

压缩真空态通过分束器的纠缠特性研究

魏天丽, 吴德伟*, 李响, 朱浩男, 王湘林

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

摘要 基于分束器可产生纠缠的特性, 提出基于分束器生成连续变量双模压缩态的方案, 并求解纠缠条件。对于 50:50 分束器模型, 分析并提取相移影响因子后, 基于量子态转换和 Wigner 函数分别分析量子态输出与输入相对压缩角和分束器相移影响因子之间的关系; 利用段路明纠缠判据判断输出是否为纠缠态, 并定义对数负值衡量输出纠缠度。结果表明, 分束器相移影响因子和输入相对压缩角对输出纠缠的影响存在周期性, 在半周期内输出表现为不相关到部分纠缠再到最大纠缠的变化; 当且仅当在最大纠缠点处, 继续增加输入压缩幅, 纠缠程度继续增加。实验结果为单模压缩真空态经分束器产生最大纠缠态提供了思路。

关键词 量子光学; 压缩真空态; 分束器; 相对压缩角; 纠缠态

中图分类号 O431.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.152701

Entanglement Characteristics of Squeezed Vacuum State After Beam Splitter

Wei Tianli, Wu Dewei*, Li Xiang, Zhu Haonan, Wang Xianglin

Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

Abstract Herein, we investigate a scheme to generate continuous double-mode squeezed vacuum states based on a beam splitter by assuming that a beam splitter can cause entanglement, and the entangled conditions are solved. For a 50:50 beam splitter, the phase shift influencing factor is analyzed and extracted. The relationship between the relative squeezing angle of quantum state output and input and the phase shift influencing factor is analyzed based on the quantum state conversion and the Wigner function. Subsequently, the Duan criterion is used to determine whether the output is entangled, and logarithmic negativity is defined for measuring the degree of entanglement. The results indicate the presence of a periodic effect in the entanglement characteristics of the outputs is due to the beam-splitter phase shift influencing factor and the relative squeezing angle provided as input; in a half-single pass, outputs are the processes associated with unrelated properties, partially entangled properties, and maximally entangled properties. Increasing the degree of squeezing provided as the input will cause an increase in output when the maximally entangled states are obtained as outputs. This study provides some concepts for using single-mode squeezed vacuum states to produce the maximally entangled states.

Key words quantum optics; squeezed vacuum state; beam-splitter; relative squeezing angle; entangled state

OCIS codes 270.5585; 270.6570

1 引言

压缩态是一种非经典态,在不违背正交分量不确定关系的前提下,其一个正交分量的量子涨落低于真空涨落,另一个正交分量大于真空涨落^[1-2]。压缩态的这一非经典性,使其在微弱信号检测、引力波探测、

精密测量、光通信、量子信息处理等方面具有重要应用^[3-7],并由此掀起了压缩制备研究热潮^[8-10]。此外,无论在量子光学还是连续变量纠缠微波领域,利用压缩态产生纠缠态都是构建纠缠的一种重要方案。

在量子光学领域,常用的生成纠缠光的方案是利用简并光学参量振荡器(OPO)生成两束单模压缩光,

收稿日期: 2019-01-11; 修回日期: 2019-02-09; 录用日期: 2019-02-27

基金项目: 国家自然科学基金(61603414;61573372)

* E-mail: wudewei74609@126.com

并以 $\pi/2$ 相位差经 50:50 固定分束器耦合输出 EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) 纠缠光场^[11]。在连续变量纠缠微波领域,德国的 Menzel 等^[12]提出了利用约瑟夫森参量放大器(JPA)和微波分束器产生纠缠微波信号,实现了路径纠缠,而不是仅局限于微波谐振腔内。另外,利用威尔金森功分器(WPD)作为微波分束器产生频率兼并的路径纠缠微波信号也得到了实验验证^[13-14]。上述两种方案中分束器均起到重要作用,与纠缠光生成方案不同的是,纠缠微波生成时 JPA 产生一路单模压缩态,而在微波分束器的两个输入端分别注入单模压缩态与真空态。

