

基于穆勒矩阵的金属和电介质识别方法

闫振纲¹, 孙卫平¹, 李杰¹, 武江鹏¹, 朱新宏¹, 袁梦笛¹, 薛亮², 闫克丁^{3*}

¹西安现代控制技术研究所, 陕西 西安 710065;

²上海电力大学电子信息工程学院, 上海 200090;

³西安工业大学电子信息工程学院, 陕西 西安 710021

摘要 基于基尔霍夫近似方法, 构建了穆勒矩阵全角度分布的数值计算模型, 实现了对于金属和电介质随机粗糙表面穆勒矩阵的计算。结果表明, 金属和电介质表面穆勒矩阵分布具有明显的差异, 金属表面穆勒矩阵中 6 个元素不为 0, 电介质表面穆勒矩阵中 6 个元素均接近于 0, 并且该差异与材料粗糙程度无关。这种差异可以作为区分金属和电介质的判据, 为探索新型的目标探测与识别手段提供了思路。

关键词 表面光学; 光散射; 随机粗糙表面; 穆勒矩阵; 基尔霍夫近似

中图分类号 O436.2

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.142401

Identification of Metals and Dielectrics Based on Mueller Matrix

Yan Zhengang¹, Sun Weiping¹, Li Jie¹, Wu Jiangpeng¹, Zhu Xinhong¹,

Yuan Mengdi¹, Xue Liang², Yan Keding^{3*}

¹*Xi'an Modern Control Technology Institute, Xi'an, Shaanxi 710065, China;*

²*College of Electronic and Information Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China;*

³*School of Electronic Information Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China*

Abstract Based on Kirchhoff approximation method, a numerical computation model of Mueller matrix full angle distribution is constructed herein, and Mueller matrix distributions of random rough surfaces of metals and dielectrics are calculated. Results show that there are obvious difference between Mueller matrix distributions of metals and dielectrics; six components of the Mueller matrix of dielectric surfaces are close to 0, whereas those of metal surfaces are non-zero; additionally, the difference is independent of the surface roughness. This difference can act as the robust criterion to distinguish metal and dielectric targets, and can provide new tools in target detection and recognition.

Key words surface optics; light scattering; random rough surface; Mueller matrix; Kirchhoff approximation

OCIS codes 240.6700; 240.5770; 290.5855; 290.5880

1 引言

随机粗糙表面散射光的检测分析在目标探测与识别等领域中具有重要的研究价值^[1], 因此开展散射场计算和散射面参数估计的研究不仅有助于定量探索表面与散射场的关系, 还可为其应用奠定坚实的基础。尤其在激光探测应用中, 二维随机粗糙表面的全角度光散射特性可用于提供目标的光散射特

征及其数学模型, 对在复杂背景和多种干扰下提高目标探测能力具有重要意义^[2]。对于二维随机粗糙表面的全角度光散射强度分布的研究, 目前主要有实验测量^[3-5]和数值计算^[6-7]两大类。实验测量方法可以直观测量各个角度的散射强度, 但是其仪器复杂昂贵、测量效率低下; 相比于实验研究, 数值方法无需复杂装置, 且避免了测量误差, 因而获得了广泛关注, 数值计算方法仍然是当前表面散射研究

收稿日期: 2018-10-29; 修回日期: 2019-01-12; 录用日期: 2019-02-20

基金项目: 国家自然科学基金(11804263, 11747119)

* E-mail: yankeding168@163.com

的热点。

目前,随机粗糙表面全角度光散射强度分布数值计算方法根据是否依赖于近似,可分为两类。其中,非近似代表性方法为矩量法,其核心思想是将麦克斯韦方程离散化为代数方程组,从而能够以极高的精度实现对散射光强度分布的测量。但是该方法所需计算量大、时间长,导致其效率较低。为了进一步提高计算效率,基于近似的散射强度分布的计算方法应运而生,这类算法包括微扰法^[8]和基尔霍夫近似方法^[9]等。其中,基尔霍夫近似方法将随机粗糙表面近似为一系列全反微元,通过计算入射光经全反微元后的散射光积分即可研究全角度散射光分布。虽然基尔霍夫近似方法引入了近似,但是其计算精度与不依赖近似的矩量法接近,且计算效率得到有效提高,因此基尔霍夫近似方法在随机粗糙表面全角度光散射强度分布的数值计算中获得了更为广泛的应用。

在实际应用中,仅依据强度特性对目标进行探测与识别具有很大的局限性,这是因为在长距离测量时,大气湍流等会对散射信号造成影响,且因光强受目标表面粗糙度和材料折射率的共同影响,仅用散射光强度特性不能完备反映粗糙表面的信息。在之前的工作中,基于基尔霍夫近似方法构建了随机粗糙表面全角度散射光偏振特性计算平台;在分析随机粗糙表面全角度光散射强度分布的基础上,进一步分析散射偏振分布,不仅能够较好地反映被测粗糙表面的形貌结构,甚至可以识别被测样品材料^[10]。然而斯托克斯矢量主要描述光的偏振信息,并不能很好地分析粗糙表面对于散射光的偏振调

