

·封面文章·

湍流大气中环形 Airy 高斯涡旋光束的 强度和相位特性

李亚清*, 王利国, 王谦

西安工业大学光电工程学院, 陕西 西安 710021

摘要 采用分步傅里叶算法,研究了湍流大气中环形 Airy 高斯涡旋光束的传输强度和相位分布特性。对比分析了环形 Airy 高斯涡旋光束在湍流大气中和在自由空间中传输特性的变化,揭示了传输距离和分布因子对湍流大气中环形 Airy 高斯涡旋光束平均强度的影响规律。结果表明:由于大气折射率的随机扰动,光束传输过程中相位波前发生畸变。由于轨道角动量的存在,光束的等相位线变成弧线,且随着传输距离的增大,弧线逐渐变得不平滑。湍流大气中环形 Airy 高斯涡旋光束的平均强度随传输距离的变化呈 Airy 函数分布,且分布因子越小,光束的相位波前随传输距离的变化越明显,分布因子对光束传输的稳定性和传输质量的影响越大。

关键词 大气光学; 湍流大气; 环形 Airy 高斯涡旋光束; 数值模拟; 强度; 相位

中图分类号 TN011

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.140101

Intensity and Phase Characteristics of Ring Airy-Gaussian Vortex Beam in Atmospheric Turbulence

Li Yaqing*, Wang Ligu, Wang Qian

School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an, Shaanxi 710021, China

Abstract In this study, the intensity and phase distributions of a ring Airy-Gaussian vortex beam propagating in atmospheric turbulence are numerically studied based on the split-step Fourier method. The propagation characteristics of the ring Airy-Gaussian vortex beam in atmospheric turbulence are discussed and compared to those in a free space. The impacts of propagation distance and distribution factor on the average intensity of ring Airy-Gaussian vortex beam in atmospheric turbulence are revealed. Results demonstrate that the phase wavefronts of the beam during the propagation process are distorted due to the random disturbance of the atmospheric refractive index. The equiphase line of the beam turns into an arc due to the orbital angular momentum, and the arc becomes non-smooth gradually with the increase of the propagation distance. In addition, the variation of the average intensity of ring Airy-Gaussian vortex beam with the propagation distance in atmospheric turbulence follows the Airy function distribution. The smaller the distribution factor is, the more obvious the variation of the phase wavefronts with the propagation distance is. The stability and propagation quality of the beam are affected by the distribution factor.

Key words atmospheric optics; atmospheric turbulence; ring Airy-Gaussian vortex beam; numerical simulation; intensity; phase

OCIS codes 010.1330; 010.1290; 010.1300; 350.5030

1 引言

近年来,众多学者对 Airy 光束的产生、传播特性及应用进行了研究。Gu 等^[1]研究了 Airy 阵列光

束在大气中的闪烁特性,表明该阵列可以显著降低闪烁效应,其值接近于理论上获得的最小值。Chu^[2]研究了 Airy 光束在大气湍流中的演化,发现 Airy 光束的质心和自弯曲特性不受大气湍流的影

收稿日期: 2019-01-07; 修回日期: 2019-02-22; 录用日期: 2019-02-26

基金项目: 国家自然科学基金(61805190,61701382,61271110)、陕西省高校科协青年人才托举计划项目(20190508)

* E-mail: liyaqing0401@163.com

响。Chen 等^[3]认为自由空间中 Airy 光束具有无衍射、自加速和自修复特性。Deng 等^[4]研究了非傍轴 Airy 光束在自由空间中的能量流动特性和角动量密度。Ji 等^[5]研究了 Airy 光束在大气中的传播(没有湍流),并考虑了热晕对其传播特性的影响。此外,Tao 等^[6]研究了非 Kolmogorov 大气湍流中 Airy 光束的远场平均扩散。Chen 等^[7]发现在大气湍流传播后,锁模和非锁模的径向 Airy 阵列光束都具有较强的自聚焦特性。此外,蔡阳健教授课题组^[8]通过分析大气湍流中高斯光束的传播规律,揭示了 Airy 光束的传播特性。Chen 等^[9]利用数值法研究了自聚焦环形 Airy 高斯涡旋光束的传输特性,并进行了数值仿真。Jiang 等^[10]利用数值计算法研究了含光学涡旋的圆形 Airy 光束(CAB)的传播动力学。杨爱林等^[11]研究了部分相干 Airy 光束在湍流大气中传输时的偏振特性。柯熙政等^[12]利用高斯-谢尔模型的交叉谱密度函数、广义惠更斯-菲涅耳原理以及 Rytov 相位近似法,对部分相干 Airy 光束在大气湍流中传输时的光强演化进行了研究。王晓章等^[13]采用多层相位屏法和分步傅里叶算法(SSFM)相结合的方式模拟了环形 Airy 光束在湍流大气中传输时的光斑质心漂移。通过理论和数值仿真比较,证实了环形 Airy 光束在湍流中传输的扰动漂移量小于 Airy 光束和高斯光束。程振等^[14]采用多层相位屏法模拟了 Airy 涡旋光束在大气湍流中的漂移特性。狄颖萍等^[15]采用非均匀采样与功率谱反演法产生与湍流尺度相关的各向异性的非 Kolmogorov 湍流随机相位屏,进而利用空间光调制器模拟研究圆 Airy 高斯涡旋光束在大气湍流中的漂移特性和轨道角动量的变化。

