。

3 实验数据与评价

#### 3.1 实验数据

为了验证本算法的性能,使用一组模拟实验数 据和两组真实实验数据进行实验,如图2所示。

Input: the hyperspectral image  $X \in \mathbb{R}^{N \times K}$ ; the number of endmembers S; the parameters  $\alpha, \beta$ 

**Initialize** *W* and *H* by SSPP-VCA and FCLS

Repeat the following steps until convergence

1) Update W by equation (11);

2) Update H by equation (12);

Output: endmember matrix W and abundance matrix H.

### 图 1 SSPP-CNMF 算法流程 Fig. 1 Procedure of SSPP-CNMF algorithm



图 2 高光谱图像。(a) Fractal1;(b) Jasper;(c) Cuprite Fig. 2 Hyperspectral images. (a) Fractal1; (b) Jasper; (c) Cuprite

Fractall 是一幅模拟的高光谱数据<sup>[38]</sup>,它包含 221 个波段,具有 100×100 个像素,合成这幅模拟数据时,在 USGS 光谱库中选择了 9 种矿物光谱,即 Halloysite、Nontronite、Kaolinite CM9、Sphene、Muscovite、Kaolinite KGa1、Dumortierite、Pyrophyllite 和 Alunite。

2) Jasper 数据集<sup>[39]</sup>是一种常用的高光谱数据 集,每个波段具有 512×614 个像素,它具有 224 个 光谱波段,光谱分辨率高达 9.46 nm,光谱范围为 380~2500 nm。由于图像的高复杂性,从原图像中 的第(105,269)像素开始裁剪出由 100×100 个像 素组成的区域。此外,为了避免大气的影响,已移除 了编号为 1~3、108~112、154~166 和 220~224 的 通道(保留 198 个通道)。这个场景中包含了 4 种端 元:Road、Soil、Water 和 Tree。

3) Cuprite 数据集<sup>[39]</sup> 是光谱解混合领域最具挑 战性的数据集之一,它覆盖了美国内华达州的赤铜矿 采矿区。该图像包含 224 个波段,光谱范围从 370~ 2480 nm。与其他数据集类似,本文使用了包含250× 190 个像素的区域,此外还删除了噪声通道(1~2 通 道和 221~224 通道)和水蒸气吸收通道(104~113 通 道和 148~167 通道),最后保留了 188 个通道。 Cuprite数据集中共有 12 种矿物: Alunite、Andradite、 Buddingtonite、Dumortierite、Kaolinite1、Kaolinite2、 Muscovite、 Montmorillonite、 Nontronite、 Pyrope、 Sphene 和 Chalcedony.

#### 3.2 评价指标

为了验证所提 SSPP-CNMF 解混合算法的有效性,需要比较估计的实验结果和 ground truth (GT)之间的差异。本文使用以下典型评估指标。

1) 光谱角距离(SAD)

光谱角距离(SAD)可以用来衡量两个光谱之间 的差异程度,当两个光谱差异越大时,所对应的光谱 角距离的值就会越大。对于两个光谱向量 *a*,*b* ∈ **R**<sup>N</sup>,其光谱角距离为

$$S_{\text{AD}}(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}) = \arccos\left(\frac{\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}}{\|\boldsymbol{a}\|_{2} \cdot \|\boldsymbol{b}\|_{2}}\right). \quad (13)$$

2) 均方根误差(RMSE)

均方根误差(RMSE)通过计算估计的丰度(H)



图 3 Jasper 的 ground truth(GT)和所提方法端元提取结果。(a)树木;(b)土壤;(c)水体;(d)道路 Fig. 3 Jasper ground truths (GT) and endmember results obtained by proposed algorithm.