制,因此进一步探究随机粗糙表面对散射光偏振特性的调制仍十分重要。

相对于描述光波偏振信息的斯托克斯矢量,穆勒矩阵可以完备地描述粗糙表面本身对入射光偏振调制情况^[11]。因此,本文基于所构建的随机粗糙表面的全角度散射光偏振特性计算平台,计算出随机粗糙表面穆勒矩阵。并在此基础上,分析了金属和电介质的穆勒矩阵。研究发现,利用穆勒矩阵中元素可以实现金属与电介质的识别,而且不受强度特性的影响。最后通过理论证明了这种基于穆勒矩阵的材料区分判据的原理。本研究结果可为激光探测中金属和电介质材料的识别提供了有力的理论依据与实际测量参考。

2 基于基尔霍夫近似方法计算二维粗糙表面的穆勒矩阵

采用基尔霍夫近似方法数值计算随机粗糙表面的穆勒矩阵步骤分为:1)生成随机粗糙表面;2)利用基尔霍夫近似方法计算不同偏振入射光情况下的散射光偏振分布;3)计算特定粗糙程度下不同材料随机粗糙表面的穆勒矩阵。

2.1 基于频域滤波法生成二维随机粗糙表面

表征表面粗糙度的两个基本参量为高度起伏方均根和表面相关长度,采用频域滤波法^[12-13]生成二维随机粗糙表面,其思路为:在频域中引进滤波,再使用傅里叶逆变换得到粗糙表面高度模型。

如图1所示,可以根据特定的方均根高度以及相关长度,使用频域滤波法生成不同的随机粗糙表面,进而用于随机粗糙表面散射场的计算。

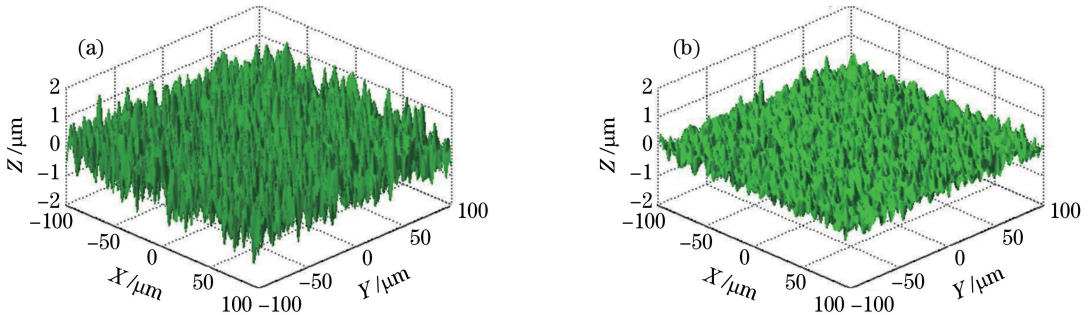


图1 二维随机粗糙表面模型。(a) $\delta=0.4 \mu\text{m}$, $T=6 \mu\text{m}$; (b) $\delta=0.2 \mu\text{m}$, $T=6 \mu\text{m}$

Fig. 1 Models of two-dimensional random rough surfaces. (a) $\delta=0.4 \mu\text{m}$, $T=6 \mu\text{m}$; (b) $\delta=0.2 \mu\text{m}$, $T=6 \mu\text{m}$

2.2 使用基尔霍夫近似方法计算散射场

基尔霍夫近似方法将随机粗糙表面近似为一系列微元,通过计算入射光经各个微元后的散射光场积分来实现对于全角度散射光分布的计算,其模型

如图2所示。一束平面光入射到随机粗糙表面某面元 s' 上, \mathbf{n} 为该面元的法向矢量, E_i 为入射光电场振幅, θ_i 为入射俯仰角, \mathbf{k}_i 为入射光波矢量,将面元散射看成镜像散射则该面元散射光反射角为 θ_r , 散

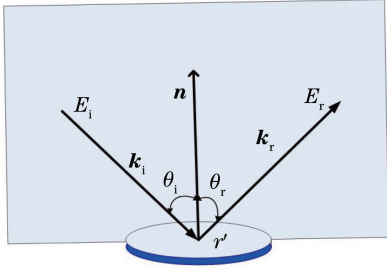


图2 二维散射模型

Fig. 2 Two-dimensional scattering model

射光波矢量为 \mathbf{k}_r , 而散射光电场振幅为 E_r 。

粗糙表面多个面元将入射光反射到远区观测位置, θ_s 为散射角, \mathbf{k}_s 为散射波的波矢量, \mathbf{k}_s 和 \mathbf{Z}_0 构成散射面, φ_s 为散射面的方位角, 其中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数, λ 为波长。则入射光和散射光波矢可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{k}_i = k(\sin \theta_i \mathbf{X}_0 - \cos \theta_i \mathbf{Z}_0) \\ \mathbf{k}_s = k(\sin \theta_s \cos \varphi_s \mathbf{X}_0 - \sin \theta_s \sin \varphi_s \mathbf{Y}_0 + \cos \theta_s \mathbf{Z}_0) \end{cases} \quad (1)$$

对于基尔霍夫近似方法中的微元, 入射光照射至与该微元相切的一个无限大平面上, 粗糙表面上的任何局部位置都可以作切平面近似, 并且切平面上满足反射定律, 表面微元总场及其微分可以近似地用该微元切平面上的反射场表示。结合描述粗糙表面场与空间散射场之间关系的 Stratton-Chu 方程, 可以计算空间的散射场 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{S_0} [\mathbf{A}\mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \mathbf{B} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \mathbf{C} \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')] ds', \quad (2)$$