目前,用于制备纠缠光所采用的分束器为 50:50 经典分束器模型;制备纠缠微波信号所采用的分束器—— 180° 混合环^[15]基于 50:50 经典分束器设计,利用其他分束器模型产生纠缠态的研究尚不深入。对于简并纠缠微波的制备,由于受到纠缠微波分束器种类的限制,目前较成熟的方案仅有将单模压缩态与真空态经分束器生成纠缠态。然而,利用单模压缩态与真空态生成纠缠态的纠缠度的理论值低于两路单模压缩态产生纠缠态的纠缠度理论值。虽然理论上利用两路单模压缩态产生纠缠的方案在纠缠度性能上具有较大优势,但从理论以及实验结果来看,受到控制两路单模压缩态相位差为 $\pi/2$ 的操作难度及其退相干的影响,该方案在简并纠缠微波信号生成的研究中进展缓慢。

针对上述问题,基于量子态转换和 Wigner 函数,本文分析了两路单模压缩真空态经一般 50:50 光分束器模型后的纠缠特性,建立了基于段路明纠缠判据的纠缠质量评估方法,基于该方法求解纠缠存在条件与最大纠缠条件,最后,以经典的 50:50 分束器模型为例,对输出结果进行仿真,分析两路单模压缩真空态经分束器后的纠缠特性,该结果同时适用于纠缠光与连续变量纠缠微波。

2 单模压缩真空态经分束器的量子态转换

分束器是一种干涉仪,已实验验证其可产生纠缠特性^[16]。在量子光学领域,分束器模型如图 1 所示。

图 1 中 a_k ($k = \text{in}, \text{u}, \text{r}, \text{t}$) 为相应波束的湮灭算符,下标 k 用于区分散射系数,并且满足关系式

$$\begin{pmatrix} a_r \\ a_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{\text{in},r} & t_{\text{u},r} \\ t_{\text{in},t} & r_{\text{u},t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\text{in}} \\ a_{\text{u}} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

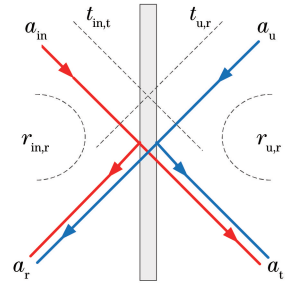


图 1 光学分束器(量子模型)

Fig. 1 Optical beam splitter (quantum-mechanical model)

式中: $r_{\text{in},r}$ 、 $r_{\text{u},t}$ 、 $t_{\text{in},t}$ 、 $t_{\text{u},r}$ 分别表示输入到输出的反射和透射系数,均为复数,并满足关系^[17]

$$\begin{cases} |r_{\text{in},r}| = |r_{\text{u},t}|, |t_{\text{in},t}| = |t_{\text{u},r}|, \\ |r_{\text{in},r}|^2 + |t_{\text{u},r}|^2 = 1 \\ r_{\text{in},r}t_{\text{u},r}^* + r_{\text{u},t}^*t_{\text{in},t} = r_{\text{u},t}t_{\text{u},r}^* + r_{\text{in},r}^*t_{\text{in},t} = 0 \\ r_{\text{in},r} = |r_{\text{in},r}| \exp(i\phi_{\text{in},r}), r_{\text{u},t} = |r_{\text{u},t}| \exp(i\phi_{\text{u},t}) \\ t_{\text{in},t} = |t_{\text{in},t}| \exp(i\phi_{\text{in},t}), t_{\text{u},r} = |t_{\text{u},r}| \exp(i\phi_{\text{u},r}) \end{cases}, \quad (2)$$

式中: * 为求共轭符号。

为了直观表现反射和透射系数之间的关系,定义 $\phi_{m,n}$ ($m = \text{in}, \text{u}$ 分别表示不同输入端; $n = \text{t}, \text{r}$ 分别表示传输与散射关系) 表示输入与输出之间的相移,取 $\beta = \phi_{\text{u},r} - \phi_{\text{in},r}$, $\phi_{\text{in},r} = \phi_{\text{u},t} = 0$, 分束器影响因子 β 表示输入 a_{u} 的透射相移与输入 a_{in} 的反射相移之差。对于 50:50 分束器,(1)式可以简化为

$$\begin{cases} a_r = \frac{1}{\sqrt{2}}a_{\text{in}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\exp(i\beta)a_{\text{u}} \\ a_t = \frac{1}{\sqrt{2}}\exp[-i(\beta + \pi)]a_{\text{in}} + \frac{1}{\sqrt{2}}a_{\text{u}} \end{cases}. \quad (3)$$

在量子态转换运算中,常用到(3)式的逆变换,即

$$\begin{cases} a_{\text{in}} = \frac{1}{\sqrt{2}}[a_r - \exp(i\beta)a_t] \\ a_{\text{u}} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\exp(-i\beta)a_r + a_t] \end{cases}. \quad (4)$$

