

旋光效应对 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体中光动量及角动量的影响

陈舒婷, 郭昊旭, 邱晓东, 陈理想*

厦门大学物理科学与技术学院, 福建 厦门 361005

摘要 从 Maxwell 方程组出发, 将与旋光效应相关的二阶非线性电极化作为线性电极化的微扰项, 并结合角谱表示理论, 以傍轴高斯光束作为入射光场, 研究了光束在具有自然旋光性的 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体中的传播问题, 并分别采用 Minkowski 和 Abraham 两种形式的光动量, 得出 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体中的光动量及角动量表达式。结果表明, 旋光性的存在使得晶体中的 Minkowski 动量和 Abraham 动量的比值不再是晶体折射率的平方。采用 Minkowski 角动量密度形式, 可以发现, 光场与晶体之间的角动量会发生耦合, 虽然光场自身的角动量不守恒, 但光场和晶体的总角动量守恒。

关键词 物理光学; 晶体光学; 旋光效应; 光动量; 角动量

中图分类号 O437.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.132601

Influence of Optical Activity on Optical Momentum and Angular Momentum in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ Crystals

Chen Shuting, Guo Haoxu, Qiu Xiaodong, Chen Lixiang*

College of Physical Science and Technology, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China

Abstract Beginning from Maxwell's equations and by considering the second-order nonlinear polarization related to the optical activity as the perturbation of linear polarization, we investigate the propagation behavior of the paraxial Gaussian light which acts as incident light in the optically active medium $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ and utilize the Minkowski and Abraham momenta to obtain the expressions of optical momentum and angular momentum in $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals. Further, we obtain that the ratio of Minkowski momentum to Abraham momentum is not equal to the square of the refractive index of the crystal because of the existence of optical activity. In the Minkowski picture, because of the coupling of the angular momentum between the light and the crystal, the angular momentum of the light field is not conserved, whereas the total angular momentum of the light and crystal is conserved.

Key words physical optics; crystal optics; optical activity; optical momentum; angular momentum

OCIS codes 260.1180; 260.2110; 000.4430; 200.4880

1 引言

介质中光动量的正确形式持续争议了一个多世纪, 争议起源于 Minkowski^[1] 和 Abraham^[2]。多数理论研究表明, Abraham 动量为介质中光子自身的动量, 对应于物质的动力学动量, 而 Minkowski 动量对应于物质的正则动量^[3-5]。对于各向同性透明介质, Minkowski 动量与介质折射率成正比, 而

Abraham 动量与介质折射率成反比。近年来, 光动量问题被拓展到新的领域, 人们开始研究电磁场在各向异性介质以及介电响应更复杂的介质中的能量、动量、角动量、辐射压力等问题。Antonoyiannakis 等^[6] 通过 Maxwell 应力张量的面积分来确定 GaP 小球组成的三维光子晶体中的光力, 发现光对相邻 GaP 小球产生的是吸引力还是排斥力取决于光的频率。从经典 Maxwell 方程组出

收稿日期: 2018-12-14; 修回日期: 2019-01-25; 录用日期: 2019-01-29

基金项目: 国家自然科学基金(11474238, 91636109)、教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-13-0495)、福建省杰出青年基金(2015J06002)