式中: \mathbf{A} 为 $\mathbf{n} \times [\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}')] ; \mathbf{B}$ 为 $\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}'); \mathbf{C}$ 为 $\mathbf{n} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}'); \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ 为远场近似格林函数; S_0 为整个粗糙表面; \mathbf{r} 为远区散射场某点坐标; \mathbf{r}' 为表面某点坐标。

通过设置不同偏振情况的入射光 E_{pi} 和 E_{si} (分别为入射光的 p 和 s 偏振分量的振幅), 便可以获得对应情况下的散射光 E_{ps} 和 E_{ss} (分别为散射光的 p 和 s 偏振分量的振幅), 从而为计算随机粗糙表面的穆勒矩阵奠定基础。

2.3 计算随机粗糙表面的穆勒矩阵

光与随机粗糙表面相互作用时, 偏振态将发生变化, 通常把粗糙表面与入射偏振光的相互作用等效为一个线性“转化”矩阵, 即穆勒矩阵相当于一个过程量。为了能够从散射光分布的角度计算随机粗糙表面的穆勒矩阵, 这里根据计算得到的入射光与

散射光对应关系实现对于随机粗糙表面的穆勒矩阵的求解。粗糙表面的入射光和散射光偏振态可描述为

$$\begin{bmatrix} E_p^S \\ E_s^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{pp} & f_{sp} \\ f_{ps} & f_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_p^I \\ E_s^I \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: f 为散射系数, 描述了 2 个基本偏振态 s 和 p 的散射过程。 f 中的第 1 个下标为入射光偏振态, 第 2 个下标为散射光偏振态, 所有的散射系数为复数, 包含振幅和相位, 且是散射角度的函数。

在求解得到各个散射系数的基础上, 粗糙表面穆勒矩阵各元素可表示为

$$\begin{cases} m_{00} = \langle |f_{pp}|^2 + |f_{ss}|^2 + |f_{sp}|^2 + |f_{ps}|^2 \rangle \\ m_{10} = \langle |f_{pp}|^2 - |f_{ss}|^2 + |f_{sp}|^2 - |f_{ps}|^2 \rangle \\ m_{20} = \langle f_{pp}f_{ps}^* + f_{ps}f_{pp}^* + f_{sp}f_{ss}^* + f_{ss}f_{sp}^* \rangle \\ m_{30} = i \langle f_{pp}f_{ps}^* - f_{ps}f_{pp}^* + f_{sp}f_{ss}^* - f_{ss}f_{sp}^* \rangle \\ m_{01} = \langle |f_{pp}|^2 - |f_{ss}|^2 - |f_{sp}|^2 + |f_{ps}|^2 \rangle \\ m_{11} = \langle |f_{pp}|^2 + |f_{ss}|^2 - |f_{sp}|^2 - |f_{ps}|^2 \rangle \\ m_{21} = \langle f_{pp}f_{ps}^* + f_{ps}f_{pp}^* - f_{sp}f_{ss}^* - f_{ss}f_{sp}^* \rangle \\ m_{31} = i \langle f_{pp}f_{ps}^* - f_{ps}f_{pp}^* - f_{sp}f_{ss}^* + f_{ss}f_{sp}^* \rangle \\ m_{02} = \langle |f_{pp} + f_{sp}|^2 + |f_{ps} + f_{ss}|^2 \rangle - 2m_{00} \\ m_{12} = \langle |f_{pp} + f_{sp}|^2 - |f_{ps} + f_{ss}|^2 \rangle - 2m_{10} \\ m_{22} = \langle (f_{pp} + f_{sp})(f_{ps} + f_{ss})^* + (f_{ps} + f_{ss})(f_{pp} + f_{sp})^* \rangle - 2m_{20} \\ m_{32} = i \langle (f_{pp} + f_{sp})(f_{ps} + f_{ss})^* - (f_{ps} + f_{ss})(f_{pp} + f_{sp})^* \rangle - 2m_{30} \\ m_{03} = \langle |f_{pp} + if_{sp}|^2 + |f_{ps} + if_{ss}|^2 \rangle - 2m_{00} \\ m_{13} = \langle |f_{pp} + if_{sp}|^2 - |f_{ps} + if_{ss}|^2 \rangle - 2m_{10} \\ m_{23} = \langle (f_{pp} + if_{sp})(f_{ps} + if_{ss})^* + (f_{ps} + if_{ss})(f_{pp} + if_{sp})^* \rangle - 2m_{20} \\ m_{33} = i \langle (f_{pp} + if_{sp})(f_{ps} + if_{ss})^* - (f_{ps} + if_{ss})(f_{pp} + if_{sp})^* \rangle - 2m_{30} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $*$ 为共轭; $\langle \cdot \rangle$ 为大量散射计算集平均。

3 数值计算与分析

根据计算二维随机粗糙表面的穆勒矩阵的算法, 改进了已构建的随机粗糙表面全角度散射光偏振特性计算平台, 实现了二维随机粗糙表面的穆勒矩阵的计算。在数值计算中, 使用的计算平台参数为: Intel i7-4790 CPU, 频率为 3.6 GHz, 内存为 16 GB, 编译器采用 Intel Visual Fortran 11。分别选择金属银和电介质玻璃 2 种表面作为研究目标, 其中表面相关长度 $T = 6\lambda$, 方均根高度 δ 分别为 $0.2\lambda, 0.4\lambda, 0.6\lambda$, 表面计

算数量为 10000, 选择随机粗糙表面点数为 256×256 , 每个对应的面元大小为 $0.1 \mu\text{m} \times 0.1 \mu\text{m}$, 足以表征散射分布, 入射光波长 $\lambda = 1.064 \mu\text{m}$, 在该条件下计算得到了这 2 种表面的穆勒矩阵全角度空间分布, 如