当输入 a_{in} 、 a_{u} 为两路单模压缩真空态时,有

$$\begin{cases} a_{\text{in}} = a_1 \cosh s - a_1^\dagger \sinh s \\ a_{\text{u}} = a_2 \cosh s - a_2^\dagger \exp(i\theta) \sinh s \end{cases}, \quad (5)$$

式中: s 为两路输入压缩幅; θ 为压缩角之差,表示两路信号之间的相对位相。经分束器的量子态转换过程可表示为

$$\begin{aligned}
 & | \xi_{in} \rangle_{in} | \xi_u \rangle_u = \exp(\xi_{in}^* a_{in}^2 - \xi_{in} a_{in}^{+2}) \exp(\xi_u^* a_u^2 - \xi_u a_u^{+2}) | 0 \rangle_{in} | 0 \rangle_u \rightarrow \\
 & \exp\left\{ \xi_{in}^* \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} [a_r - \exp(i\beta) a_t] \right\}^2 - \xi_{in} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} [a_r^+ - \exp(-i\beta) a_t^+] \right\}^2 \right\} \times \\
 & \exp\left\{ \xi_u^* \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(-i\beta) a_r + a_t] \right\}^2 - \xi_u \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(i\beta) a_r^+ + a_t^+] \right\}^2 \right\} | 0 \rangle_r | 0 \rangle_t = \\
 & \exp [(\zeta^* a_r^2 - \zeta a_r^{+2}) + (\eta^* a_t a_r - \eta a_t^+ a_r^+) + (\mu^* a_t^2 - \mu a_t^{+2})] | 0 \rangle_r | 0 \rangle_t, \quad (6)
 \end{aligned}$$

式中: $\xi_{in} = s$, $\xi_u = s e^{i\theta}$ 为压缩算符, 表示两路输入压缩幅 s 相同, 压缩角相差 θ 。

$$\begin{cases} \zeta^* = \frac{1}{2} [\xi_{in}^* + \xi_u^* \exp(-2i\beta)] \\ \eta^* = -[\xi_{in}^* \exp(i\beta) - \xi_u^* \exp(-i\beta)] \\ \mu^* = \frac{1}{2} [\xi_{in}^* \exp(2i\beta) + \xi_u^*] \end{cases} \quad (7)$$

由(7)式可知, 当 ζ, η 取不同值时, 输出表现出不同的量子特性。 $\eta=0$ 时, 输出为

$$\begin{aligned}
 & \exp [(\zeta^* a_r^2 - \zeta a_r^{+2}) + (\mu^* a_t^2 - \mu a_t^{+2})] \cdot \\
 & | 0 \rangle_r | 0 \rangle_t = \exp(\zeta^* a_r^2 - \zeta a_r^{+2}) \cdot
 \end{aligned}$$

$$\exp(\mu^* a_t^2 - \mu a_t^{+2}) | 0 \rangle_r | 0 \rangle_t = | \zeta \rangle_r | \mu \rangle_t, \quad (8)$$

式中: $S(\zeta) = 1/2 \{ S(\xi_{in}) + S[\xi_u \exp(2i\beta)] \}$ 表示两个单模压缩算符的和, $S(\zeta)$ 为单模压缩算符; 同理, $S(\mu)$ 也为单模压缩算符。由此可知, 输出 $| \zeta \rangle_r | \mu \rangle_t$ 仍为单模压缩态, 并没有产生关联, 此时

$$\theta + 2\beta = 2n\pi, \quad n \in \mathbf{Z}. \quad (9)$$

定义两个正交分量算符为

$$\begin{cases} X = \frac{1}{2} (a + a^+) \\ P = \frac{1}{2i} (a - a^+) \end{cases}, \quad (10)$$

式中: a 为湮灭算符; a^+ 为产生算符。

两路输出的正交涨落满足关系

$$\begin{cases} \langle \Delta^2 (X_r \pm X_t) \rangle = \frac{\exp(-2r)}{2}, \\ \langle \Delta X_r^2 \rangle = \frac{\exp(-2r)}{4}, \\ \langle \Delta X_t^2 \rangle = \frac{\exp(-2r)}{4}, \\ \langle \Delta^2 (P_r \pm P_t) \rangle = \frac{\exp(2r)}{2}, \\ \langle \Delta X_t^2 \rangle = \frac{\exp(-2r)}{4}, \\ \langle \Delta P_t^2 \rangle = \frac{\exp(2r)}{4} \end{cases} \quad \theta = 0, \quad (11)$$

