# 基于 MATLAB 与非球面轮廓仪的 Q-Type 非球面 检测技术

贾孟,薛常喜\*,李闯,兰喜瑞,王蕾,王伦,吴百融 长春理工大学光电工程学院,吉林长春 130022

**摘要** Q-type 非球面广泛应用于光学系统设计中,针对 Q-type 非球面超精密加工过程中的面形检测问题,提出了 一种 MATLAB 软件与 Taylor Horbson PGI-1240 非球面轮廓仪相结合的方法,以达到对 Q-type 非球面进行高精 度检测的目的。检测结果表明,由 Nanoform 700 Ultra 单点金刚石超精密车床加工的全口径为 11.8 mm 的单晶铜 Q-type 非球面面形误差峰谷(PV)值为 0.1963 μm,表面粗糙度方均根(RMS)值为 0.03412 μm,满足加工第一阶段 面形误差 PV 值<0.2 μm 和表面粗糙度 RMS 值<0.04 μm 的要求。此检测方法可以精确得到工件面形误差,为下 一阶段车削加工提供数据支持。

doi: 10.3788/LOP56.151201

# Q-Type Asphere Testing Technology Based on MATLAB and Aspheric Profilometer

Jia Meng, Xue Changxi<sup>\*</sup>, Li Chuang, Lan Xirui, Wang Lei, Wang Lun, Wu Bairong School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun, Jilin 130022, China

**Abstract** Q-type asphere has broad application prospect which has been applied in optical system design increasingly. But there is no easy or high-efficiency way to test the Q-type aspherical surface precisely until now. Aimed at the testing of Q-type asphere in the process of ultra-precision turning, a method based on MATLAB and Taylor Horbson PGI-1240 aspheric profilometer is proposed. First, we have fabricated a single crystal cupreous Q-type asphere whose aperture is 11.8 mm by Nanoform 700 single point diamond ultra turning lathe. And the testing result shows that, the PV and RMS values of Q-type asphere surface shape error are 0.1963  $\mu$ m and 0.03412  $\mu$ m. It meets the requirement that PV value should be less than 0.2  $\mu$ m as well as RMS value should be less than 0.04  $\mu$ m. This testing method can get precise surface shape error and provide data support for next stage of turning.

Key words measurement; Q-type asphere testing; MATLAB; aspheric profilometer; single point diamond turning OCIS codes 120.4640; 220.4840; 220.1250; 120.4610

近年来,非球面光学元件在现代光学系统中得 到了越来越广泛的应用,但传统幂级数非球面的数 学表达方式存在着固有缺陷,对于一个确定形状的 曲面,当利用10项以上多项式进行高精度拟合时, 与之相关的 Gram 矩阵容易呈现病态,导致面形表 征失败。为了解决这个问题,2007 年美国 QED 公 司的 Forbes<sup>[1]</sup>提出了一种新的非球面数学表征形 式,即用一个非标准正交基底取代传统且过于简单 的附加多项式,并称之为 Q-type 函数多项式<sup>[2]</sup>。其 在光学设计过程中具有明显优势,如基底在定义域

<sup>1</sup> 引 言

收稿日期: 2019-01-29;修回日期: 2019-02-15;录用日期: 2019-02-27

基金项目: 吉林省重点科技研发项目(20180201030GX)

<sup>\*</sup> E-mail: xcx272479@sina.com

内正交,在曲面优化设计时各项系数之间互不影响, 能够通过控制各项系数进而控制面形偏离量,设计 与加工评价同时进行,以提高系统的设计效率等<sup>[3]</sup>。 目前 Q-type 非球面的研究大多为光学系统设计,主 要应用在全景光学系统<sup>[4]</sup>、内窥镜物镜光学系统<sup>[5]</sup>、 照相机光学系统<sup>[6-7]</sup>等。

