

涡旋光束轨道角动量的一种新型干涉检测方法

裴春莹,茅志翔,徐素鹏,夏勇,尹亚玲*

华东师范大学物理与材料科学学院精密光谱科学与技术国家重点实验室,上海 200062

摘要 提出一种利用干涉实现涡旋光束轨道角动量简易检测的新方法。使用空间光调制器产生涡旋光束时,仅由调制的涡旋光束和未能完全调制的入射高斯光束即可直接发生同轴干涉,产生完美的花瓣状干涉图案,且干涉花瓣数量与涡旋光束携带的轨道角动量值一致,因此,检测由空间光调制器产生的涡旋光束轨道角动量时不需要额外使用参考干涉光。利用该干涉分析了 Bessel-Gaussian 光束和 Laguerre-Gaussian 光束的干涉图案,所得结果不仅能反映光束的轨道角动量值——角向因子,还能反映轨道角动量的正负以及 Laguerre-Gaussian 光束的径向因子,且干涉模式清晰,稳定性高。

关键词 光栅; 涡旋光束; 轨道角动量; 干涉; 空间光调制器

中图分类号 O436.1 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.140502

Interferometric Detection Method for Orbital Angular Momentum of Vortex Beams

Pei Chunying, Mao Zhixiang, Xu Supeng, Xia Yong, Yin Yaling*

*State Key Laboratory of Precision Spectroscopy, School of Physics and Materials Science,
East China Normal University, Shanghai 200062*

Abstract This study proposes a new method to detect the orbital angular momentum of vortex beams using interferometry. Experimentally, when a spatial light modulator is used to generate a vortex beam, coaxial interference directly occurs only by a modulated vortex beam and an incident Gaussian beam which is not fully modulated, producing a perfect petal-like interference pattern. The number of interfering petals coincides with the value of the orbital angular momentum carried by the vortex beam; thus, a separate reference beam is not required when we detect the orbital angular momentum of vortex beams produced by the spatial light modulator. This study analyzes the interference pattern of Bessel-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams, which can reflect the orbital angular momentum of the beam, i.e., the azimuth factor and the positive and negative values of the orbital angular momentum together with the radial factor of the Laguerre-Gaussian beam. Notably, the interference results are clear, and the stability is high.

Key words gratings; vortex beams; orbital angular momentum; interference; spatial light modulator

OCIS codes 050.4865; 050.1380; 050.1950

1 引言

涡旋光束是一种相位结构为 $\exp(il\phi)$ 的特殊光场(其中 ϕ 为方位角, l 为轨道角动量(OAM)量子数, 又称为拓扑荷数), 其光振幅在光束中心区域为零, 波前为螺旋形, 是现代奇点光学的一个重要研究分支^[1]。涡旋光束的结构具有一系列特殊

的物理性质, 如强度呈环形分布, 具有很小的中心暗斑尺寸以及无加热效应和衍射效应等, 其中最重要的一个特性是在光束向前传播的过程中, 围绕光轴的每个光子携带有与螺旋相位结构相关的光子 OAM 量子数 l 。相较于传统的高斯光束, 涡旋光束在空间场分布多一个维度^[2], 因此, 在激光光学、光摄技术^[3-7]、光通信^[8-10]、光学成像技

收稿日期: 2019-02-19; 修回日期: 2019-02-22; 录用日期: 2019-02-25

基金项目: 上海市自然科学基金探索类项目(17ZR1443000)