式中: $\Delta^2 (X_r \pm X_t), \Delta^2 (P_r \pm P_t)$ 分别表示振幅分

量、位相分量的和与差的方差; $\Delta X_r^2, \Delta X_t^2, \Delta P_r^2, \Delta P_t^2$ 分别表示两路输出信号的振幅分量与位相分量的方差; r 为压缩度。(11)式表明, 两路输出关联正交涨落等于各自正交涨落之和, 二者相互独立, 不存在纠缠特性; 任取 $s > 0$, 两路输出均为单模压缩真空态, 在 X 方向压缩, 在 P 方向反压缩。

当 $\zeta=0$ 时, 输出为

$$\exp(\eta^* a_t a_r - \eta a_t^+ a_r^+) | 0 \rangle_r | 0 \rangle_t = | \eta \rangle_2, \quad (12)$$

由 $\eta^* = -[\xi_{in}^* \exp(i\beta) - \xi_u^* \exp(-i\beta)]$ 可知, $S_2(\eta) = \exp(\eta^* a_t a_r - \eta a_t^+ a_r^+)$ 可表示为双模压缩算符, 因此输出为双模压缩真空态, 两路信号纠缠, 此时

$$\theta + 2\beta = (2n + 1)\pi, \quad n \in \mathbf{Z}, \quad (13)$$

两路输出的正交涨落满足关系

$$\begin{cases} \langle \Delta^2 (X_r + X_t) \rangle = \frac{\exp(-2s)}{2} \\ \langle \Delta^2 (P_r + P_t) \rangle = \frac{\exp(2s)}{2} \\ \langle \Delta^2 (X_r - X_t) \rangle = \frac{\exp(2s)}{2} \\ \langle \Delta^2 (P_r - P_t) \rangle = \frac{\exp(-2s)}{2} \end{cases}, \quad \theta = \pi, \quad (14)$$

(14)式表明, 当压缩参量 s 取一定值时, 输出正交分量的关联噪声会低于真空涨落, 表明两路输出 X 分量具有较强的反关联, P 分量具有较强的正关联, 两路信号存在纠缠特性。

当 ζ, η 均不为 0 时, 输出量子特性较复杂, 无法利用确定的量子态表示, 可以利用 Wigner 函数对其量子特性进行分析。若 $\phi_{in,r} \neq 0, \phi_{u,t} \neq 0$, 经计算可知, 只要 $\phi_{m,n} (m = in, u; n = t, r)$ 满足(2)式, 输出与上述结果相同, 这表明在 β 确定的情况下, $\phi_{in,r}$ 与 $\phi_{u,t}$ 的具体数值并不影响输出量子态特性, 因此, 仅对 $\phi_{in,r} \neq 0, \phi_{u,t} \neq 0$ 时的输出量子态进行研究。

3 单模压缩真空态经分束器的 Wigner 函数

Wigner 函数是最早定义的相空间准概率分布

函数,可以反映量子态的全部信息^[18-19]。通过求解压缩真空态经分束器后的 Wigner 函数即可确定分束器输出的量子特性。

目前,基于 IWOP 积分技术推导单模压缩真空态的 Wigner 函数,可得^[20-21]

$$W_{S(\xi_{in})|0\rangle}(\alpha_{in}) = \frac{2}{\pi} \exp[-2|\alpha_{in}|^2 \cosh(2s) - \alpha_{in}^2 \sinh(2s) - \alpha_{in}^{*2} \sinh(2s)]。 \quad (15)$$

由(15)式可知, $\xi_{in} = s$, 压缩角为 0。根据坐标转换

可推导出,任意压缩角 $\theta (0 \leq \theta < 2\pi)$ 的单模压缩真空态 Wigner 函数为

$$W_{S(\xi_u)|0\rangle}(\alpha_u) = \frac{2}{\pi} \exp[-2|\alpha_u|^2 \cosh(2s) - \alpha_u^2 \exp(-i\theta) \sinh(2s) - \alpha_{in}^{*2} \exp(i\theta) \sinh(2s)]。 \quad (16)$$