图 3~8 所示。图 3~5 为金属银表面穆勒矩阵全角度分布, 图 6~8 为电介质玻璃表面穆勒矩阵全角度分布。其中, 本文所有计算结果以穆勒矩阵 m_{00} 参量的最大值为标准进行归一化。

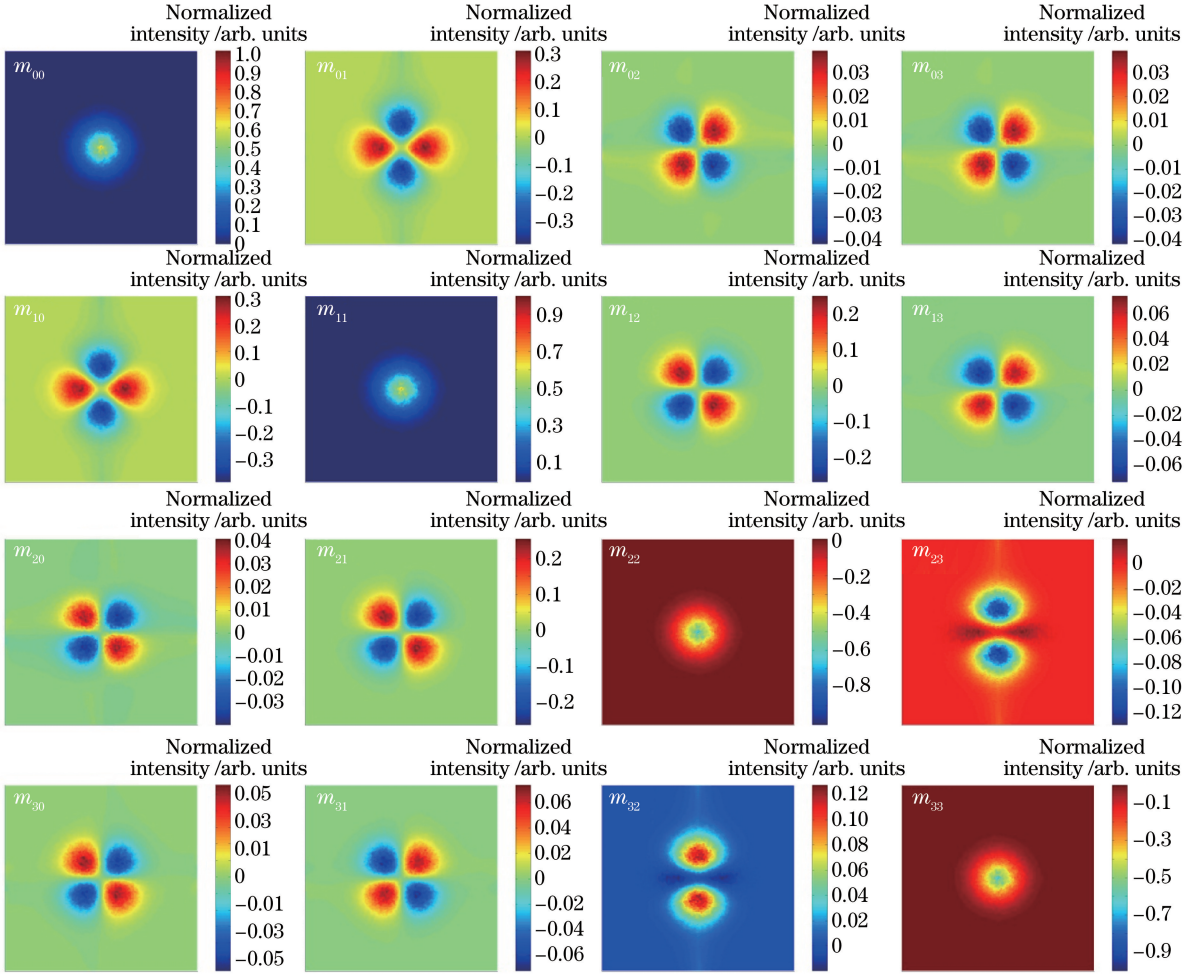


图 3 $\delta = 0.2\lambda$ 、 $T = 6\lambda$ 时金属银表面穆勒矩阵全角度分布

Fig. 3 Full angle distribution of Mueller matrix of silver surface when $\delta = 0.2\lambda$ and $T = 6\lambda$

由计算结果可以看出:

1) 穆勒矩阵中 m_{00} 、 m_{11} 、 m_{22} 、 m_{33} 4 个分量主要反映了散射光强度信息, m_{00} 和 m_{11} 分布相似, m_{22} 和 m_{33} 分布相似, m_{00} 和 m_{22} 分布相反; m_{01} 和 m_{10} 、 m_{02} 和 m_{20} 、 m_{03} 和 m_{30} 、 m_{12} 和 m_{21} 、 m_{13} 和 m_{31} 、 m_{23} 和 m_{32} 分布以 m_{00} 、 m_{11} 、 m_{22} 、 m_{33} 构成的直线对称分布。

2) 对比金属和电介质表面穆勒矩阵全角度分布数值计算结果可知, 金属和电介质表面穆勒矩阵分布也具有明显差异, 金属表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_M 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、 m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 不为 0, 电介质表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_D 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、 m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 几乎为 0。