* E-mail: ylyin@phy.ecnu.edu.cn

术^[11]、信息传递与加密^[12]、原子分子光学和冷原子系统中均具有广泛应用^[13-14]。

虽然涡旋光束具有螺旋相位结构,但在强度分布上只能观察到其圆环形结构,并不能直接判断涡旋光束的OAM,因此,涡旋光束的OAM检测成为了一项重要的必备技术。进行OAM检测时,通常利用Mach-Zehnder干涉仪使平面波与涡旋光束发生干涉,根据叉形干涉条纹的分支数判断涡旋光束的拓扑荷^[15-19]。此外,球面波与涡旋光束干涉形成的分支螺旋干涉条纹^[20-21],球面波与涡旋光束镜像光束干涉产生的径向螺旋干涉图^[22-23],通过环状多针孔产生的特殊干涉图,以及利用多针孔相位恢复算法、窄环带孔径形成的径向环带分布干涉图和透过锥透镜干涉图等都可以实现OAM定量测量。除了干涉法外,光栅法^[24]、Dove棱镜法^[22]、圆形或多边形振幅/相位光阑法^[25-27]、椭圆光阑法^[28]、光学转换法^[29-30]、柱透镜法^[31-32]以及计算机全息法^[33-34]都可以检测涡旋光束的OAM。

本文提出一种简单的干涉法检测涡旋光束的OAM,利用反射式相位型空间光调制器(SLM)的不完全调制^[35]特性,将部分未调制的高斯光束与调制的涡旋光束直接发生干涉,从而产生花瓣状的干涉图案,结果可直观反映参与干涉涡旋光束的OAM。基于该原理,研究了Bessel-Gaussian光束的干涉模式,分析了具有径向和角向因子的高阶多环Laguerre-Gaussian光束的干涉图案。

2 实验方案

2.1 实验装置

图1所示为产生和检测Bessel-Gaussian光束和Laguerre-Gaussian光束OAM的实验装置图。He-Ne激光器(HRS015B,Thorlabs,美国)输出一束线偏振光的高斯光束,光束首先通过光隔离器(ISO),并经过半波片($\lambda/2$ plate, λ 为波长)调整偏振方向,接着反射到由物镜L1、小孔A和共焦透镜L2组成的扩束系统进行扩束和滤波,再由分束镜BS反射到SLM中进行调制,最后垂直反射进入CCD相机。所使用的SLM是像素为1920 pixel×1080 pixel,像素间距为8 μm的相位型反射装置,反射角小于7°,在反射相位液晶硅(LCOS)屏幕上加载计算机编译的相位板实现入射光束相位调制,半波片对线偏振光束的偏振方向进行旋转,保持入射光的偏振方向与液晶屏幕的长边平行,使得空间光调制器对光的位相调制效率最高。

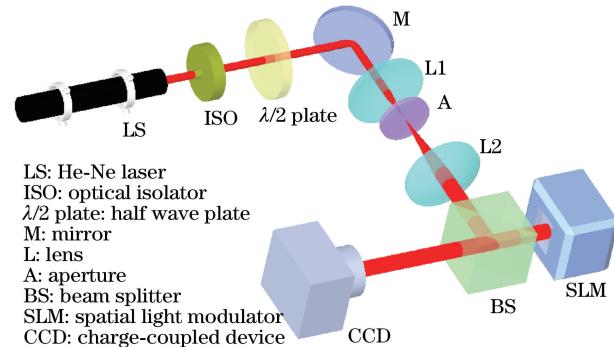


图1 产生和检测涡旋光束OAM的实验装置图

Fig. 1 Experimental device diagram for generating

and detecting OAM of vortex beams

2.2 实验原理

目前,SLM是一种产生涡旋光束最常用的工具,理论上高斯光束通过某一相位板后可得到与该相位板对应的调制光束。然而,由于SLM工作原理^[35]的限制,在加载相应的相位板后,尽管入射线偏振光束的偏振方向与其液晶屏幕的长边平行,空间光调制器对光的位相调制效率最高,但是仍然有部分入射光无法完全调制,因此,在相应的相位板上需要额外增加一个条形衍射光栅,将未调制的高斯光束移开,这样才能得到需要的光束。以LG₀⁵光束为例,图2(a)所示为理论上该光束对应的(p,l)=(0,5)的螺旋相位板,当产生该相位板对应的LG₀⁵光束时,需要在此相位板上加上条形衍射光栅[图2(b)],使之成为叉形光栅[图2(c)],将未调制的高斯光束移开,才能得到纯净的LG₀⁵光束[图2(e)]。