学者们研究了 Airy 光束在真空中的传播特性,着重讨论了它们的非线性(自加速和自弯曲)特性。目前,Airy 光束在自由空间或大气湍流中传播的研究大多针对自修复、非衍射及漂移特性,对涡旋光束传输本身的强度和相位分布特性研究较少。由于大气折射率的随机扰动,光束在湍流大气中传输一定距离后的光场表达式无法被确定。因此,在没有实验条件的情况下,大多学者通过数值模拟法来研究光束的光场传播特性。本文应用 SSFM 对环形 Airy 高斯涡旋(RAiGV)光束在湍流大气中的传输强度和相位变化特性进行数值模拟。

2 基本原理

在柱坐标系中,螺旋相位叠加的 RAiGV 光束

的初始电场可以表示为^[9]

$$U(r, \phi, 0) = A_0 f_{\text{Ai}}\left(\frac{r_0 - r}{b\omega}\right) \cdot \exp\left(a \frac{r_0 - r}{b\omega}\right) \exp\left[-\frac{(r_0 - r)^2}{\omega^2}\right] [r^m \exp(im\phi)], \quad (1)$$

式中: A_0 为电场的恒定振幅; $f_{\text{Ai}}(\cdot)$ 为 Airy 函数; r 为纵向坐标; r_0 为初始 Airy 环的半径; ω 为尺度因子; $0 \leq a < 1$ 为决定传输距离的指数截断因子; m 为光学涡旋的拓扑荷数; b 为分布因子参数。根据 RAiGV 光束中的因子 b ,可以调整环形 Airy 因子和空心高斯因子之间的尺度,从而可调整初始光束的尺度。

基于惠更斯-菲涅耳原理,可获得光束在真空中传输的强度和相位分布特性。而光束在湍流大气中的传输特性,理论上可基于广义惠更斯-菲涅耳原理得到其平均强度分布特性,但不能得到其相位分布特性,这是因为广义惠更斯-菲涅耳原理含有随机扰动因子,因此无法得到湍流大气中光束在接收面处的光场表达式。可采用数值模拟方法获得涡旋光束在湍流大气中传输的强度和相位特性。本文采用 SSFM 和功率谱反演法^[16-19]对 RAiGV 光束在大气湍流中的传播特性进行数值模拟。下面简单介绍 SSFM 的原理。

基于广义惠更斯-菲涅耳原理,由源平面上的场可得到接收平面上的场^[20]

$$U(\boldsymbol{\rho}, L) = \frac{k}{i2\pi L} \oint_{-\infty}^{\infty} d^2s U_0(\boldsymbol{s}, 0) \cdot \exp\left[\frac{ik|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{s}|^2}{2L} + \phi(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\rho})\right], \quad (2)$$

式中: $\exp\left[\frac{ik|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{s}|^2}{2L}\right]$ 为球面波源点 $(\boldsymbol{s}, 0)$ 传播到 $(\boldsymbol{\rho}, L)$ 点处的相位因子; $\phi(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\rho})$ 为湍流中球面波的复相位扰动。

如果源和接收器之间的湍流所引起的光强起伏不大,可以忽略湍流引起的强度起伏,即 $\phi(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\rho}) = iS(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\rho})$, $S(\boldsymbol{s}, \boldsymbol{\rho})$ 为湍流导致的光场相位起伏。当湍流足够弱时,可以把光场的相位起伏近似地等效为相位屏 $S(\boldsymbol{s})$,则(2)式转变为引起的光波并可以把这种起伏等效到一个薄屏上,即

$$U(\boldsymbol{\rho}, L) = \frac{k}{i2\pi L} \oint_{-\infty}^{\infty} d^2s U_0(\boldsymbol{s}) \exp\left[\frac{ik|\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{s}|^2}{2L} + iS(\boldsymbol{s})\right]. \quad (3)$$

初始场通过相位屏后,形成的场为 $U_s(\mathbf{s}) = U_0(\mathbf{s})\exp[iS(\mathbf{s})]$,根据角谱理论,可将其展开为一系列平面波的叠加,即

$$U_s(\mathbf{s}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} F(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{s}), \quad (4)$$

式中: $\mathbf{k} = (\kappa_x, \kappa_y)$; $F(\mathbf{k}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{s} U_s(\mathbf{s}) \cdot \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{s})$ 。