当分束器输入 a_{in} 、 a_u 为两路单模压缩真空态 $\xi_{in} = s, \xi_u = s \exp(i\theta)$ 时,利用(4)式,可推导出输出的 Wigner 函数为

$$W(\alpha_r, \alpha_t) = \frac{4}{\pi^2} \exp\left\{ \frac{-\sinh(2s)}{2} \{ [\alpha_r^2 - 2\alpha_r \alpha_t \exp(i\beta) + \alpha_t^2 \exp(2i\beta)] + [\alpha_r^{*2} - 2\alpha_r^* \alpha_t^* \exp(-i\beta) + \alpha_t^{*2} \exp(-2i\beta)] \} \right\} \exp\left\{ \frac{-\sinh(2s)}{2} \{ \alpha_r^2 \exp[-i(2\beta + \theta)] + 2\alpha_r \alpha_t \exp[-i(\beta + \theta)] + \alpha_t^2 \exp(-i\theta) \} + \{ \alpha_r^{*2} \exp[i(2\beta + \theta)] + 2\alpha_r^* \alpha_t^* \exp[i(\beta + \theta)] + \alpha_t^{*2} \exp(i\theta) \} \} \right\} = \frac{4}{\pi^2} \exp(v^* \alpha_r^2 + v \alpha_r^{*2} + \omega^* \alpha_r \alpha_t + \omega \alpha_r^* \alpha_t^* + \tau^* \alpha_t^2 + \tau \alpha_t^{*2}), \quad (17)$$

各简化参数的表达式为

$$\begin{cases} v^* = \frac{-\sinh(2s)}{2} \{1 + \exp[-i(2\beta + \theta)]\} \\ \omega^* = \frac{-\sinh(2s)}{2} \cdot \\ \quad \{-2\exp(i\beta) + 2\exp[-i(\beta + \theta)]\} \\ \tau^* = \frac{-\sinh(2s)}{2} [\exp(2i\beta) + \exp(-i\theta)] \end{cases}。 \quad (18)$$

由(18)式可知,当输入压缩幅 s 一定时,改变两路输入相对压缩角 θ 和相移影响因子 β ,输出表现出不同的量子特性。当满足 $\theta + 2\beta = 2n\pi, n \in \mathbf{Z}$ 时,输出 Wigner 函数转化为

$$W(\alpha_r, \alpha_t) = \frac{4}{\pi^2} \exp(v^* \alpha_r^2 + v \alpha_r^{*2} + \tau^* \alpha_t^2 + \tau \alpha_t^{*2}) = \frac{4}{\pi^2} \exp(v^* \alpha_r^2 + v \alpha_r^{*2}) \exp(\tau^* \alpha_t^2 + \tau \alpha_t^{*2})。 \quad (19)$$

(19)式表明,两路输出依然表现为单模压缩特性,与(8)式表达性质相同,不存在纠缠。

当满足 $\theta + 2\beta = (2n + 1)\pi, n \in \mathbf{Z}$ 时,输出 Wigner 函数转化为

$$W(\alpha_r, \alpha_t) = \frac{4}{\pi^2} \exp\left\{ \frac{-\sinh(2s)}{2} \{ \{-2\exp(i\beta) + 2\exp[-i(\beta + \theta)]\} \alpha_r \alpha_t + \{-2\exp(-i\beta) + 2\exp[i(\beta + \theta)]\} \alpha_r^* \alpha_t^* \} \right\}。 \quad (20)$$

由(20)式可知,输出场的 Wigner 函数包含 $\alpha_r \alpha_t$

与 $\alpha_r^* \alpha_t^*$ 交叉项,表明输出量子态具有纠缠特性。由(12)式可知,输出为双模压缩真空态,因此,(20)式可表示为双模压缩真空态的 Wigner 函数。

当输入相对压缩角 θ 和相移影响因子 β 不满足 $\theta + 2\beta = n\pi, n \in \mathbf{Z}$,即 Wigner 函数同时存在交叉项与非交叉项,并满足一定关系时,输出场仍表现出一定的纠缠特性,但纠缠程度低于双模压缩真空态。

上述分析表明,当分束器输入两路压缩幅相同的单模压缩真空态时,输出量子特性与输入相对压缩角 θ 和相移影响因子 β 有关,输出场的纠缠程度也会随 θ 与 β 的变化而变化。