3) 金属和电介质表面穆勒矩阵之间的差异并没有随着粗糙度的变化而变化。

当光在物体表面反射时, 物体表面不存在能够形成电流密度的表面电荷, 那么通过无源场中的麦克斯韦方程组推导得到的波动方程中不存在对于时间的一阶微分项, 即物体表面不存在电导率。此时波动方程为

$$\begin{cases} \nabla^2 E - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \\ \nabla^2 A - \epsilon\mu\omega^2 A = 0 \end{cases}, \quad (5)$$

式中: E 为电场强度; A 为磁场强度; μ 为磁导率; ω 为角频率; ϵ 为介电常数。

当物体表面存在电导率时, 其波动方程为

$$\nabla^2 E - \left(\epsilon + i \frac{\sigma}{\omega} \right) \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

式中: σ 为电导率。

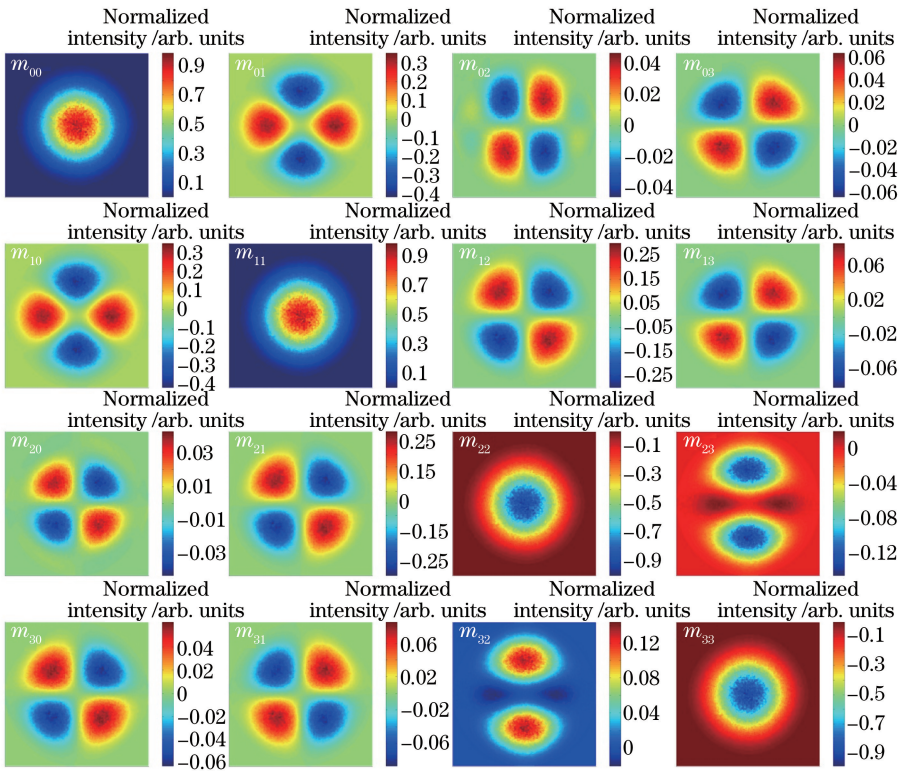


图 4 $\delta=0.4\lambda$ 、 $T=6\lambda$ 时金属银表面穆勒矩阵全角度分布

Fig. 4 Full angle distribution of Mueller matrix of silver surface when $\delta=0.4\lambda$ and $T=6\lambda$

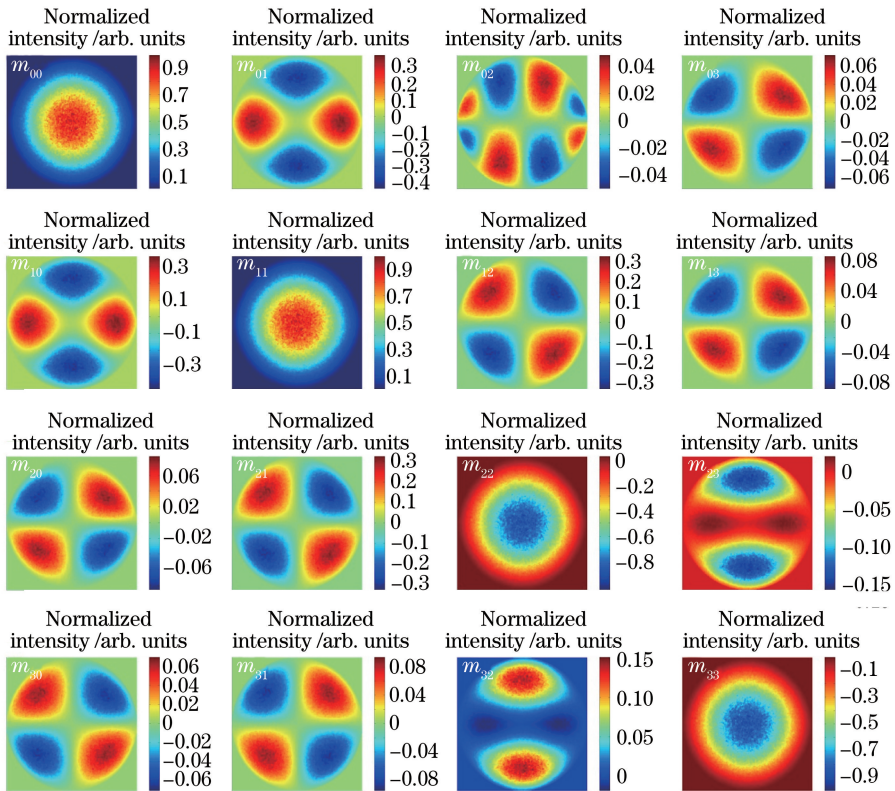


图 5 $\delta=0.6\lambda$ 、 $T=6\lambda$ 时金属银表面穆勒矩阵全角度分布

Fig. 5 Full angle distribution of Mueller matrix of silver surface when $\delta=0.6\lambda$ and $T=6\lambda$