基于SLM的工作原理可以发现,当使用SLM产生的涡旋光束对应的相位板不叠加条形衍射光栅时,未调制的高斯光束可与涡旋光束直接发生干涉,产生花瓣状的干涉图案,进而可以检测该涡旋光束的OAM。图2(d)所示为由(p,l)=(0,5)的螺旋相位板(a)产生的LG₀⁵光束的干涉花瓣模式。为了验证该结论,在螺旋相位板[图2(a)]上加上条形光栅[图2(b)],将未调制的高斯光束移开,可得圆环形的LG₀⁵光束[图2(e)];不加条形衍射光栅[图2(b)]时,即仅使用理论涡旋光束对应的相位板[图2(a)],可得花瓣状的干涉图案,花瓣数量与LG₀⁵光束的OAM一致,由此可检测涡旋光束的OAM。

实验得到的干涉是空间光调制器自身不完全调制的结果,是未被调制的高斯光束与调制后的光束直接发生的干涉,由此可见,入射光束满足空间光调制的偏振要求,即调制部分和未调制部分光束的偏

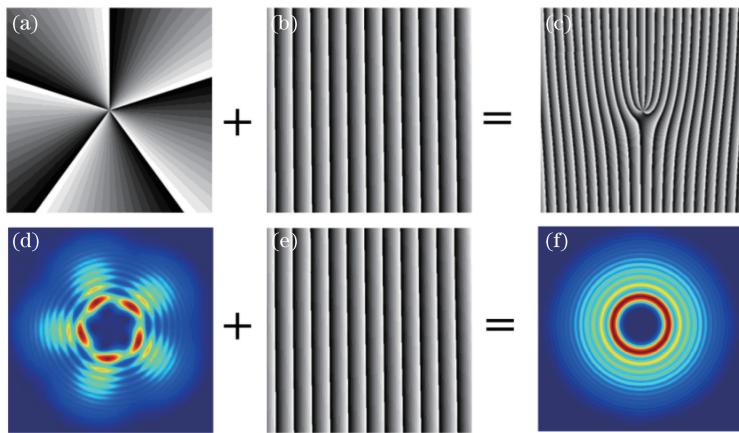


图 2 干涉模式的产生原理图。(a) LG_0^5 光束对应的螺旋相位板;(b)条形衍射光栅;(c)叉形光栅
(d) LG_0^5 光束的干涉花瓣模式;(e)圆环形的 LG_0^5 光束

Fig. 2 Schematic of generation of interference mode. (a) Spiral phase plate corresponding to LG_0^5 beam; (b) strip diffraction grating; (c) fork grating; (d) interference petal pattern of LG_0^5 beam; (e) circular LG_0^5 beam

振方向一致,这也是干涉图案能够清晰稳定的主要原因。由于两束光的光强并非连续可调,因此,首先必须测量 SLM 调制涡旋光束与未调制高斯光束的光强之比,分析对实验结果判断的影响。具体过程如下。

分别对 $p=0$ 的 LG_0^5 光束、 LG_0^{10} 光束与高斯光束的干涉进行理论模拟,并与实验结果进行对比,结果如图 3 所示,第 1~2 行分别为 LG_0^5 、 LG_0^{10} 光束的干涉图案,图 3(a)、(b)所示分别为实验和理论结果。图 3(b)从左至右第 1~4 列中,涡旋光束与高斯光束的光强比分别为 1 : 1、2 : 1、4 : 1 和 8 : 1,对比理论与实验结果可知,SLM 调制的涡旋光束与未调制的高斯光束的光强比约为 4 : 1,虽然干涉图案分布与涡旋光束和高斯光束的光强比例有关,但是不同的光强之下,干涉花瓣数都与 OAM 量子数一致,因此,不同光强比的涡旋光束和高斯光束的干涉对 OAM 的检测结果都相同,该干涉法可以广泛应用。