令 $E_0(\mathbf{s}, \mathbf{k}) = F(\mathbf{k})\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{s})$,则 $E_0(\mathbf{s}, \mathbf{k})$ 描述了振幅为 $F(\mathbf{k})$,波矢量为 $\mathbf{k} = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ 的平面波。把(4)式代入(3)式,得到

$$U(\boldsymbol{\rho}, L) = \frac{k}{i2\pi L} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{s} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} E_0(\mathbf{s}, \mathbf{k}) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2L} |\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s}|^2\right]. \quad (5)$$

令

$$E(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{k}) = \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{s} E_0(\mathbf{s}, \mathbf{k}) \exp\left[\frac{ik}{2L} |\boldsymbol{\rho} - \mathbf{s}|^2\right], \quad (6)$$

式中: $E(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{k})$ 为平面波 $E_0(\mathbf{s}, \mathbf{k})$ 在接收平面上的场。因此,

$$E(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{k}_0) = F(\mathbf{k}_0)\exp(i\kappa_z L)\exp(i\mathbf{k}_0 \cdot \boldsymbol{\rho}), \quad (7)$$

式中: $\kappa_z = \sqrt{k^2 - \kappa_x^2 - \kappa_y^2}$ 。接收面上的场可表示为

$$U(\boldsymbol{\rho}, L) = \frac{k}{i2\pi L} \iint_{-\infty}^{\infty} d^2\mathbf{k} F(\mathbf{k}) \exp(i\kappa_z L)\exp(i\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho}), \quad (8)$$

整个过程可以表示为

$$U(\boldsymbol{\rho}, L) =$$

$$\mathcal{F}_2^{-1} \{ \exp(iL\kappa_z) \mathcal{F}_2 \{ U(\boldsymbol{\rho}_0) \exp[iS(\boldsymbol{\rho}_0)] \} \}, \quad (9)$$

式中: $\mathcal{F}_2(\cdot)$ 为二维傅里叶变换(FT); $\mathcal{F}_2^{-1}(\cdot)$ 为二维傅里叶逆变换。

由(9)式可知,当传播路径很长时,为了减小单个相位屏近似引起的误差,可以把整个路径划分为多个间隔,每个间隔满足单屏近似,即

$$U(\boldsymbol{\rho}, z_{j+1}) =$$

$$\mathcal{F}_2^{-1} \{ \exp(i\Delta z \kappa_z) \mathcal{F}_2 \{ U(\boldsymbol{\rho}', z_j) \exp[iS_j(\boldsymbol{\rho}')] \} \}. \quad (10)$$

这样,由第 j 屏的场可以得到第 $j+1$ 屏的场,循环使用(10)式,就可以由源场得到最终接收面上的场。

图1表明 SSFM 是一个迭代过程,其中(10)式涉及到二维傅里叶变换,所以此算法适合用数值傅里叶变换来求解。在循环使用的过程中,二维傅里叶变换和傅里叶逆变换都可以用快速傅里叶变换来计算,最为关键和复杂的是如何利用谱反演法生成随机相位屏^[21]。本文使用正方形相位屏,且在 x, y 方向取相同宽度的网格,在波传输模拟过程中采用 von Karman 大气折射率谱^[19],涉及的参数主要包括网格宽度 $\Delta x, \Delta y$ 和相位屏间距 Δz ^[22],需满足条件: $\Delta x < \pi/\kappa_{\max}$ ($\kappa_{\max} = [0.045r_0^{-5/3} + 0.025r_0^{-5/3} \cdot (k/\Delta z)^{1/6}]^{1/2}$),且相位屏宽度 D 满足 $D > \lambda \Delta z / \Delta x$ ^[23],这些参数受湍流强度、波长,波束宽度等变量的影响,具有一定的取值范围。