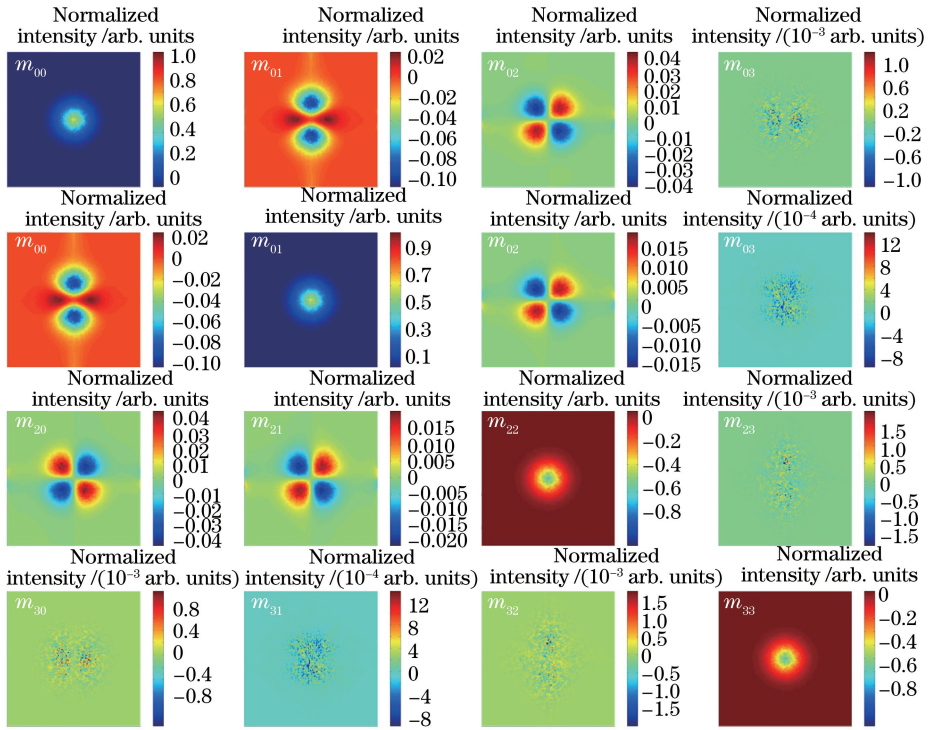


图 6 $\delta=0.2\lambda, T=6\lambda$ 时电介质玻璃表面穆勒矩阵全角度分布

Fig. 6 Full angle distribution of Mueller matrix of dielectric glass surface when $\delta=0.2\lambda$ and $T=6\lambda$

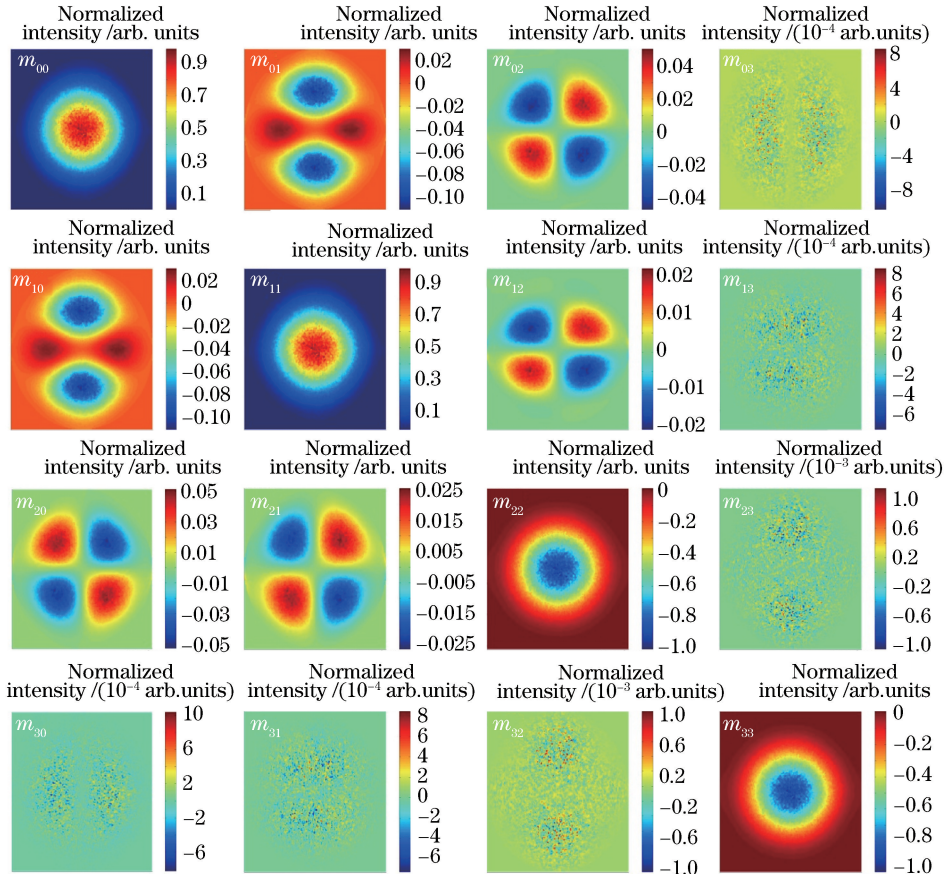


图 7 $\delta=0.4\lambda, T=6\lambda$ 时电介质玻璃表面穆勒矩阵全角度分布

Fig. 7 Full angle distribution of Mueller matrix of dielectric glass surface when $\delta=0.4\lambda$ and $T=6\lambda$