3 实验与结果

3.1 Bessel-Gaussian 光束 OAM 检测

利用实验装置产生 Bessel-Gaussian 光束,采用干涉法对 OAM 进行检测。Bessel-Gaussian 光束具有近似 Bessel 函数的强度分布,且高阶 Bessel-Gaussian 光束在光轴上具有无衍射暗核的特点,传输函数^[36] 可以描述加载在 SLM 上的 Bessel-Gaussian 光束的相位全息图,即

$$T_l(r, \phi) = \exp(il\phi) \exp(-i2\pi r/r_0), \quad (1)$$

式中: r 、 ϕ 分别为径向坐标和角坐标,考虑到 SLM

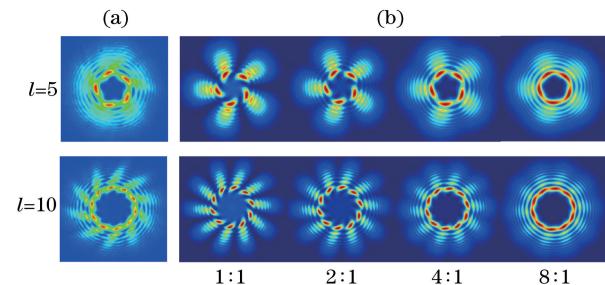


图 3 干涉图案的实验和理论对比图。
(a)实验结果;(b)理论结果

Fig. 3 Comparison of experimental and theoretical results of interference figures. (a) Experimental results;
(b) theoretical results

的显示器由像素构成,可以将 r 改写为 $r = (X^2 + Y^2)^{1/2} d$,其中 X 、 Y 为表示 SLM 每个像素的整数, d 为像素间距; r_0 为可调整的常数参数; l 为 Bessel-Gaussian 光束的 OAM 量子数, $l = +50 \sim -50$ 的 Bessel-Gaussian 光束干涉结果及其对应的相位板如图 4 所示。

图 4(a)、(b)结果分别对应的 Bessel-Gaussian 光束的 OAM 为正或负,第 1 行为(1)式编写 Bessel-Gaussian 光束的相位板,第 2 行为对应的干涉花瓣。可以看到,高阶 Bessel-Gaussian 光束相位板的 OAM 值与其干涉图案的花瓣数量对应^[37],因此,可以直接根据实验干涉光场分布检测 OAM 值;同时,光场的空心区域随轨道角动量量子数 l 的增加而增加,这是由于相位板的每个环形区域都具有 $0 \sim 2\pi$ 的相位周期,所以不同相位的光束在圆中心处相干抵消,即圆心为相位奇点, l 为相位的周期

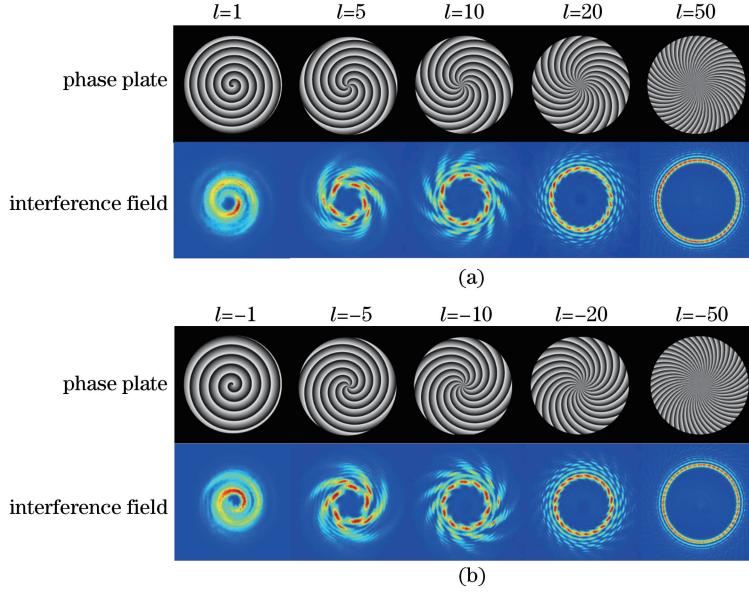


图 4 产生不同 OAM 的 Bessel-Gaussian 光束的相位板和花瓣状干涉光场分布。(a) OAM 为正;(b) OAM 为负

Fig. 4 Phase plates to generate Bessel-Gaussian beams with different OAMs and corresponding petal-like interference field distributions. (a) OAM is positive; (b) OAM is negative