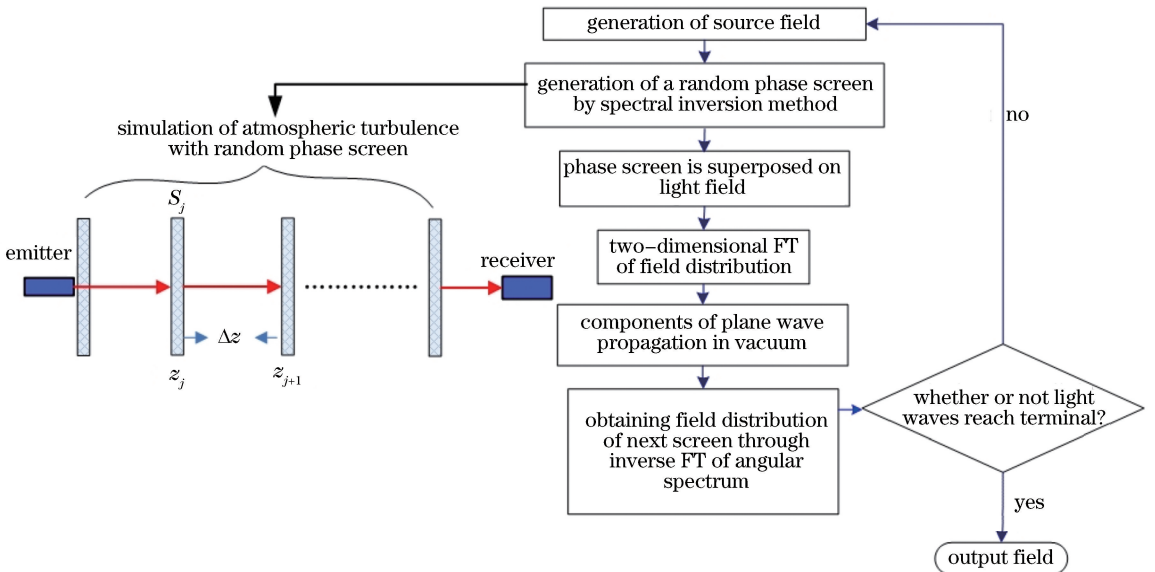


图1 分步傅里叶算法流程图

Fig. 1 Flow chart of split-step Fourier method

3 数值模拟结果

采用 SSFM 对 RAiGV 光束(光束的束腰半径

$w_0 = 3 \text{ cm}$)在湍流大气中的传输特性进行数值模拟。湍流大气中 RAiGV 光束传输的参数取值如表 1 所示。

表 1 数值模拟湍流大气中 RAiGV 光束传输的参数取值

Table 1 Parameters in numerical simulation for RAiGV beam propagation in atmospheric turbulence

Laser wavelength $\lambda / \mu\text{m}$	Structure constant $C_n^2 / \text{m}^{-2/3}$	Phase screen width D / m	Grid width $\Delta x / \text{mm}$	Grid numbers N	Phase screen spacing $\Delta z / \text{m}$
1.06	1.7×10^{-14}	0.2	1.2	512	50

3.1 自由空间中光束的强度和相位分布

如图 2 所示,初始 Airy 环的半径 $r_0 = 0.01 \text{ m}$,即高斯空心的半径为 0.01 m ,且恒定不变。当分布因子 b 变化,其他参数为固定值时,参数 b 对 Airy 环与高斯空心之间的尺度影响很大。 b 值越小,环与高斯空心之间的尺度越小,即环的宽度越小,强度分布范围内的环数越多。反之,环与高斯空心之间的尺度及环的宽度变大,并且在强度分布范围内的环数减少。

图 3(a)给出不同截断参数对强度分布的影响,

可以看到,截断参数的大小对 Airy 环的宽度没有影响,但影响每个环的强度,且对靠近高斯空心的第 2 个环的强度影响最大。图 3(b)给出不同初始半径 r_0 对强度分布的影响,可以看到,光束强度随着 r_0 的增大而增大,其他结论如图 4 所示。图 3(c)给出不同分布因子 b 对强度分布的影响,可以看到,高斯空心的半径及 Airy 环的宽度都受分布因子的影响。分布因子对 Airy 环和高斯空心之间的尺度(在强度分布范围内 Airy 环的数目)也有影响,此结论和图 2 所示结果一致。

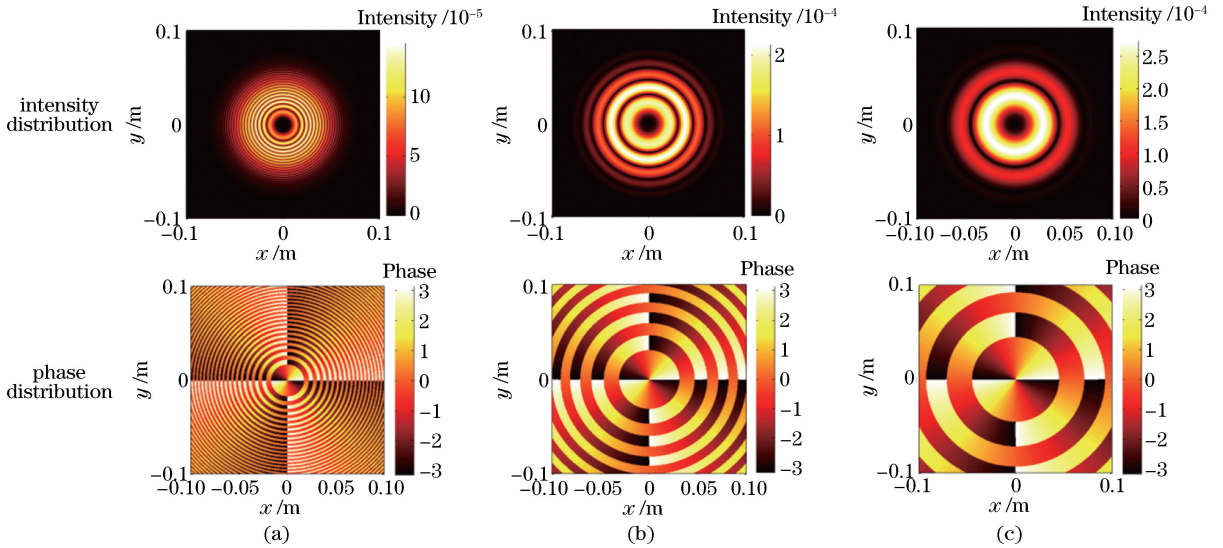


图 2 自由空间中拓扑荷 $m=2$ 的 RAiGV 光束($a=0.05, r_0=0.01 \text{ m}$)在源平面处的强度分布和对应的相位分布。(a) $b=0.1$; (b) $b=0.3$; (c) $b=0.5$