(a) Tree; (b) soil; (c) water; (d) road

图 4~8 显示了不同光谱解混合方法的 Jasper 图像的丰度图,从各丰度估计结果可以看出,VCA 算法在提取水体端元时表现不错,这是因为水体通 常可以被看作是纯像元,然而在提取其他三种端元 时,如果没有纯度较高的像元,提取的结果偏差较 大。在基于 NMF 的算法中,CoNMF 能较好地提取 端元,但是丰度的计算精确程度不够。MVC-NMF 算法对土壤和水体的端元提取效果较差,容易将两 者混淆。SSPP-VCA 算法能精确地提取出 4 种端 元,但是丰度的反演效果相比 SSPP-CNMF 算法较 差。图 9 是根据本文所提算法估计得到的丰度图, 本文算法考虑了丰度的稀疏性,并对高光谱图像的 几何结构信息进行挖掘,从图中可以看出,本文算法 提取的端元和丰度的精确度都更加接近于 ground truth。缺点在于在提取水体的时候,部分区域有 所混淆,导致丰度值和 ground truth略有差异。

与 ground truth (T)之间的绝对差来评价丰度的估计结果,即

$$R_{\text{MSE}_{S}} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} (H_{si} - T_{si})^{2}}, \quad (14)$$

式中: $H_{si}$ 为所求得的丰度矩阵中第 S 个丰度的第 *i* 个像元点的值; $T_{si}$ 为 ground truth 的丰度矩阵中第 S 个丰度的第 *i* 个像元点的值。

## 4 分析与讨论

对比本文所提方法和各种文献中所提出的几种 不同方法,例如 VCA<sup>[16]</sup>、CoNMF<sup>[40]</sup>、MVSA<sup>[18]</sup>、 MVC-NMF<sup>[20]</sup>等,采用两个指标(SAD 和 RMSE) 来验证算法的有效性。所提 SSPP-CNMF 算法中 有两个参数: $\alpha$  和 $\beta$ 。不同的参数选择方案会有不同 的结果。经过模拟和真实实验数据验证,设置  $\alpha$  =  $2 \times 10^{-4}$ , $\beta$  =  $10^{-4}$ 。

图 3 显示了 Jasper 数据集的 ground truth 和本 文算法得出的端元估计结果,可见,提取的端元光谱 曲线与 ground truth 吻合。

> GT ours

> > 160

GT ours

160

200

200



图 4 Jasper 丰度图的 ground truth。(a)水体;(b)土壤;(c)道路;(d)树木 Fig. 4 Ground truths of Jasper abundance. (a) Water; (b) soil; (c) road; (d) tree



图 5 VCA 算法估算的 Jasper 丰度图。(a)水体;(b)土壤;(c)道路;(d)树木

Fig. 5 Jasper abundances estimated by VCA algorithm. (a) Water; (b) soil; (c) road; (d) tree



图 6 CoNMF 算法估算的 Jasper 丰度图。(a)水体;(b)土壤;(c)道路;(d)树木

Fig. 6 Jasper abundances estimated by CoNMF algorithm. (a) Water; (b) soil; (c) road; (d) tree



图 7 MVC-NMF 算法估算的 Jasper 丰度图。(a)水体;(b)土壤;(c)道路;(d)树木

Fig. 7 Jasper abundances estimated by MVC-NMF algorithm. (a) Water; (b) soil; (c) road; (d) tree







图 9 SSPP-CNMF 算法估算的 Jasper 丰度图。(a)水体;(b)土壤;(c)道路;(d)树木 Fig. 9 Jasper abundances estimated by SSPP-CNMF algorithm. (a) Water; (b) soil; (c) road; (d) tree

图 10、11 是 Fractall 图像的丰度估计结果和端元光 谱特征比较,根据结果显示,除了 Alunite 的端元提 取结果不是很理想之外,其他端元曲线都与 ground truth 吻合。结合 Alunite 的丰度图分析后可知,导 致 Alunite 的端元提取结果不准确的原因之一可能 是包含 Alunite 的像元点较少。图 12 显示了 Cuprite 数据集的估算丰度图。