4 输出纠缠度分析

为分析分束器输出的纠缠特性,首先验证输出是否为纠缠态。现有理论中验证纠缠的方法主要包括关联噪声涨落判断^[22]、PPT 判据^[23-25] (Positive Partial Transpose criterion)、纠缠见证^[26-28] (Entanglement Witness)、段路明纠缠判据^[29] 等。本文采用段路明纠缠判据对分束器输出是否纠缠进行判断。该判据指出,当两体系统正交分量满足 $\langle \Delta^2(X_r \mp X_t) \rangle + \langle \Delta^2(P_r \pm P_t) \rangle < 1$ 时,即可认定输出为纠缠态。

定义对数负值 E_N 来衡量输出的纠缠程度^[30],则有

$$\begin{cases} E_N = \max[0, -\lg(\min \Delta^2)] \\ \Delta^2 = \langle \Delta^2(X_r \mp X_t) \rangle + \langle \Delta^2(P_r \pm P_t) \rangle \end{cases}, \quad (21)$$

式中: $\min \Delta^2$ 表示输出关联噪声涨落的最小值。当

$E_N > 0$ 时表示存在纠缠,且 E_N 越大,表示纠缠度越高。

针对 $\beta=0$ 的分束器模型,分析两路输入相对压缩角与压缩幅对分束器输出纠缠的影响。 $\beta=0$ 时,分束器模型可表示为

$$\begin{cases} a_r = \frac{1}{\sqrt{2}}a_{in} + \frac{1}{\sqrt{2}}a_u \\ a_t = -\frac{1}{\sqrt{2}}a_{in} + \frac{1}{\sqrt{2}}a_u \end{cases} \quad (22)$$

将(11)式、(22)式代入(21)式,可得到输出场的对数负值:

$$E_N = \max\left\{0, -\lg\left[\frac{1 + \cos\theta}{4}\exp(2s) + \frac{3 + \cos\theta}{4}\exp(-2s)\right]\right\}, \quad (23)$$

绘制所得结果示意图,如图 2 所示。

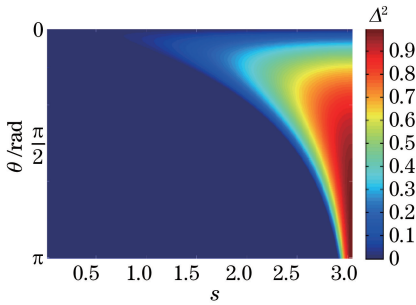


图 2 输出关联噪声涨落与 θ 、 s 的关系

Fig. 2 Relationship among cross-correlated noise fluctuation θ and s

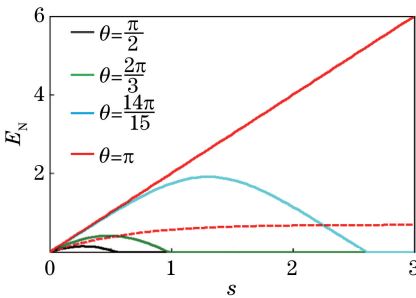


图 3 固定 θ 时对数负值 E_N 与输入压缩幅 s 的关系

Fig. 3 Relationship between logarithmic negativity E_N and input squeezing amplitude s when θ is fixed

图 2 给出了输出关联噪声涨落随 θ 、 s 的变化关系,其中 $\Delta^2=0$ 的点表示输出关联噪声涨落大于 1,不存在纠缠特性。当 θ 与 s 在一定范围内取值时,输出关联噪声涨落小于 1,且数值越大,涨落越小,纠缠度越高;最大纠缠出现在 $\theta=\pi$ 时。

当 $\theta=\pi/2, 2\pi/3, 14\pi/15, \pi$, 输入为两路单模压

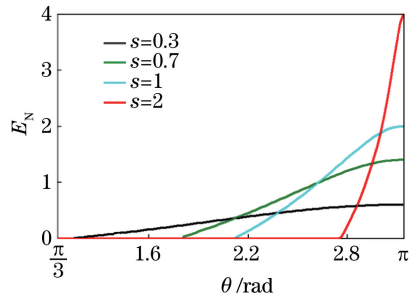


图 4 固定 s 时对数负值 E_N 与输入相对压缩角 θ 的关系

Fig. 4 Relationship between logarithmic negativity E_N and relative squeezing angle θ of input when s is fixed