Fig. 2 Intensity distributions at source plane (upper) of RAiGV beam with topological charge of $m=2$ ($a=0.05, r_0=0.01 \text{ m}$) in free space and corresponding phase distributions (below). (a) $b=0.1$; (b) $b=0.3$; (c) $b=0.5$

3.2 湍流大气中光束的强度和相位分布

图 5 所示为湍流大气中 RAiGV 光束($a = 0.05, r_0 = 0.01 \text{ m}, m = 4$)的传输距离分别为 $300, 500, 1000 \text{ m}$ 时的强度和相位变化。由于湍流大气的影响,随着传输距离的增大,光束的强度和相位发生变化。且由于轨道角动量的存在,光束相位由初始平面处的等相位线变为弧线,且随着传输距离的增大,弧线也变得不平滑。由于湍流大气的影响,相位屏

边缘产生一定的相位畸变,并出现一些干涉条纹,这是因为光波从一个相位屏传播到下一个相位屏的过程中,被随机介质散射,能量超出计算区域。这些超出的能量并未消失,而是随着传输距离的增加,附加到网格的另一面,从而产生了边界效应,即干涉条纹。此外,在同一传输距离下,分布因子 b 值越小(图 5 的第一列),光束的相位波前随传输距离的变化越明显。

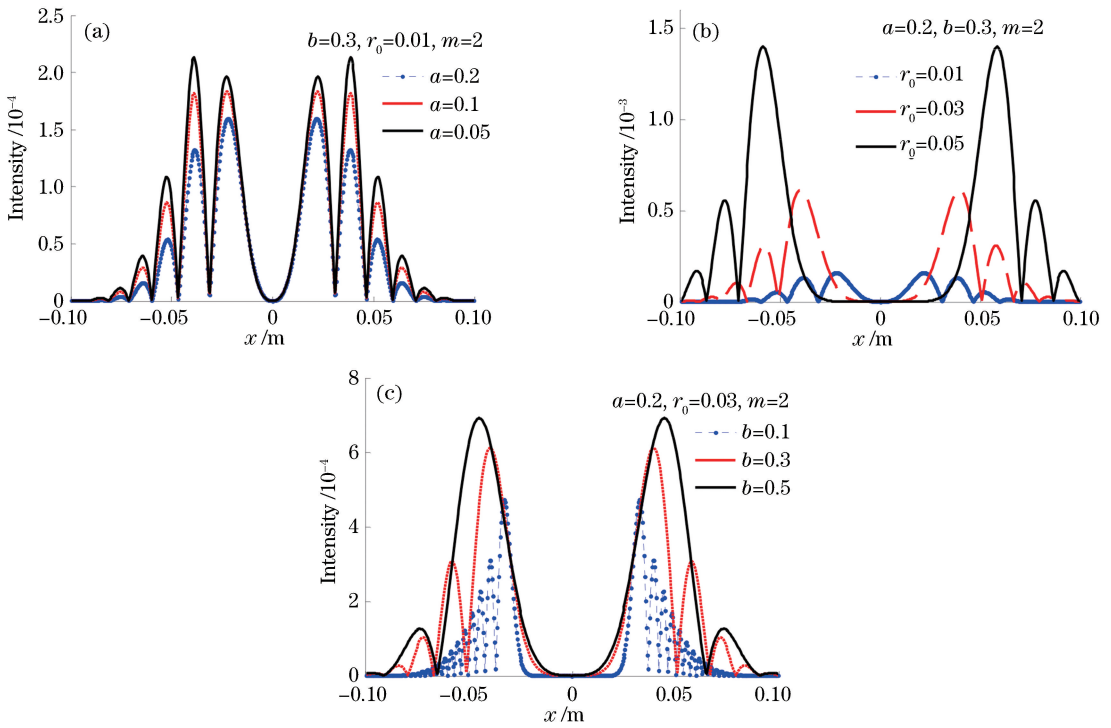


图3 源平面处 R AiGV 光束在 x 轴上的强度随不同参数的变化。(a)截断参数 a ;(b)初始 Airy 环半径 r_0 ;(c)分布因子 b

Fig. 3 At source plane, intensities on x axis of R AiGV beam as a function of different parameters. (a) Truncation parameter a ; (b) radius of primary Airy ring r_0 ; (c) distribution factor b