表1和表2显示了本文和几种解混合算法的 SAD和RMSE定量评估。

SAD表示各种算法的端元提取结果和 ground truth 端元光谱曲线之间的差异程度,SAD 越小,则 差异程度越小,光谱曲线就越接近。RMSE 表示的 是各算法估计的丰度和 ground truth 丰度之间的差 异,RMSE 越小,则表示丰度和 ground truth 越接 近。从表 1 和表 2 的 SAD 和 RMSE 可以看出,在 信噪比较低的情况下,例如信噪比(SNR)为30 dB 时,经过改进的空间光谱预处理的 SSPP-VCA 算法 比原始的 VCA 算法对噪声表现出了更强的稳健 性。对于模拟数据 Fractal1 和真实数据 Jasper,本 文 算 法 均 表 现 出 了 最 佳 的 解 混 效 果。对于 Cuprite高光谱数据,Cuprite光谱矢量的空间分布



- 图 10 SSPP-CNMF 算法估算的 Fractall 的丰度图。 (a) Halloysite; (b) Nontronite; (c) Kaolinite CM9; (d) Sphene; (e) Muscovite; (f) Kaolinite KGa1; (g) Dumortierite; (h) Pyrophyllite; (i) Alunite
- Fig. 10 Fractall abundances estimated by SSPP-CNMF algorithm. (a) Halloysite; (b) Nontronite;
  (c) Kaolinite CM9; (d) Sphene;
  (e) Muscovite; (f) Kaolinite KGa1;
  (g) Dumortierite; (h) Pyrophyllite; (i) Alunite





Fig. 11 Fractall ground truth and endmember spectra estimated by SSPP-CNMF algorithm. (a) Dumortierite;

(b) Halloysite; (c) Kaolinite CM9; (d) Kaolinite KGa1; (e) Muscovite; (f) Nontronite; (g) Pyrophyllite; (h) Sphene



图 12 SSPP-CNMF 算法估算的 Cuprite 的丰度图。(a)端元 1;(b)端元 2;(c)端元 3;(d)端元 4;(e)端元 5;(f)端元 6; (g)端元 7;(h)端元 8;(i)端元 9;(j)端元 10;(k)端元 11;(l)端元 12

Fig. 12 Cuprite abundances estimated by SSPP-CNMF algorithm. (a) Endmember 1;(b) Endmember 2; (c) Endmember

3; (d) Endmember 4; (e) Endmember 5; (f) Endmember 6; (g) Endmember 7; (h) Endmember 8;

(i) Endmember 9; (j) Endmember 10; (k) Endmember 11; (l) Endmember 12

表1 不同高光谱解混合算法之间的 SAD 比较

Table 1 Comparison of SAD of different hyperspectral unmixing algorithms

Hyperspectral datasets	SNR /dB	SAD $/10^{-2}$						
		VCA	MVSA	MVC-NMF	CoNMF	SSPP-VCA	Ours	
Fractal1	30	20.32	22.46	17.51	9.68	11.37	9.31	
Jasper		41.63	28.42	24.42	29.43	12.82	12.71	
Cuprite		25.08	12.42	20.22	19.71	13.32	13.22	

表 2 不同高光谱解混合算法之间的 RMSE 比较

Table 2 Comparison of RMSE of different hyperspectral unmixing algorithms

Hyperspectral datasets	SNR /dB	RMSE /10 <sup>-2</sup>						
		VCA	MVSA	MVC-NMF	CoNMF	SSPP-VCA	Ours	
Fractal1	30	24.19	22.71	15.37	10.68	13.44	10.52	
Jasper		36.61	38.81	19.75	26.72	19.39	18.78	
Cuprite						_		

不符合最小体积分离框架中设想的空间分布,这使 得相关的解混(MVSA)是一个不适定的问题,但 MVSA 算法先运行若干次 VCA 进行初始处理,保 留最大体积的单形体后再进行后续的解混算法,这 种方法简单而有效,本文算法在这方面略逊于 MVSA。

### 5 结 论

通过结合约束非负矩阵分解和改进的空间光谱 预处理来进行高光谱图像混合像元分解,对所有像 元的丰度采取稀疏性约束策略,并基于高光谱图像 的空间信息和光谱信息结合图论来构造图结构约束 项,然后用正则化的方法构造稀疏解混目标函数。 模拟数据及真实高光谱数据都证明本文所提出的 SSPP-CNMF方法能够取得较好的解混合结果。