* E-mail: chenlx@xmu.edu.cn

发, Mansuripur^[7]采用新形式的洛伦兹力研究介质中的光动量, 提出光动量为 Abraham 和 Minkowski 动量之和的平均, 并将其推广应用于分析色散介质^[8]、磁性介质^[9], 以及具有亚波长结构介质中的光动量问题^[10]。在考虑色散和吸收的条件下, Kemp 等^[11]研究了电磁场在相对介电常数 ϵ_r 和相对磁导率 μ_r 同时为负值的左手介质中的能量、动量、辐射压力, 发现电磁场的动量密度和能流密度在无吸收的左手介质中方向相反, 而在有吸收的左手介质中方向可能相同也可能相反, 其方向取决于电磁场的频率。Feigel^[12]利用 Blount 和 Nelson 的经典场理论方法来研究量子真空对磁电介质的作用, 预言了类似于 Casimir 力的现象。李东华等^[13]分析了透明介质平板在高斯光束照射下的受力情况, 由动量守恒定理推导出透明介质平板的受力表达式。此外, Ciattoni 等^[14-15]采用角谱表示方法研究了光在单轴晶体中传播时的角动量特性, 将晶体中光的角动量分为自旋角动量和轨道角动量^[16]两部分, 发现晶体中光场的自旋-轨道角动量会发生耦合, 沿光轴方向上晶体与光场的角动量各自守恒。之后, Lu 等^[17]将角谱表示方法推广应用于分析光在双轴晶体中的角动量特性, 发现在双轴晶体中光的自旋-轨道角动量同样发生耦合, 但不同于单轴晶体, 双轴晶体和光场之间角动量发生传递, 因此晶体中光场自身的角动量不守恒。

硅酸铋晶体 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) 是一种各向同性的自然旋光晶体, 线偏振光在其间传播时偏振面会发生旋转, 该现象被称为旋光效应^[18], 与电极化率的空间色散相关^[19]。已有文献采用不同理

论分析了光在旋光晶体中的传播^[20-21], 但目前为止还没有相关文献研究旋光效应对光动量、角动量的具体影响。本文从 Maxwell 方程组出发, 结合平面波角谱表示方法^[14, 16, 22], 采用三阶赝张量 $\mathbf{\kappa}_{jkl}^{(2)}$ 描述晶体的旋光效应^[21, 23], 分析了傍轴高斯光束在 BSO 晶体中的传播行为, 并就旋光性对晶体中的光动量及角动量特性的影响进行了定量分析。

2 理 论

2.1 傍轴高斯光束在 BSO 晶体中的光电场和光动量

从 Maxwell 方程组出发, 可以推导出光在介质中的传播方程为^[13, 17, 24]

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}) - \nabla[\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r})] + k_0^2 \boldsymbol{\epsilon} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\mu_0 \omega^2 \mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

式中: $\boldsymbol{\epsilon}$ 为相对介电张量; μ_0 为真空中磁导率; ω 为光的圆频率; $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为真空中光波数, λ 为真空中波长; $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ 为光电场矢量; $\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r})$ 为二阶非线性电极化强度; \mathbf{r} 为介质空间中的位置矢量。本文只考虑与旋光性相关的非线性电极化强度^[19] $P_j^{(2)} = 2\epsilon_0 \mathbf{\kappa}_{jkl}^{(2)} \nabla_l E_k$, 其中 ϵ_0 为真空中介电常数, ∇_l 为梯度算符的 l 分量, E_k 为光电场矢量的 k 分量。与旋光性相关的三阶赝张量^[19, 23] 为 $\mathbf{\kappa}_{jkl}^{(2)} = -\frac{\epsilon_{jkm} g_{ml}}{2n_0 k_0}$, 其中 ϵ_{jkm} 和 g_{ml} 分别为 Levi-Civita 张量元素和旋光张量元素^[25], n_0 为旋光介质的折射率。各向同性的硅酸铋旋光晶体 BSO 的三阶赝张量 $\mathbf{\kappa}^{(2)}$ 可以表示为

$$\mathbf{\kappa}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{2n_0 k_0} & \frac{g}{2n_0 k_0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{2n_0 k_0} & \frac{g}{2n_0 k_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{g}{2n_0 k_0} & \frac{g}{2n_0 k_0} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: $g = g_{11} = g_{22} = g_{33}$, g_{11} 、 g_{22} 、 g_{33} 为硅酸铋旋光晶体的旋光张量 \mathbf{g} 的三个对角元。考虑一束光沿着 z 轴传播, 入射到 BSO 晶体中的情形。利用平面波角谱表示方法可以将光电场表示为傅里叶积分的形式^[17, 22], 即

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_\perp, z) = \int d^2 \mathbf{k}_\perp \exp(i\mathbf{k}_\perp \cdot \mathbf{r}_\perp) \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}_\perp, z), \quad (3)$$