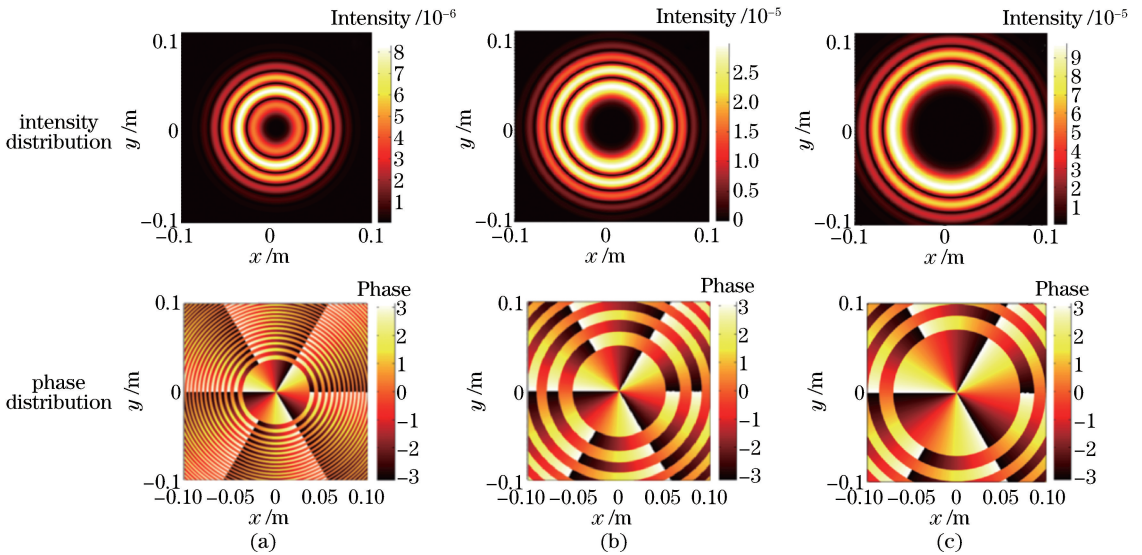


图4 自由空间中,拓扑荷 $m=3$ 的 R AiGV 光束 ($a=0.05, b=0.3$) 在源平面处的强度分布和对应的相位分布。
(a) $r_0=0.01$;(b) $r_0=0.03$;(c) $r_0=0.05$

Fig. 4 In free space, intensity distributions at source plane (upper) of R AiGV beam with topological charge of $m=3$ ($a=0.05, b=0.3$) and corresponding phase distributions (below). (a) $r_0=0.01$; (b) $r_0=0.03$; (c) $r_0=0.05$

通过对图 2~图 5 的分析,采用分步傅里叶算法模拟光束在湍流大气中的传输,发现在源平面处的强度和相位分布与自由空间中的强度相同,且 R AiGV 光束的涡旋环绕中心一周,相位梯度总和均为 $2m\pi$,符合涡旋相位因子 $\exp(-im\phi)$ 的分布规律。因此,本研究所采用的数值模拟方法是正确可行的。

4 结 论

利用数值模拟法研究了湍流大气中 R AiGV 光束的强度和相位分布特性,获得了湍流大气中 R AiGV 光束传输的一些基本特性。文献[9]中采用数值分析方法研究了真空中环形 Airy 高斯涡旋光