虽然 Q-type 非球面具有优良的光学性质,但是 对于 Q-type 非球面加工过程中的检测问题,还没有 一个简单高效的解决方法,这也是影响非球面超精 密加工的关键因素之一。对非球面的检测主要分为 接触式与非接触式两种<sup>[8]</sup>。接触式一般采用轮廓仪 法,非接触式主要分为补偿法和计算全息法 (CGH)<sup>[9-10]</sup>。Q-type 非球面,由于是旋转对称的非 球面,利用轮廓仪检测是一种快捷有效的方法。若 使用计算全息法检测,不仅全息片计算量大,对其复 位精度要求严格,而且不同参数的非球面需要对应 制作不同的全息片,通用性较差[11-12]。本文提出了 一种 MATLAB 软件与非球面轮廓仪相结合的方 法,通过 MATLAB 软件将 Q-type 多项式拟合为非 球面轮廓仪的理论参考方程,即标准偶次非球面方 程,拟合得到非球面系数后将其输入到非球面轮廓 仪中得到检测数据,再对检测数据和拟合误差进行 数据处理后得出检测结果。该方法可以简捷有效地 解决加工过程中 Q-type 非球面的检测问题,以便后 续的加工。

2 Q-type 非球面

#### 2.1 Q-type 函数多项式的数学描述

Q-type 函数多项式包括 Q-con 和 Q-bfs 两种 形式,Q-con 型函数多项式表征非球面的基本形式 是在二次曲面的基础上附加新型多项式。Forbes 等<sup>[1-2]</sup>通过选择一系列正交基底构造新型多项式,其 表达式为

$$z(\rho) = \frac{c\rho^{2}}{1 + \sqrt{1 - (1 + c_{\text{con}})c^{2}\rho^{2}}} + u^{4} \sum_{m=0}^{M} a_{m} Q_{m}^{\text{con}}(u^{2}) , \qquad (1)$$

Q-bfs 型函数多项式则定义了一个非球面,其 特征量是从最佳拟合球面到非球面的方均根斜率偏 离量,其表达式为

$$z(\rho) = \frac{c_{\rm bfs}\rho^2}{1 + \sqrt{1 - c_{\rm bfs}^2}\rho^2} + \frac{u^2(1 - u^2)}{\sqrt{1 - c_{\rm bfs}^2}\rho^2} \cdot \sum_{m=0}^{M} a_m Q_m^{\rm bfs}(u^2), \qquad (2)$$

式中:c = 1/R, R 为顶点曲率半径,  $c_{con}$ 和  $c_{bfs}$ 分别为 所示非球面的最接近二次曲面和最佳拟合球面的曲 率半径;  $\rho$  为通光半口径,  $u = \rho/\rho_{max}$ ,  $\rho_{max}$  为表面最 大通光半口径;  $a_m$  为表征偏离基准曲面的系 数<sup>[13-14]</sup>;  $Q_m(u^2)$ 是一组以 $a_m$  为系数的正交化 m 阶 Jacobi 多项式, 两种 Q-type 非球面的  $Q_m(u^2)$ 表达 形式不同, 避免了偶次非球面表达方式在进行优化 计算时多项式各项之间的冗余干扰和精度丢失, 使 得光学系统的优化效率更高。

#### 2.2 Q-type 非球面表面的拟合

{

本文中待检测的是 Q-bfs 型非球面,具体参数 如下: $\rho_{max}$ =5.9 mm,  $c_{bfs}$ =0.011147,偏离基准曲面 系数  $a_0 \sim a_5$  依次为 1.2713×10<sup>-2</sup>、4.772×10<sup>-3</sup>、 -3.203×10<sup>-3</sup>、2.292×10<sup>-3</sup>、-9.545×10<sup>-4</sup>、 2.111×10<sup>-4</sup>。其中, $Q_m^{bfs}(x)$ 的前 6 项基底多项式 表示为

$$Q_0^{\rm bfs}(x) = 1, \qquad (3)$$

$$Q_1^{\rm bfs}(x) = \frac{1}{\sqrt{19}} (13 - 16x), \qquad (4)$$

$$Q_{2}^{\rm bfs}(x) = \sqrt{\frac{2}{95}} [29 - 4x(25 - 19x)], \quad (5)$$

$$Q_{3}^{bfs}(x) = \sqrt{\frac{2}{2545}} \cdot 207 - 4x [315 - x(577 - 320x)] , \qquad (6)$$

$$Q_{4}^{bfs}(x) = \frac{1}{3\sqrt{131831}} \{7737 - 16x \cdot \{4653 - 2x[7381 - 8x(1168 - 509x)]\}\}, (7)$$
$$Q_{5}^{bfs}(x) = \frac{1}{3\sqrt{6632213}} \{66657 - 32x\{28338 - x \cdot$$