缩态时, E_N 随 s 的变化关系如图 3 实线所示;输入为单模压缩真空态与真空态时, E_N 随 s 的变化关系如图 3 虚线表示。由此可知,当输入两路单模压缩真空态时,输出存在纠缠, θ 越接近 π , s 的取值范围越广,当 $\theta=\pi$ 时,输出为双模压缩真空态,理论上 s 可取正无穷,且输出双模压缩真空态的纠缠度随输入压缩幅的增加而增加;输入为单模压缩真空态与真空态时,纠缠度仅与 s 相关, s 越大,纠缠度越高,最终趋于稳定值。与两路单模压缩真空态输入产生的纠缠相比,该方案产生的纠缠度较小,纠缠效果弱。

图 4 给出了 $s=0.3, 0.7, 1, 2$ 时, E_N 随 θ 的变化关系。由图 4 可知,输出存在纠缠时, s 越小, θ 的取值范围越广,但纠缠度越低;对于不同的 s , θ 越接近 π , 输出纠缠度越高。

对于 $\beta=0$ 的分束器模型,输入相对压缩角 $\theta=0 \rightarrow \pi$ 复现了分束器输出从不相关至部分纠缠再到产生最大纠缠的过程,考虑到压缩角以及分束器相移影响因子的周期性,上述变化同时可表示纠缠度 E_N 在 $\theta + 2\beta = 2n\pi \rightarrow (2n + 1)\pi, n \in \mathbf{Z}$ 过程中的变化。

综上所述,输出场的纠缠程度与 θ, β, s 都有关,当三者满足一定条件时,才可能产生纠缠,在未知两路单模压缩态输入相对压缩角时,可通过调节分束器相移影响因子 β 使得输出为纠缠态,并实现输出为双模压缩态,此时输出处于最大纠缠,在实验条件允许的范围内,通过增加输入压缩幅可使得纠缠程度继续增大。

5 结 论

分析了两路压缩幅相同的单模压缩真空态经分束器的输出纠缠特性。针对 50:50 分束器,通过量子态转换和 Wigner 函数分析了相移影响因子与输

入相对压缩角对输出纠缠特性的影响,利用段路明纠缠判据检测输出纠缠,并定义了对数负值衡量输出纠缠度。结果表明, $\theta + 2\beta = 2n\pi, n \in \mathbf{Z}$ 时,输出为不相关的单模压缩真空态; $\theta + 2\beta = (2n + 1)\pi, n \in \mathbf{Z}$ 时,输出为双模压缩真空态,此刻处于最大纠缠; $\theta + 2\beta = 2n\pi \rightarrow (2n + 1)\pi, n \in \mathbf{Z}$ 过程中,输出表现为不相关到部分纠缠再到最大纠缠的变化; s 越小, $\theta + 2\beta$ 的取值范围越广,纠缠度越低, $\theta + 2\beta$ 越接近 π, s 取值范围越广,输出纠缠度越高;输入为两路单模压缩真空态的纠缠度远大于单模压缩态与真空态产生的纠缠。本文研究结果为利用分束器产生最大纠缠态提供了思路,通过设计并调节分束器相移影响因子,使得输出为纠缠度可控的最大纠缠态,避免了两路单模压缩态输入的相移调制,简化了实验步骤,抑制了实验操作引入的退相干影响。