数, l 越大则空心越大;此外,干涉光场可以显示轨道角动量的符号,图 4(a)、(b)中干涉花瓣旋转方向分别为顺时针和逆时针,说明顺时针对应的 OAM 为正,反之为负^[38]。综上可知,本文所提干涉法可以直接有效地检测 Bessel-Gaussian 光束的 OAM,并分清正负,检测的阶数可以达到 ± 50 甚至更高,这对于基于 Bessel-Gaussian 光束的 OAM 特性应用研究非常有帮助。

3.2 高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束 OAM 检测

对于 Laguerre-Gaussian 光束 OAM 的检测,其相位板和光场结构都更复杂,因此首先根据 Laguerre-Gaussian 光束相位模式设计相位板,然后才能进行实验。将实验所得的高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束光强分布与理论结果进行对比,检验结果的正确性。由理论可知,传输函数^[17]可以得到 LG_p^l 光束对应的相位板,即

$$T_l(r, \phi) = \exp(-il\phi) \exp\{i\pi\alpha[-L_p^{|l|}(2r/w_0^2)]\}, \quad (2)$$

式中: $\alpha(\cdot)$ 为单位阶跃函数; $L_p^{|l|}(x)$ 为广义拉盖尔多项式; w_0 为入射光束的束腰半径。(2)式得到的相位板如图 5 所示,其中第 1~5 列对应的径向因子依次为 $p=0, p=3, p=5, p=7, p=10$, 第 1~5 行对应的角向因子依次为 $l=1, l=3, l=5, l=10, l=20$ 。从图 5 中可以清晰地看到,径向因子 p 对应相位板的同心圆环数目;而类似于 Bessel-Gaussian 光束的相位板,Laguerre-Gaussian 光束相位板的每个

扇形区域都具有 $0 \sim 2\pi$ 的相位周期,角向因子 l 对应相位周期数目。

利用图 5 所示的相位板产生对应的高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束,采用干涉法检测角向因子 l 及径向因子 p ,所得结果如图 6 所示。第 1~5 列对应的径向因子依次为 $p=0, p=3, p=5, p=7, p=10$, 第 1~5 行对应的角向因子依次为 $l=1, l=3, l=5, l=10, l=20$ 。由图 6 可知,具有不同相位的光束在圆中心处相干抵消,即圆心为相位奇点,光场的空心分布随角向因子 l 的增加而变大,该结果与高阶 Bessel-Gaussian 光束的结果类似;同时, Laguerre-Gaussian 光束的干涉模式反映径向指数。在柱坐标系 (r, ϕ, z) 中,依据 LG_p^l 光束在 z 方向传播的电场振幅 u_p^l ^[17] 可以得到高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束的场分布,即

$$u_p^l(r, \phi, z) = (-1)^p \left[\frac{2}{\pi} \frac{p!}{(p + |l|!)^2} \right]^{1/2} \cdot \frac{(\sqrt{2}\xi)^{|l|}}{w_z} \exp(-\xi^2) \cdot L_p^{|l|}(2\xi^2) \exp(-il\phi) \exp(-i\xi^2 z/z_R) \cdot \exp[i(2p + |l| + 1)\arctan(z/z_R)], \quad (3)$$

式中:光束半径 $w_z = [2(z^2 + z_R^2)/(kz_R)]^{1/2}$, $z_R = \pi w_0^2/\lambda$ 为瑞利距离; k 为光束的波数; 变量 $\xi = r/wz$ 。 $L_p^{|l|}(x)$ 主要影响 u_p^l 的径向分布,方程 $L_p^{|l|}(x)$ 具有 p 个不同的正根 $\{x_m\}$ ($m = 1, 2, \dots, p$),且在 x 每经过一个 x_m 时改变其符号,所以