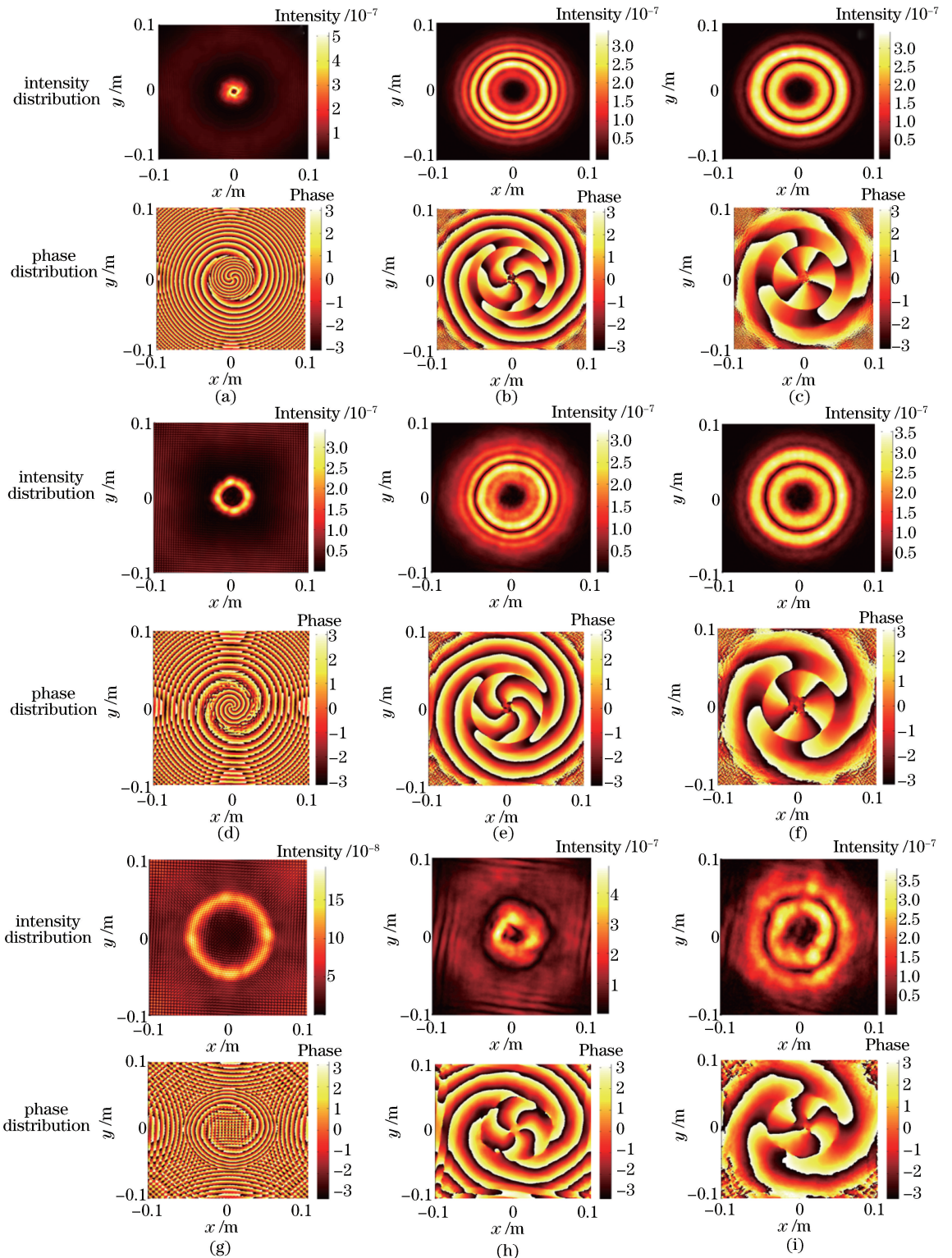


图 5 RAGV 光束在湍流大气中不同传输距离 L 处的强度分布和对应的相位分布。(a) $L=300$ m, $b=0.1$; (b) $L=300$ m, $b=0.3$; (c) $L=300$ m, $b=0.5$; (d) $L=500$ m, $b=0.1$; (e) $L=500$ m, $b=0.3$; (f) $L=500$ m, $b=0.5$; (g) $L=1000$ m, $b=0.1$; (h) $L=1000$ m, $b=0.3$; (i) $L=1000$ m, $b=0.5$

Fig. 5 Intensity distributions at different distances L (upper) of RAGV beam in atmospheric turbulence and corresponding phase distributions (below). (a) $L=300$ m, $b=0.1$; (b) $L=300$ m, $b=0.3$; (c) $L=300$ m, $b=0.5$; (d) $L=500$ m, $b=0.1$; (e) $L=500$ m, $b=0.3$; (f) $L=500$ m, $b=0.5$; (g) $L=1000$ m, $b=0.1$; (h) $L=1000$ m, $b=0.3$; (i) $L=1000$ m, $b=0.5$

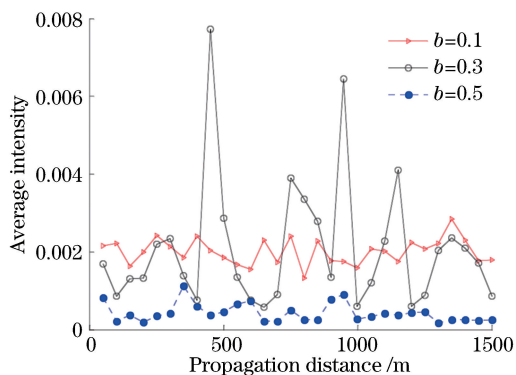


图6 湍流大气中RAiGV光束在不同分布因子下的平均强度随传输距离的变化

Fig. 6 Average intensities of RAIgV beam as a function of propagation distances in atmospheric turbulence under different distribution factors

束的传输特性,并进行了数值仿真,讨论了分布因子对波束的影响及入射光束的拓扑电荷数及其大小对波束聚焦强度和焦距的影响。本研究采用 SSFM 方法对 RAIgV 光束在自由空间中传输时分布因子对光束的影响规律进行数值模拟,并且拓展研究了 RAIgV 光束在湍流大气中传输的强度和相位特性,所得结论与文献[9]一致。涡旋光束被广泛应用于生物医学和空间光通信领域,所得结果为大气光通信及采用涡旋光束作为信息载体提供了理论和技术指导。