#### 参考文献

- [1] Goetz A F H, Rowan L C. Geologic remote sensing
   [J]. Science, 1981, 211(4484): 781-791.
- [2] Goetz A F H, Vane G, Solomon J E, et al. Imaging spectrometry for earth remote sensing [J]. Science, 1985, 228(4704): 1147-1153.
- Plaza A, Benediktsson J A, Boardman J W, et al. Recent advances in techniques for hyperspectral image processing [J]. Remote Sensing of Environment, 2009, 113(S1): S110-S122.
- [4] Cai L H, Ding J L. Inversion of soil moisture content based on hyperspectral multi-scale decomposition[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55 (1): 013001.

蔡亮红, 丁建丽. 基于高光谱多尺度分解的土壤含水

量反演[J].激光与光电子学进展,2018,55(1): 013001.

- [5] Lillesand T, Kiefer R W, Chipman J. Remote sensing and image interpretation [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2014.
- [6] Yu C Y, Zhao M, Song M P, et al. Hyperspectral image classification method based on targets constraint and spectral-spatial iteration [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(6): 0628003. 于纯妍,赵猛, 宋梅萍,等. 基于目标约束与谱空迭

1 元刻, 赵猛, 木梅萍, 寻, 至, 日孙约来马语至区 代的高光谱图像分类方法[J].光学学报, 2018, 38 (6): 0628003.

[7] Li F Y, Huo H T, Bai J, et al. Hyperspectral target detection based on sparse representation and adaptive model [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38 (12): 1228004.

李非燕, 霍宏涛, 白杰, 等. 基于稀疏表示和自适应 模型的高光谱目标检测 [J]. 光学学报, 2018, 38 (12): 1228004.

- Bioucas-Dias J M, Plaza A, Dobigeon N, et al. Hyperspectral unmixing overview: geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches
   [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5 (2): 354-379.
- [9] Plaza A, Martín G, Plaza J, et al. Recent developments in endmember extraction and spectral unmixing [M] // Prasad S, Bruce L, Chanussot J. Optical remote sensing. Augmented vision and reality. Berlin, Heidelberg: Springer, 2011, 3: 235-267.
- [10] Boardman J W. Mapping target signatures via partial unmixing of aviris data [C] // Fifth Annual JPL Airborne Geoscience Workshop. [S. l.]: JPL Publication, 1995: 23-26.
- [11] Boardman J W. Automating spectral unmixing of AVIRIS data using convex geometry concepts [C] // 4th Annual JPL Airborne Geoscience Workshop. [S.
  1.]: JPL Publication, 1993: 11-14: 23-26.
- [12] Winter M E. N-FINDR: an algorithm for fast autonomous spectral end-member determination in hyperspectral data [J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3753: 266-275.
- Luo W F, Zhang B, Jia X P. New improvements in parallel implementation of N-FINDR algorithm [J].
   IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(10): 3648-3659.
- [14] Neville R A, Staenz K, Szeredi T, et al. Automatic

endmember extraction from hyperspectral data for mineral exploration [C] // Fourth International Airborne Remote Sensing Conference and Exhibition / 21st Canadian Symposium on Remote Sensing, June 21-24, 1999, Ottawa, Ontario, Canada. Canada: Earth Sciences Sector, 1999.