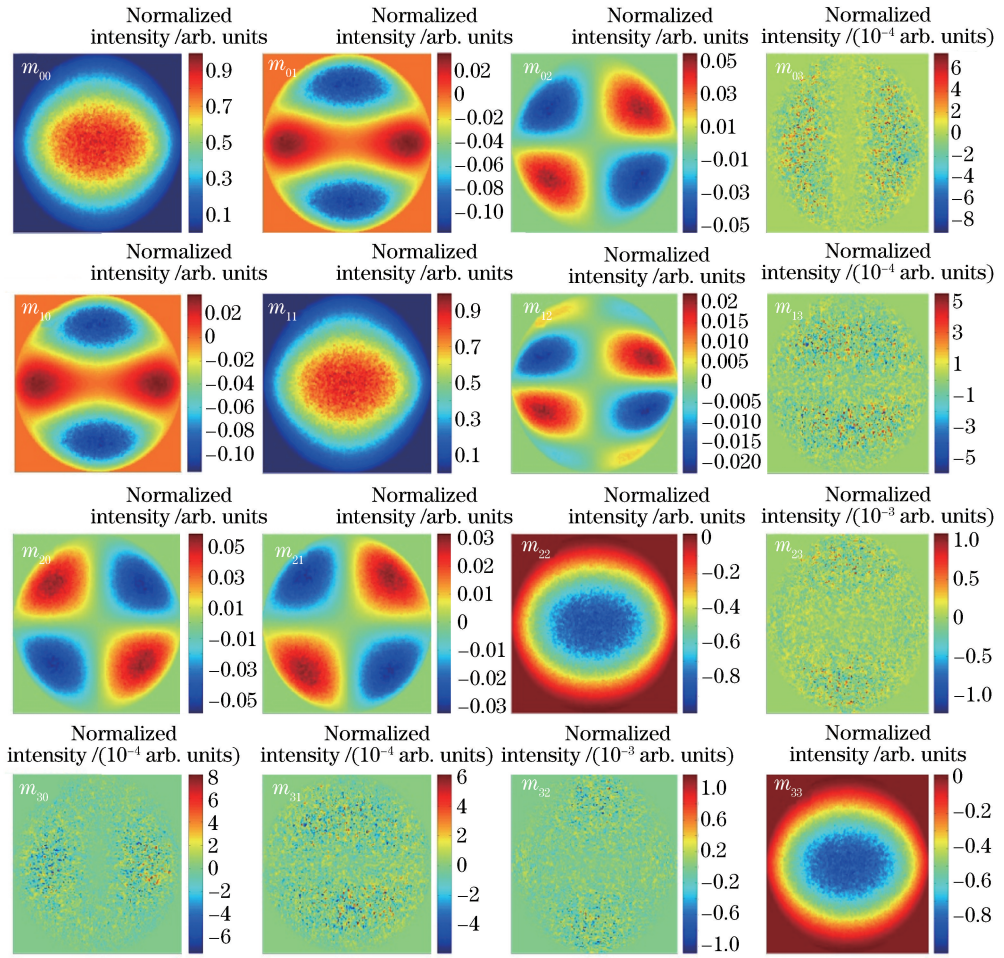

 图 8 $\delta=0.6\lambda$ 、 $T=6\lambda$ 时电介质玻璃表面穆勒矩阵全角度分布

 Fig. 8 Full angle distribution of Mueller matrix of dielectric glass surface when $\delta=0.6\lambda$ and $T=6\lambda$

由于光在粗糙表面表面的反射情况比较复杂,其相位将会发生改变。通常光波在物体表面的反射关系用菲涅耳公式表示,即

$$\begin{cases} r_s = \frac{R_s}{A_s} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \\ r_p = \frac{R_p}{A_s} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \end{cases}, \quad (7)$$

式中: A_s 和 A_p 分别为入射光波在入射面垂直方向和平行方向的振幅分量; R_s 和 R_p 分别为反射光波在入射面垂直方向和平行方向上的振幅分量; r_s 和 r_p 为反射系数; θ_i 、 θ_t 分别为入射角和折射角。进而可得

$$\frac{r_s}{r_p} = -\frac{\cos(\theta_i - \theta_t)}{\cos(\theta_i + \theta_t)} =$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_p} \exp[i(\varphi_s - \varphi_i)] = P \exp(i\alpha), \quad (8)$$

式中: P 为 s 和 p 光的反射系数之比; α 为两者的相位差。结合菲涅耳反射公式和折射定律可得

$$\begin{cases} n^2 - K^2 = \frac{\sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_t}{(1 + P + 2P \cos \delta)^2} \times \\ [(1 - P^2)^2 - (2P \sin \delta)^2] + \sin \theta_i \\ 2nK = \frac{4 \sin^2 \theta_i \tan^2 \theta_t}{(1 + P + 2P \cos \delta)^2} (1 - P^2) P \sin \delta \end{cases}, \quad (9)$$