参 考 文 献

- [1] Gu Y L, Gbur G. Scintillation of Airy beam arrays in atmospheric turbulence[J]. Optics Letters, 2010, 35(20): 3456-3458.
- [2] Chu X X. Evolution of an Airy beam in turbulence [J]. Optics Letters, 2011, 36(14): 2701-2703.
- [3] Chen R P, Zheng H P, Dai C Q. Wigner distribution function of an Airy beam[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2011, 28(6): 1307-1311.
- [4] Deng D M, Du S L, Guo Q. Energy flow and angular momentum density of nonparaxial Airy beams [J]. Optics Communications, 2013, 289: 6-9.
- [5] Ji X L, Eyyuboglu H T, Ji G M, *et al.* Propagation of an Airy beam through the atmosphere[J]. Optics Express, 2013, 21(2): 2154-2164.
- [6] Tao R M, Si L, Ma Y X, *et al.* Average spreading of finite energy Airy beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(4): 488-492.
- [7] Chen C Y, Yang H M, Kavehrad M, *et al.* Propagation of radial Airy array beams through

atmospheric turbulence [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2014, 52: 106-114.

- [8] Wen W, Chu X X, Ma H T. The propagation of a combining Airy beam in turbulence [J]. Optics Communications, 2015, 336: 326-329.
- [9] Chen B, Chen C D, Peng X, *et al.* Propagation of sharply autofocused ring Airy Gaussian vortex beams [J]. Optics Express, 2015, 23(15): 19288-19298.
- [10] Jiang Y F, Huang K K, Lu X H. Propagation dynamics of abruptly autofocusing Airy beams with optical vortices[J]. Optics Express, 2012, 20(17): 18579-18584.
- [11] Yang A L, Lin Q. Polarization characteristics of coherent partially Airy beams propagating in atmospheric turbulence [J]. Acta Physica Sinica, 2014, 63(20): 204101.
- 杨爱林, 林强. 部分相干 Airy 光束在湍流大气中传输时的偏振特性 [J]. 物理学报, 2014, 63(20): 204101.
- [12] Ke X Z, Wang S. Evolution of the intensity of partially coherent airy beam in atmospheric turbulence[J]. Acta Photonica Sinica, 2017, 46(7): 0701001.
- 柯熙政, 王松. 部分相干 Airy 光束在大气湍流中的光强演化 [J]. 光子学报, 2017, 46(7): 0701001.
- [13] Wang X Z, Tang F, Yuan M J, *et al.* Experimental simulation of circular-Airy beam drift in atmospheric turbulence[J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(8): 0813001.
- 王晓章, 唐峰, 原勤捷, 等. 实验模拟环形艾里光束在大气扰动中的光束漂移 [J]. 中国激光, 2015, 42(8): 0813001.
- [14] Cheng Z, Chu X C, Zhao S H, *et al.* Study of the drift characteristics of Airy vortex beam in atmospheric turbulence [J]. Chinese Journal of Lasers, 2015, 42(12): 1213002.
- 程振, 楚兴春, 赵尚弘, 等. 艾里涡旋光束在大气湍流中的漂移特性研究 [J]. 中国激光, 2015, 42(12): 1213002.
- [15] Di H P, Zhang Q B, Zhou M C, *et al.* Propagation of ring Airy Gaussian vortex beams in anisotropic non-Kolmogorov turbulence atmosphere [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(3): 0305001.
- 狄颢萍, 张淇博, 周木春, 等. 圆艾里高斯涡旋光在各向异性非 Kolmogorov 湍流大气中的传输 [J]. 中国激光, 2018, 45(3): 0305001.
- [16] Flatté S M, Martin J, Wang G Y. Irradiance variance of optical waves through atmospheric turbulence by

- numerical simulation and comparison with experiment [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1993, 10(11): 2363-2370.
- [17] Martin J M, Flatté S M. Simulation of point-source scintillation through three-dimensional random media [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1990, 7(5): 838-847.
- [18] Martin J M, Flatté S M. Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media [J]. *Applied Optics*, 1988, 27(11): 2111-2126.
- [19] Li Y Q, Wang L G, Wu Z S. Study on intensities, phases and orbital angular momentum of vortex beams in atmospheric turbulence using numerical simulation method [J]. *Optik*, 2018, 158: 1349-1360.
- [20] Wang L G. Characteristics of reflected wave from targets illuminated by laser beam in turbulent atmosphere[D]. Xi'an: Xidian University, 2014: 36-40.
- 王利国. 湍流大气中激光波束目标回波特性[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014: 36-40.
- [21] Flatté S M, Bracher C, Wang G Y. Probability-density functions of irradiance for waves in atmospheric turbulence calculated by numerical simulation [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 1994, 11(7): 2080-2092.
- [22] Flatté S M, Gerber J S. Irradiance-variance behavior by numerical simulation for plane-wave and spherical-wave optical propagation through strong turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2000, 17(6): 1092-1097.
- [23] Nelson D H, Walters D L, MacKerrow E P, *et al.* Wave optics simulation of atmospheric turbulence and reflective speckle effects in CO₂ lidar [J]. *Applied Optics*, 2000, 39(12): 1857-1871.