- [15] Gruninger J H, Ratkowski A J, Hoke M L. The sequential maximum angle convex cone (SMACC) endmember model [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5425: 1-14.
- [16] Nascimento J M P, Dias J M B. Vertex component analysis: a fast algorithm to unmix hyperspectral data
   [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2005, 43(4): 898-910.
- [17] Fuhrmann D R. Simplex shrink-wrap algorithm [J].Proceedings of SPIE, 1999, 3718: 501-511.
- [18] Li J, Agathos A, Zaharie D, et al. Minimum volume simplex analysis: a fast algorithm for linear hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2015, 53(9): 5067-5082.
- [19] Chan T H, Chi C Y, Huang Y M, et al. A convex analysis-based minimum-volume enclosing simplex algorithm for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57 (11): 4418-4432.
- [20] Miao L D, Qi H R. Endmember extraction from highly mixed data using minimum volume constrained nonnegative matrix factorization [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(3): 765-777.
- [21] Yan Y, Hua W S, Cui Z H, et al. Classification and volume for hyperspectral endmember extraction [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(9): 093004.
  严阳,华文深,崔子浩,等.高光谱分类体积的端元 提取 [J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(9): 093004.
- [22] Tu T M. Unsupervised signature extraction and separation in hyperspectral images: a noise-adjusted fast independent component analysis [J]. Optical Engineering, 2000, 39(4): 897-906.
- [23] Nascimento J M P, Bioucas-Dias J M. Hyperspectral unmixing based on mixtures of Dirichlet components
   [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50(3): 863-878.
- [24] Dobigeon N, Moussaoui S, Tourneret J Y, et al. Bayesian separation of spectral sources under non-

negativity and full additivity constraints [J]. Signal Processing, 2009, 89(12): 2657-2669.

- [25] Plaza A, Martinez P, Pérez R, et al. Spatial/spectral endmember extraction by multidimensional morphological operations [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2002, 40(9): 2025-2041.
- [26] Rogge D M, Rivard B, Zhang J, et al. Integration of spatial - spectral information for the improved extraction of endmembers [J]. Remote Sensing of Environment, 2007, 110(3): 287-303.
- [27] Martin G, Plaza A. Spatial-spectral preprocessing prior to endmember identification and unmixing of remotely sensed hyperspectral data[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2012, 5(2): 380-395.
- [28] Gao L R, Gao J W, Li J, et al. Multiple algorithm integration based on ant colony optimization for endmember extraction from hyperspectral imagery
   [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 2015, 8 (6): 2569-2582.
- [29] Gao L R, Zhuang L N, Wu Y F, et al. A quantitative and comparative analysis of different preprocessing implementations of DPSO: a robust endmember extraction algorithm [J]. Soft Computing, 2016, 20(12): 4669-4683.
- [30] Zhao H H, Jiang Y M, Wang T, et al. A method based on the adaptive cuckoo search algorithm for endmember extraction from hyperspectral remote sensing images[J]. Remote Sensing Letters, 2016, 7 (3): 289-297.
- [31] Zare A, Gader P. Piece-wise convex spatial-spectral unmixing of hyperspectral imagery using possibilistic and fuzzy clustering [C] // 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2011), June 27-30, 2011, Taipei, Taiwan. New York: IEEE, 2011: 741-746.
- [32] Filippi A M, Archibald R. Support vector machinebased endmember extraction[J]. IEEE Transactions

on Geoscience and Remote Sensing, 2009, 47(3): 771-791.

- [33] Feng X R, Li H C, Li J, et al. Hyperspectral unmixing using sparsity-constrained deep nonnegative matrix factorization with total variation [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2018, 56(10): 6245-6257.
- [34] Cai D, He X F, Han J W, et al. Graph regularized nonnegative matrix factorization for data representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2011, 33 (8): 1548-1560.
- [35] Iordache M D, Bioucas-Dias J M, Plaza A. Total variation spatial regularization for sparse hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2012, 50 (11): 4484-4502.
- Belkin M, Niyogi P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering [C] // Proceedings of the 14th International Conference on Neural Information Processing Systems: Natural and Synthetic, December 3-8, 2001, Vancouver, British Columbia, Canada. Cambridge: MIT Press, 2002: 585-591.
- [37] Chung F R K, Graham F C. Spectral graph theory [M]. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 1997.
- [38] Plaza J, Hendrix E M T, García I, et al. On endmember identification in hyperspectral images without pure pixels: a comparison of algorithms [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2012, 42(2/3): 163-175.
- [39] Zhu F Y, Wang Y, Fan B, et al. Spectral unmixing via data-guided sparsity [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2014, 23(12): 5412-5427.
- [40] Li J, Bioucas-Dias J M, Plaza A, et al. Robust collaborative nonnegative matrix factorization for hyperspectral unmixing [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2016, 54 (10): 6076-6090.