式中: \mathbf{r}_\perp 为横向坐标矢量; \mathbf{k}_\perp 为横向波矢量; $\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}_\perp, z)$ 为平面波的角谱。

将(3)式代入到传播方程(1)式当中, 忽略反向传播的光波影响, 可以推导出

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{k}_\perp, z) = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \end{pmatrix} \exp(\lambda_1 z) + \begin{pmatrix} c_2 \\ c_4 \\ c_6 \end{pmatrix} \exp(\lambda_2 z), \quad (4)$$

式中： λ_1, λ_2 分别代表 BSO 旋光晶体中两独立传播的光波的纵向传播常数； $c_1 \sim c_6$ 为相应平面波分量的权重系数。

忽略与三阶赝张量元 $\kappa_{xyz}^{(2)}$ 有关的高阶小量，结合傍轴近似可得 $\lambda_{1,2} = i(\sqrt{\alpha - k_{\perp}^2} \mp \delta)$ ，其中参数 $\alpha = k_0^2 n_0^2$ ， $\delta = k_0^2 \kappa_{xyz}^{(2)}$ ， k_{\perp} 代表横向波矢量的大小（即横向波数）。(4)式中的 $c_1 \sim c_6$ 可以表示为

$$\begin{bmatrix} c_1 \\ c_3 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_1 \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(0), \quad \begin{bmatrix} c_2 \\ c_4 \end{bmatrix} = \mathbf{P}_2 \cdot \tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(0), \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} c_5 \\ c_6 \end{bmatrix} = \frac{i}{\alpha - k_{\perp}^2} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} (\lambda_1^2 k_x - 2\delta k_y) c_1 + (\lambda_1 k_y + 2\delta k_x) c_3 \\ (\lambda_2 k_x - 2\delta k_y) c_2 + (\lambda_2 k_y + 2\delta k_x) c_4 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中： $\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(0)$ 为初始入射平面 $z=0$ 处横向电矢量的二维傅里叶变换； \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 为联系 $c_1 \sim c_4$ 系数与 $\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(0)$ 的矩阵； k_x 为横向波矢量的 x 分量； k_y 为横向波矢量的 y 分量。上述的 \mathbf{P}_1 和 \mathbf{P}_2 矩阵为

$$\mathbf{P}_{1,2} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \pm \frac{i}{2\sqrt{\alpha(\alpha - k_{\perp}^2)}} \begin{bmatrix} -k_x k_y & -(\alpha - k_x^2) \\ \alpha - k_y^2 & k_x k_y \end{bmatrix}. \quad (7)$$

以左旋圆偏振傍轴高斯光束为入射光，初始光电场为 $\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}_{\perp}, 0) = E_0 \exp\{-[r^2/(2s)^2]\} \mathbf{e}_+$ ，其中 E_0 为高斯光束的初始电矢量振幅， s 为光束的束腰半径， $\mathbf{e}_+ = (1/\sqrt{2})(\mathbf{e}_x - i\mathbf{e}_y)$ 表示光束的偏振态为左旋圆偏振，其中 \mathbf{e}_x 为水平线偏振态的单位矢量， \mathbf{e}_y 为竖直线偏振态的单位矢量。对初始光电场作傅里叶变换，可得初始条件 $\tilde{\mathbf{E}}_{\perp}(0) = [E_0 s^2 / (2\pi)] \cdot \exp[-(k_{\perp}^2 s^2 / 2)] \mathbf{e}_+$ 。在坐标表象中，横向坐标矢量为 $\mathbf{r}_{\perp} = r_{\perp}(\cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \varphi \mathbf{e}_y)$ ，其中 φ 为横向坐标矢量 \mathbf{r}_{\perp} 与 x 轴的夹角；在动量表象中，横向波矢为 $\mathbf{k}_{\perp} = k_{\perp}(\cos \theta \mathbf{e}_x + \sin \theta \mathbf{e}_y)$ ^[26]，其中 θ 为横向波矢量 \mathbf{k}_{\perp} 与 x 轴的夹角。进一步可推导得傍轴高斯光束在 BSO 旋光晶体中的光电场为