 $\{135325 - 8x[35884 - x(34661 - 12432x)]\}\}$ . (8)

非球面轮廓仪的理论参考方程为标准偶次非球 面方程<sup>[15]</sup>,表示为

$$z = \frac{x^{2}}{R + \sqrt{R^{2} - (1 + k)x^{2}}} + A_{2}x^{2} + A_{4}x^{4} + A_{5}x^{6} + \cdots,$$
(9)

式中:k 为圆锥系数;A<sub>m</sub> 为非球面系数。由于理论参 考方程不同于 Q-type 多项式的数学描述方式,二者 存在较大差别,故轮廓仪无法直接检测 Q-type 非球 面。为此,需要通过 MATLAB 软件根据 Q-type 多项 式求取非球面表面各点的坐标值,再按照标准偶次非 球面方程拟合出检测所需的各项非球面系数。令各 奇次方项系数为 0,再输入 R、k 以及系数 A<sub>2</sub>~A<sub>12</sub>, 并对拟合误差以及轮廓仪检测数据进行数据处理后 才能够得出较准确的检测结果。

在 MATLAB 软件中使用非线性最小二乘法进 行数据拟合<sup>[16-17]</sup>,拟合误差在±50 nm 以内,检测完 成后的数据处理阶段会将拟合误差加入其中,因此 拟合误差不会对检测结果产生影响。拟合后的标准 偶次非球面顶点曲率半径 R = 89.71,圆锥系数 k =-1.08,高次项系数  $A_2 \sim A_{12}$ 依次为  $4.8940 \times 10^{-4}$ 、  $-1.9620 \times 10^{-6}$ 、 $-1.8220 \times 10^{-6}$ 、 $1.1112 \times 10^{-7}$ 、



 $-2.9011 \times 10^{-9}$ 和 2.7616×10<sup>-11</sup>。

如图 1(a) 所示,由 MATLAB 软件得到的 Qtype 非球面表面,并可知各点坐标矢高理论值,中 心处 矢 高 为 0,而 边缘 5.9 mm 处 矢 高 为 0.195084 mm;如图 1(b) 所示,对 Q-type 多项式按 照标准偶次非球面方程拟合后得到的标准偶次非球 面表 面,其 中 心 处 矢 高 为 0,而 边缘 处 矢 高 为 0.195061 mm,边缘处误差为 2.3×10<sup>-5</sup> mm。





图 2 为表面的拟合误差曲线,总体拟合误差在 -20 ~50 nm,拟合残差平方和(各点拟合值与理论 值之差的平方和)为 4.031×10<sup>-5</sup>。



### 3 Q-type 非球面的检测

在检测之前需完成 Q-type 非球面和拟合标准 偶次非球面的加工。本次加工使用型号为 Nanoform 700 Ultra 的单点金刚石超精密车床,选 取两把刀尖半径为1 mm、前角为0°的金刚石刀具, 分别用作粗加工、半精加工与精加工,最终达到面形 误差峰谷 (PV) 值 $< 0.1 \ \mu$ m,表面粗糙度方均根 (RMS)值 $< 0.02 \ \mu$ m 的超精密加工要求。在加工过 程中,将各非球面面形参数输入到加工软件 Diffsys 中,得到两个非球面的最佳拟合球面半径,即用来进 行粗加工的球面半径。由 MATLAB 软件可计算得 到非球面偏离最佳拟合球面的面形偏离量,即精加 工需去除量。如图3所示,可以看出,二者加工去除 量较为接近,最大加工去除量<5μm,并且两个非 球面的最佳拟合球面半径相同,面形偏离量差值与 拟合误差分布完全一致。

编写好加工程序后,采用多轴联动的加工方式,对 两个非球面设置相同的加工参数。各个阶段的主要加 工参数<sup>[18]</sup>,即主轴转速、进给率、切削深度见表 1。