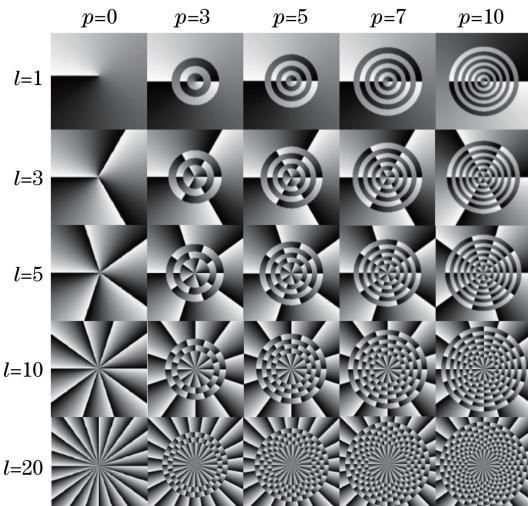


图 5 高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束对应的相位板

Fig. 5 Phase plates corresponding to high-order multi-ring Laguerre-Gaussian beam

LG_p^l 光束具有径向节点 $r_0 = 0$ 和 $r_m = w_z (x_m / 2)^{1/2}$, 每个 r_m 都具有 π 的相位不连续性; LG_p^l 光束具有 p 个节点, 这 p 个节点将入射光束分成 $p+1$ 个同心圆环, 环数为 $n=p+1$, 图 6 所示的干涉图案为同心的花瓣状圆环, 该结果与理论分析一致, 且每一环的花瓣数量都等于 OAM 量子数 l 。所以, 该干涉方案不仅能够检测 Laguerre-Gaussian 光束的径向指数 p , 还能检测角向指数, 即 OAM 量子数 l 。

由于高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束及其干涉的光场分布复杂, 因此图 6 所示的干涉图案与传统干涉方案的结果存在很大的不同。主要区别在于传统干涉法所得干涉图案都是同心多环的分支条纹状^[17-19], 而图 6 结果为同心多环的圆对称花瓣状, 这是因为传统方案利用涡旋光束与干涉光束的不完全同轴传播; 而本文方案涡旋光束与干涉光束完全同源同轴且同偏振方向传播, 因此, 本文方案得到的干涉图案更稳定、更对称。

4 结 论

本文得到的干涉图案具有完美的对称性和高清晰度, 对于 Bessel-Gaussian 光束, 即使 OAM 值达到 ± 50 甚至更高, 也可以轻易辨别, 这是传统干涉方法无法达到的结果。

传统干涉法中都必须将光路分成不同光学装置调制的两部分——涡旋光束和参考光束, 最后进行合束干涉, 双光路干涉对光路的稳定性和同轴性要求很高, 激光偏振、相位差和光路的微小波动或者高斯光束与涡旋光束的传播轴略有差别都会导致干涉

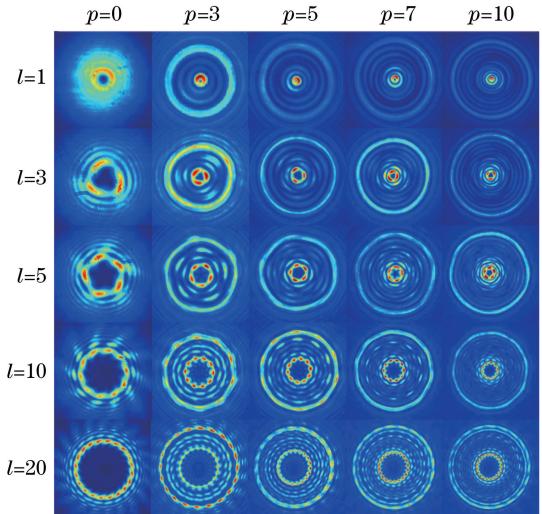


图 6 高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束的干涉图案

Fig. 6 Interference figures of high-order multi-ring Laguerre-Gaussian beams

模式不稳定, 因此, 传统方法需要对干涉光路进行精确控制和调节, 而在已经报道的采用 Mach-Zehnder 干涉仪方法测量光束角动量的实验中并没有对光路两臂相位差进行稳定锁定和精确控制。如果不对于干涉仪两个臂的光束相位差进行稳定锁定和精确控制, 由分束器(或偏振分束器)叠加的两束光束干涉图案会不稳定, 甚至输出模式可能表示为两束光束强度(或不同偏振分量)的叠加, 并非真正的干涉。故双光路干涉方法很难得到稳定且对称的干涉图案。