$$E_+(r, \varphi, z) = \frac{E_0 s^2}{s^{(2)}(z)} \exp(ik_0 n_0 z) \cdot \exp(-i\sigma) \exp\left[-\frac{r^2}{2s^{(2)}(z)}\right], \quad (8)$$

$$E_-(r, \varphi, z) = -\frac{E_0 s^2}{2\alpha} \exp(ik_0 n_0 z) (i \sin \sigma) \cdot \frac{r^2}{[s^{(2)}(z)]^3} \exp\left[-\frac{r^2}{2s^{(2)}(z)}\right] \exp(i2\varphi), \quad (9)$$

$$E_z(r, \varphi, z) = -i \frac{E_0 s^2}{\sqrt{2\alpha}} \frac{r}{[s^{(2)}(z)]^2} \cdot \exp(ik_0 n_0 z) \exp\left[-\frac{r^2}{2s^{(2)}(z)}\right] \left(1 + \frac{\sigma}{z\sqrt{\alpha}}\right) \cdot \exp(-i\sigma) \exp(i\varphi), \quad (10)$$

式中： E_+ 为电矢量的左旋圆偏振分量； E_- 为电矢量的右旋圆偏振分量； E_z 为电矢量的 z 分量； r 为旋光晶体中某点的极坐标； z 为光在旋光晶体中的传播距离；参数 $\alpha = k_0^2 n_0^2$ ； $s^{(2)}(z) = s^2 + iz/\sqrt{\alpha}$ 为随传播距离 z 变化的光场束腰半径的平方； $\sigma = \kappa_{xyz}^{(2)} k_0 z$ 描述了晶体的旋光性对光波纵向传播常数的影响。若忽略 BSO 晶体旋光性的影响，可令描述旋光性强弱的三阶赝张量元 $\kappa_{xyz}^{(2)} = 0$ ，即 $\sigma = 0$ ，则 $E_-(r, \varphi, z) = 0$ ，左旋圆偏振高斯光束在晶体中传播时仍然只有左旋圆偏振分量；若考虑 BSO 晶体的旋光性对二阶非线性电极化的微扰作用，则由于 $\kappa_{xyz}^{(2)} \neq 0$ ， $E_-(r, \varphi, z) \neq 0$ ，此时晶体中出现了 E_- 右旋圆偏振分量，且从(9)式可以看出 E_- 分量携带 $2\hbar$ (\hbar 为约化普朗克常量)的轨道角动量，说明晶体中光场的自旋-轨道角动量发生了耦合。从(8)~(10)式可以看出，左旋圆偏振傍轴高斯光束在 BSO 晶体中的传播特性和在锆酸铋磁光晶体(BGO 晶体)中的传播特性非常类似^[24]。

本文以波长 $\lambda = 0.633 \mu\text{m}$ 的光为入射光，光束束腰半径设为 $s = 1 \mu\text{m}$ ，BSO 晶体^[27]的折射率为 $n_0 = 2.54$ ，晶体的三阶赝张量元 $\kappa_{xyz}^{(2)} = -3.897 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ 。图 1 为 BSO 晶体中光电场的振幅和相位分布。从图 1(c2)、(c3)的相位图中可以看出， E_- 、 E_z 分量分别携带 $2\hbar$ 、 \hbar 的轨道角动量。