式中: n 为目标折射率; K 为目标消光系数。于是,表面存在电导率的物体折射率为 $n_0 = n + iK$ 。

当光在不导电介质表面反射时,反射光相位和入射光相位相同或者相反,此时反射系数 r_s 和 r_p 为实数;当光在导电介质表面反射时,由于材料对光波存在吸收,反射后的相位延迟不能确定,从而导致了电介质和金属材料的穆勒矩阵之间的差异。

在斯托克斯-穆勒偏振描述体系中,穆勒矩阵参数几乎包含了所有物体表面特征信息。穆勒矩阵反映了入射光从粗糙表面散射后偏振态的变化,而散射光斯托克斯矢量可以完备地描述光偏振态,根据计算可知金属表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_M 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、

m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 不为0,电介质表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_D 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、 m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 几乎为0。金属和电介质表面的穆勒矩阵存在差异,而且这种差异并没有随着粗糙度的变化而变化,因此可以用其对金属目标和电介质目标进行识别,尤其当目标与背景光强度信息相近时,人造目标与自然背景的光学常数和表面粗糙度信息无法做到完全一致,根据偏振信息得到场景内目标与背景的表面特征信息,能够为目标与背景的分隔提供更多依据。

4 结 论

穆勒矩阵可以完备地描述粗糙表面本身对于入射光偏振调制情况,因此开展随机粗糙表面的穆勒矩阵计算和研究能够为光学表面测试、激光探测、计算机视觉等领域提供有价值的参考。为了定量研究随机粗糙表面的穆勒矩阵,基于基尔霍夫近似方法,并结合表面生成、散射场计算以及穆勒矩阵计算。构建了随机粗糙表面穆勒矩阵的数值计算模型,其可以求解不同表面粗糙参数和材料参数的随机粗糙表面穆勒矩阵全角度空间分布;并且对不同粗糙程度的随机金属银表面和电介质玻璃表面的穆勒矩阵全角度分布进行求解。同时,还发现金属和电介质表面穆勒矩阵分布具有明显差异:金属表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_M 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、 m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 不为0,而电介质表面穆勒矩阵 \mathbf{M}_D 中 m_{03} 、 m_{13} 、 m_{23} 、 m_{30} 、 m_{31} 、 m_{32} 均为0;另外,金属和电介质表面穆勒矩阵之间的差异并没有随着粗糙度的变化而变化。因此可以用其对金属目标和电介质目标进行识别。本文的研究成果可以为激光雷达中的目标探测和识别提供重要的依据。

参 考 文 献

- [1] Gong L, Wu Z S, Ge C X, *et al.* Composite light scattering properties between slightly rough optical surface and multi-body particles[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(12): 1203001.
巩蕾, 吴振森, 葛城显, 等. 微粗糙光学表面与掩埋多体粒子复合光散射特性[J]. 中国激光, 2016, 43(12): 1203001.
- [2] Dai Y J. Principle of lidar [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002: 1-10.
戴永江. 激光雷达原理[M]. 北京: 国防工业出版社, 2002: 1-10.
- [3] de Belatini P C M. The theory of sound [J]. Electronics and Power, 1964, 10(6): 215.
- [4] Rayleigh L. On the dynamical theory of gratings[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1907, 79(532): 399-416.
- [5] Asai K, Igarashi T. Interference from differential reflectance of moist topographic targets in CO₂ DIAL ozone measurement [J]. Applied Optics, 1984, 23(5): 734-739.
- [6] Bennett H E, Koehler W F. Precision measurement of absolute specular reflectance with minimized systematic errors[J]. Journal of the Optical Society of America, 1960, 50(1): 1-6.
- [7] Porteus J O. Relation between the height distribution of a rough surface and the reflectance at normal incidence [J]. Journal of the Optical Society of America, 1963, 53(12): 1394-1402.
- [8] Zhang X D, Wu Z S, Wu C K. Application of the phase perturbation method to rough surfaces scattering[J]. Acta Optica Sinica, 1997, 17(9): 1242-1246.
张向东, 吴振森, 吴成柯. 相位微扰法在粗糙面光散射中的应用[J]. 光学学报, 1997, 17(9): 1242-1246.
- [9] Qi X, Han X E. Study of laser scattering characteristics of rough sea surface with foams[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(8): 0829003.
亓晓, 韩香娥. 覆盖泡沫粗糙海面的激光散射特性研究[J]. 光学学报, 2015, 35(8): 0829003.
- [10] Yan K D, Wang S Y, Jiang S, *et al.* Full angular Stokes vectors of light scattering from two-dimensional randomly rough surfaces by Kirchhoff approximation method[J]. Journal of Optics, 2014, 16(10): 105714.
- [11] Yan K D, Wang S Y, Jiang S, *et al.* Calculation and analysis of Mueller matrix in light scattering detection [J]. Chinese Optics Letters, 2014, 12(9): 092901.
- [12] Hsieh C Y. Study of out of plane bistatic scattering from rough dielectric surfaces[J]. IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation, 2001, 148(3): 157-162.
- [13] He Z C. Modeling and calculation of electromagnetic scattering of vegetation on rough terrain [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2018.
何正财. 粗糙地面上植被电磁散射建模与计算[D]. 成都: 电子科技大学, 2018.