此外, 空间光调制器是目前产生涡旋光束最常用的方法, 虽然在理论上涡旋光束的 OAM 与相位板信息相对应, 但实际中实验的非理想性, 如光束未准直以及光路出现未知的误差等因素, 都会使得涡旋光束与加载的相位板信息不完全对应, 尤其是对于较复杂的光场模式如高阶多环 Laguerre-Gaussian 光束, 所得结果更不理想。同时, 要产生相应的涡旋光束需要精细操控, 而以往在使用空间光调制器产生涡旋光束时, 仅由圆环形强度分布的涡旋光束不能判断光束是否为对应的涡旋光束。

因此, 本文利用高斯光束和待测涡旋光束进行同轴同偏振干涉测量, 只有一条光路, 可以保证两束光之间的相位差恒定, 从而形成稳定的干涉图案。以往实验中没有发现这一现象的原因是螺旋相位板上直接叠加了条形光栅相位, 未调制的高斯光束被移开, 得到了环形强度分布的涡旋光束, 而没有观察到干涉图案。

本文方案的检测方法不仅可以通过空间光调制

器直接产生涡旋光束,还可以验证产生的轨道角动量光束的准确性,从而达到检验并快速调整光路的目的。该方案具有光路简单、易操控、现象明显、稳定性好、对称性高和检测范围宽等优点,可以对传统的干涉法进行很好的补充,为涡旋光束的后续使用提供了可靠保证和便利。

参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [2] Zhang H. Research of the generation and detection about vortex beams [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2016: 1-6.
- 张洪. 涡旋光轨道角动量的产生与检测技术的研究 [D]. 成都: 电子科技大学, 2016: 1-6.
- [3] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [4] Paterson L, MacDonald M P, Arlt J, et al. Controlled rotation of optically trapped microscopic particles[J]. Science, 2001, 292(5518): 912-914.
- [5] Tao S H, Yuan X C, Lin J, et al. Fractional optical vortex beam induced rotation of particles[J]. Optics Express, 2005, 13(20): 7726-7731.
- [6] Li M M, Yan S H, Yao B L, et al. Optically induced rotation of Rayleigh particles by vortex beams with different states of polarization [J]. Physics Letters A, 2016, 380(1/2): 311-315.
- [7] Lehmuskero A, Li Y M, Johansson P, et al. Plasmonic particles set into fast orbital motion by an optical vortex beam[J]. Optics Express, 2014, 22(4): 4349-4356.
- [8] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing [J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488-496.
- [9] Bozinovic N, Yue Y, Ren Y, et al. Terabit-scale orbital angular momentum mode division multiplexing in fibers[J]. Science, 2013, 340(6140): 1545-1548.
- [10] Vallone G, D'Ambrosio V, Sponselli A, et al. Free-space quantum key distribution by rotation-invariant twisted photons[J]. Physical Review Letters, 2014, 113(6): 060503.
- [11] Torner L, Torres J P, Carrasco S. Digital spiral imaging[J]. Optics Express, 2005, 13(3): 873-881.
- [12] Zeng J, Chen Y H, Liu X L, et al. Research progress on partially coherent vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0126004.
- 曾军, 陈亚红, 刘显龙, 等. 部分相干涡旋光束研究进展[J]. 光学学报, 2019, 39(1): 0126004.
- [13] Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications [J]. Advances in Optics and Photonics, 2011, 3(2): 161-204.
- [14] Andrews D, Babiker M. The angular momentum of light [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2012.
- [15] Harris M, Hill C A, Tapster P R, et al. Laser modes with helical wave fronts[J]. Physical Review A, 1994, 49(4): 3119-3122.
- [16] Clifford M A, Arlt J, Courtial J, et al. High-order Laguerre-Gaussian laser modes for studies of cold atoms[J]. Optics Communications, 1998, 156(4/5/6): 300-306.
- [17] Ohtake Y, Ando T, Fukuchi N, et al. Universal generation of higher-order multiringed Laguerre-Gaussian beams by using a spatial light modulator [J]. Optics Letters, 2007, 32(11): 1411-1413.
- [18] Matsumoto N, Ando T, Inoue T, et al. Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(7): 1642-1651.
- [19] Ruffato G, Massari M, Romanato F. Generation of high-order Laguerre-Gaussian modes by means of spiral phase plates [J]. Optics Letters, 2014, 39(17): 5094-5097.
- [20] Sueda K, Miyaji G, Miyanaga N, et al. Laguerre-Gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses[J]. Optics Express, 2004, 12(15): 3548-3553.
- [21] Padgett M, Arlt J, Simpson N, et al. An experiment to observe the intensity and phase structure of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. American Journal of Physics, 1996, 64(1): 77-82.
- [22] Leach J, Padgett M J, Barnett S M, et al. Measuring the orbital angular momentum of a single photon[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(25): 257901.
- [23] Slussarenko S, D'Ambrosio V, Piccirillo B, et al. The polarizing Sagnac interferometer: a tool for light orbital angular momentum sorting and spin-orbit photon processing [J]. Optics Express, 2010, 18