待精加工完成后将工件从车床取下,如图 4 所示(左侧为标准偶次非球面,右侧为 Q-type 非球面),并对两个工件表面进行面形检测,以便后续加工。

本次检测使用的非球面轮廓仪型号为 Taylor-Hobson PGI-1240,选择的钻石探针针尖半径为 0.02 mm, x 坐标取值范围在±5.9 mm之间,每两 个取样点 x 间距为 1.25×10<sup>-4</sup> mm,取点总数为 94400,每个 x 坐标对应一个 z 坐标矢高数据,生成 94400 个(x,z)坐标点。在检测过程中不可避免地 受到环境振动的影响,出现一些数值波动较大的异 常数据。将这些数据取均值进行平滑处理,尽量减 小检测误差,以降低对检测结果的影响。处理后的 面形误差数据如图 5、6 所示。

图 5 为拟合标准偶次非球面检测结果,从误差 数据曲线可以看出,加工误差整体呈边缘大于 0、中 心小于0的趋势,面形误差PV值为0.1607μm,表



图 3 面形偏离量曲线。(a) Q-type 非球面;(b)拟合标准偶次非球面;(c)两非球面偏离量差值 Fig. 3 Surface departure curves. (a) Q-type asphere; (b) fitting standard even asphere; (c) difference of deviation between two aspheric surfaces

表1 主要加工工艺参数

Table 1Main processing parameters

Parameter	Spindle speed /	/ Feed rate /	Cutting depth
	$(\mathbf{r} \cdot \min^{-1})$	$(mm \cdot min^{-1})$	$d~/\mu{ m m}^{-1}$
Rough	2000	6	
turning Half	2000	0	5
finished	2000	4	1
turning			
Finishing	2000	2	0.5
turning	2000	5	0.0



图 4 实际加工的非球面工件

Fig. 4 Actual processing aspherical work piece

面粗糙度 RMS 值为 0.02813 μm, 在 x 坐标为 -5.691 mm处的最大误差为 0.0871 μm。

图 6 为 Q-type 非球面的检测结果。图 6(a)表示在数据处理前,当以标准偶次非球面方程为理论





图 5 拟合标准偶次非球面的检测结果

Fig. 5 Detection result of fitting standard even asphere 参考值时,面形误差 PV 值为 0.1396  $\mu$ m,表面粗糙 度 RMS 值为 0.025  $\mu$ m,在 x 坐标为 3.216 mm 处 有最大面形误差为 0.0783  $\mu$ m;图 6(b)表示在加入 拟合误差处理数据后,Q-type 非球面实际加工面形 与理论面形的差值,其 PV 值为 0.1963  $\mu$ m,表面粗 糙度 RMS 值为 0.03412  $\mu$ m,在 x 坐标为 1.239 mm 处的最大误差为 0.105  $\mu$ m,已经达到此阶段加工面 形误差 PV 值 < 0.2  $\mu$ m 和表面粗糙度 RMS 值 <0.04  $\mu$ m的要求。

## 4 结 论

利用 Nanoform 700 Ultra 单点金刚石超精密 车床加工了材料为单晶铜,全口径为11.8mm的Q-



图 6 Q-type 非球面检测结果。(a)数据处理前;(b)数据处理后

Fig. 6 Detection results of Q-type asphere. (a) Before data processing; (b) after data processing

type 非球面和标准偶次非球面,并在首次加工完成 后使用非球面轮廓仪检测 Q-type 非球面,以确定是 否满足第一阶段加工精度要求。对待测 Q-type 非 球面多项式进行最小二乘拟合,将其拟合为非球面 轮廓仪的理论参考方程,并得到拟合误差曲线。检 测过程中利用非球面轮廓仪采集大量坐标点得出工 件表面相对于理论参考值的面形误差。将拟合误差 加入到面形误差值中得到的即为最终加工面形误 差。检测结果表明,Q-type 非球面的面形误差 PV 值为 0.1963 μm,表面粗糙度 RMS 值为 0.03412 μm,满足第一阶段加工精度要求,可开始 下一阶段加工。