参 考 文 献

- [1] Loudon R, Knight P L. Squeezed light[J]. Journal of Modern Optics, 1987, 34(6/7): 709-759.
- [2] Dodonov V V. 'Nonclassical' states in quantum optics: a 'squeezed' review of the first 75 years[J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2002, 4(1): R1-R33.
- [3] Lakshmi P A, Agarwal G S. Photon-counting statistics of squeezed states in resonance fluorescence [J]. Physical Review A, 1984, 29(4): 2260-2262.
- [4] Collett M J, Walls D F. Squeezing spectra for nonlinear optical systems [J]. Physical Review A, 1985, 32(5): 2887-2892.
- [5] Walls D F. Squeezed states of light [J]. Nature, 1983, 306(5939): 141-146.
- [6] Wang X, Chen S X, Wu D W, *et al.* Quantum ranging scheme based on two-mode squeezing light [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(7): 0727001.
王希, 陈树新, 吴德伟, 等. 双模压缩光量子测距方案[J]. 光学学报, 2016, 36(7): 0727001.
- [7] Sun H X, Liu K, Zhang J X, *et al.* Quantum precision measurement based on squeezed light [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(23): 234210.
孙恒信, 刘奎, 张俊香, 等. 基于压缩光的量子精密测量[J]. 物理学报, 2015, 64(23): 234210.
- [8] Zhang W H, Yang W H, Shi S P, *et al.* Mode matching in preparation of squeezed field with high compressibility[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(11): 1112001.
张文慧, 杨文海, 史少平, 等. 高压缩度压缩态光场制备中的模式匹配[J]. 中国激光, 2017, 44(11): 1112001.
- [9] Zhou C H, Zhang C C, Liu H B, *et al.* Generation of temporal multimode squeezed states of femtosecond pulse light[J]. Chinese Optics Letters, 2017, 15(9): 092703.
- [10] Ye X M, Lu D M. Quantum properties of two-mode squeezed vacuum states excited by combination operators [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(1): 012701.
叶希梅, 卢道明. 算符组合激发双模压缩真空态的量子特性[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(1): 012701.
- [11] Furusawa A, Sorensen J L, Braunstein S L, *et al.* Unconditional quantum teleportation [J]. Science, 1998, 282(5389): 706-709.
- [12] Menzel E P, di Candia R, Deppe F, *et al.* Path entanglement of continuous-variable quantum microwaves[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(25): 250502.
- [13] Sakagami I, Wang X L, Takahashi K, *et al.* Generalized two-way two-section dual-band Wilkinson power divider with two absorption resistors and its miniaturization[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2011, 59(11): 2833-2847.
- [14] Wang X L, Sakagami I, Takahashi K, *et al.* A generalized dual-band Wilkinson power divider with parallel L , C , and R components [J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2012, 60(4): 952-964.
- [15] Hoffmann E, Deppe F, Niemczyk T, *et al.* A superconducting 180° hybrid ring coupler for circuit quantum electrodynamics [J]. Applied Physics Letters, 2010, 97(22): 222508.
- [16] Kim M S, Son W, Bužek V, *et al.* Entanglement by a beam splitter: nonclassicality as a prerequisite for entanglement[J]. Physical Review A, 2002, 65(3): 032323.
- [17] Lei B, Feng Y, Wei L A. Phase-shift characteristic of beam splitter in coherent combining of laser beam with an interference compound cavity [J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(6): 1322-1326.
雷兵, 冯莹, 魏立安. 干涉型复合腔激光束相干合成中分束器的相移特性研究[J]. 光子学报, 2009, 38(6): 1322-1326.
- [18] Wigner E. On the quantum correction for thermodynamic equilibrium [J]. Physical Review, 1932, 40(5): 749-759.
- [19] Vogel K, Risken H. Determination of

- quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase [J]. *Physical Review A*, 1989, 40(5): 2847-2849.
- [20] Fan H Y, Zaidi H R. Application of IWOP technique to the generalized Weyl correspondence [J]. *Physics Letters A*, 1987, 124(6/7): 303-307.
- [21] Fan H Y, Guo G C. A new formalism of the squeeze operator and various representations and properties of the squeezed state [J]. *Acta Optica Sinica*, 1985, 5(9): 804-811.
范洪义, 郭光灿. 压缩算符的新形式与压缩态的各种表示和性质 [J]. *光学学报*, 1985, 5(9): 804-811.
- [22] Flurin E. The Josephson mixer: a Swiss army knife for microwave quantum optics [D]. Paris: École Normale Supérieure, 2014: 87-95.
- [23] Peres A. Separability criterion for density matrices [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(8): 1413-1415.
- [24] Shchukin E, Vogel W. Inseparability criteria for continuous bipartite quantum states [J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(23): 230502.
- [25] Menzel E P. Propagating quantum microwaves: dual-path state reconstruction and path entanglement [D]. München: Technische Universität München, 2012, 104-105.
- [26] Cavalcanti D, Brandão F G S L, Terra Cunha M O. Are all maximally entangled states pure? [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(4): 040303.
- [27] Horodecki M, Horodecki P, Horodecki R. Separability of mixed states: necessary and sufficient conditions [J]. *Physics Letters A*, 1996, 223(1/2): 1-8.
- [28] Hyllus P, Gühne O, Bruß D, *et al.* Relations between entanglement witnesses and Bell inequalities [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(1): 012321.
- [29] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, *et al.* Inseparability criterion for continuous variable systems [J]. *Physical Review Letters*, 2000, 84(12): 2722-2725.
- [30] Adesso G, Illuminati F. Gaussian measures of entanglement versus negativities: ordering of two-mode Gaussian states [J]. *Physical Review A*, 2005, 72(3): 032334.