- (26): 27205-27216.
- [24] Ke X Z, Xie Y C, Zhang Y. Orbital angular momentum measurement of vortex beam and its performance improvement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0126017.
柯熙政, 谢炎辰, 张颖. 涡旋光束轨道角动量检测及其性能改善 [J]. 光学学报, 2019, 39(1): 0126017.
- [25] Hickmann J M, Fonseca E J S, Soares W C, et al. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(5): 053904.
- [26] Mourka A, Baumgartl J, Shanor C, et al. Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture [J]. *Optics Express*, 2011, 19(7): 5760-5771.
- [27] Mazilu M, Mourka A, Vettenburg T, et al. Simultaneous determination of the constituent azimuthal and radial mode indices for light fields possessing orbital angular momentum [J]. *Applied Physics Letters*, 2012, 100(23): 231115.
- [28] Mao N, Wei H Y, Cai D M, et al. Simulation for measuring the topological charges of composite vortex beams [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2019, 46(1): 0104008.
毛宁, 韦宏艳, 蔡冬梅, 等. 复合涡旋光束拓扑荷数测量的仿真研究 [J]. 中国激光, 2019, 46(1): 0104008.
- [29] Berkhout G C G, Lavery M P J, Courtial J, et al. Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(15): 153601.
- [30] Lavery M P J, Berkhout G C G, Courtial J, et al. Measurement of the light orbital angular momentum spectrum using an optical geometric transformation [J]. *Journal of Optics*, 2011, 13(6): 064006.
- [31] Alperin S N, Niederriter R D, Gopinath J T, et al. Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens [J]. *Optics Letters*, 2016, 41(21): 5019-5022.
- [32] Alperin S N, Siemens M E. Angular momentum of topologically structured darkness [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 119(20): 203902.
- [33] Khonina S N, Kotlyar V V, Skidanov R V, et al. Gauss-Laguerre modes with different indices in prescribed diffraction orders of a diffractive phase element [J]. *Optics Communications*, 2000, 175(4/5/6): 301-308.
- [34] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, et al. Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum [J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [35] Wang Z, Yan Y, Arbabi A, et al. Orbital angular momentum beams generated by passive dielectric phase masks and their performance in a communication link [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(14): 2746-2749.
- [36] Yang L, Qian D D, Xin C, et al. Two-photon polymerization of microstructures by a non-diffraction multifoci pattern generated from a superposed Bessel beam [J]. *Optics Letters*, 2017, 42(4): 743-746.
- [37] Pan S Z, Pei C Y, Liu S, et al. Measuring orbital angular momentums of light based on petal interference patterns [J]. *OSA Continuum*, 2018, 1(2): 451-461.
- [38] Dennis M R, O'Holleran K, Padgett M J. Singular optics: optical vortices and polarization singularities [M]// Wolf E. *Progress in Optics*. Amsterdam, Netherlands: Elsevier, 2009: 293-363.