#### 参考文献

- Forbes G W. Shape specification for axially symmetric optical surfaces [J]. Optics Express, 2007, 15(8): 5218-5226.
- [2] Forbes G W, Brophy C P. Asphere, O asphere, how shall we describe thee? [J]. Proceedings of SPIE, 2008, 7100: 710002.
- [3] Youngworth R N. Tolerancing Forbes aspheres: advantages of an orthogonal basis [J]. Proceedings of SPIE, 2009, 7433: 74330H.
- [4] Zhou X D, Bai J. Small distortion panoramic annular lens design with Q-type aspheres [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0722003.
  周向东,白剑. Q-type 非球面小畸变全景环带光学 系统设计[J]. 光学学报, 2015, 35(7): 0722003.
- [5] Li C, Xue C X, Yang H F, et al. Optical system design of electronic endoscope objective with Q-type aspheres [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(6): 0622001.
  李闯,薛常喜,杨红芳,等.基于 Q-type 非球面的电子内窥镜物镜光学系统设计[J].光学学报, 2017, 37(6): 0622001.
- [6] Ma B, Sharma K, Thompson K P, et al. Mobile device camera design with Q-type polynomials to achieve higher production yield[J]. Optics Express, 2013, 21(15): 17454-17463.
- [7] Ma B, Li L, Thompson K P, et al. Applying slope constrained Q-type aspheres to develop higher performance lenses [J]. Optics Express, 2011, 19 (22): 21174-21179.
- [8] Shi T, Yang Y Y, Zhang L, et al. Surface testing methods of aspheric optical elements [J]. Chinese Optics, 2014, 7(1): 26-46.
   师途,杨甬英,张磊,等.非球面光学元件的面形检

测技术[J]. 中国光学, 2014, 7(1): 26-46.

- [9] Xi J P, Li B, Ren D X, et al. Research progress of measurement technology for large-diameter aspheric elements on grinding stage [J]. Laser &. Optoelectronics Progress, 2018, 55(3): 030008.
  席建普,李彬,任东旭,等.大口径非球面元件磨削 轮廓测量技术研究进展[J].激光与光电子学进展, 2018, 55(3): 030008.
- [10] He L, Wu Z H, Kang Y, et al. High order aspheric testing with large asphericity, fast focal ratio and large diameter [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(12): 122201.
  何丽,武中华,康燕,等.大非球面度快焦比中大口 径高次非球面检测[J].激光与光电子学进展, 2016, 53(12): 122201.
- [11] Gao S T, Sui Y X, Yang H J. High precise testing of asphere with computer-generated hologram and error evaluation[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612003.
  高松涛,隋永新,杨怀江.用计算全息图对非球面的 高糖 库 检测 与误差 评估[I] 光学学报 2013 33

高精度检测与误差评估[J].光学学报,2013,33 (6):0612003.

- [12] Shao S C, Tao X P, Wang X K. On-machine surface shape measurement of reflective mirrors by ultra-precision turning based on fringe reflection[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(7): 071203.
  邵山川,陶小平,王孝坤.基于条纹反射的超精密车 削反射镜的在位面形检测[J].激光与光电子学进展, 2018, 55(7): 071203.
- [13] Forbes G W. Robust and fast computation for the polynomials of optics [J]. Optics Express, 2010, 18 (13): 13851-13862.
- [14] Forbes G W. Robust, efficient computational methods for axially symmetric optical aspheres [J].
   Optics Express, 2010, 18(19): 19700-19712.
- [15] Pan J H. The design, manufacture and test of the aspherical optical surfaces [M]. Suzhou: Soochow University Press, 2004: 62-68.
  潘君骅.光学非球面的设计、加工与检验[M].苏州: 苏州大学出版社, 2004: 62-68.
- [16] You Y, Wang Q F, Zi Z H. A test technique of surface shape aspheric optics parameters based on Matlab[J]. Infrared Technology, 2014, 36(4): 331-335.

尤越, 王乔方, 字正华. 一种基于 Matlab 的非球面 光学元件面形参数测试技术[J]. 红外技术, 2014, 36(4): 331-335.

[17] Solaguren-Beascoa Fernández M. MATLAB

implementation for evaluation of measurements by the generalized method of least squares [J]. Measurement, 2018, 114: 218-225.

[18] Zhang Y J, Dong G J, Zhou M. The study of the

influence of tool wear on cutting temperature in diamond ultra-precision cutting of aluminum alloy mirror[J]. Key Engineering Materials, 2016, 693: 982-989.