在推导出 BSO 晶体中光电场的基础上，可以研究晶体的旋光性对晶体中光动量的影响。分别采用 Minkowski 光动量密度 $\mathbf{g}_M = \mathbf{D} \times \mathbf{B}$ 和 Abraham 光动量密度 $\mathbf{g}_A = \frac{1}{c^2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 两种形式，其中 c 为真空中光速， \mathbf{D} 为电位移矢量， \mathbf{B} 为磁感应强度矢量， \mathbf{E} 为电场强度矢量， \mathbf{H} 为磁场强度矢量。BSO 晶体中电位移矢量为 $D_{\mu} = \epsilon_{\mu\alpha} E_{\alpha} + P_{\mu}^{(2)}$ ，磁感应强度为 $B_j = -\frac{i}{\omega} \epsilon_{jkl} \partial_k E_l$ ，磁场强度为 $H_j = -\frac{i}{\mu_0 \omega} \epsilon_{jkl} \partial_k E_l$ ，其中 $\epsilon_{\mu\alpha}$ 为晶体的介电张量， E_{α} 为光电矢量的 α 分量， $P_{\mu}^{(2)}$ 为二阶非线性电极化强度的 μ 分量， ∂_k 为对坐标 x_k 分量的偏微分， E_l 为光电矢量的 l 分量。结合前面推导出的 BSO 晶体中的光电场(8)~

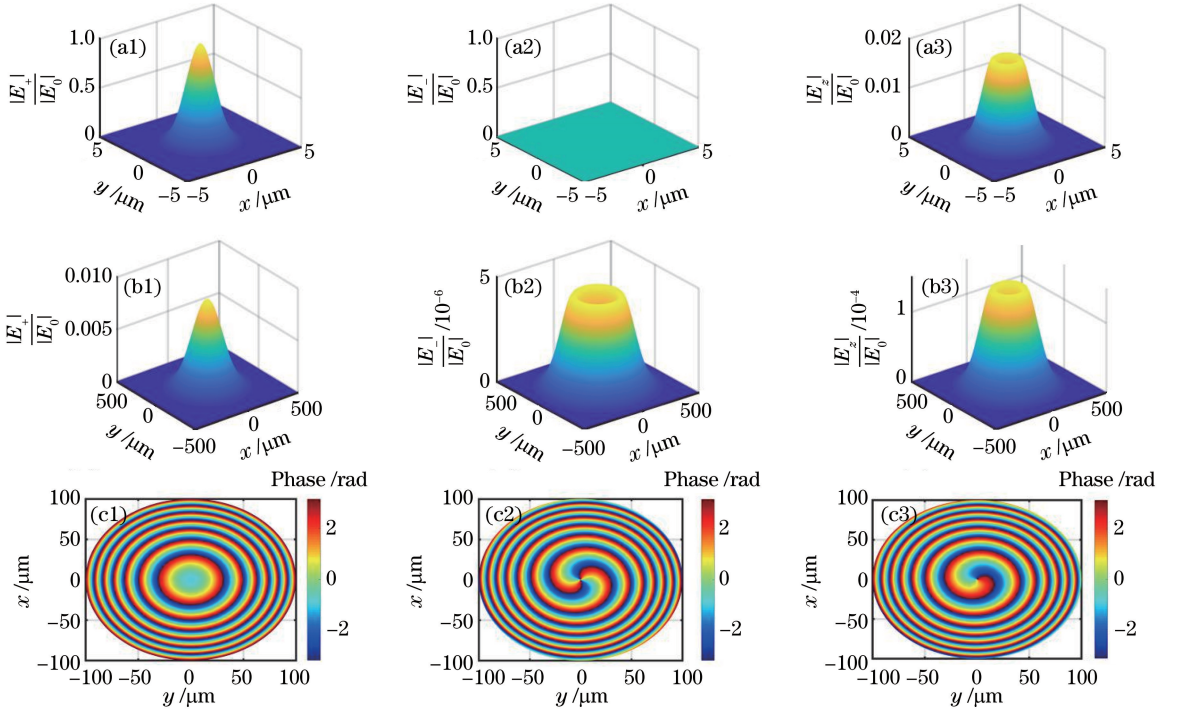


图 1 BSO 晶体中光电场的振幅和相位分布。(a1-a3)在 $z=0 \mu\text{m}$ 平面上 E_+ 、 E_- 和 E_z 的振幅分布;(b1-b3)在 $z=3000 \mu\text{m}$ 平面上 E_+ 、 E_- 和 E_z 的振幅分布;(c1-c3)在 $z=3000 \mu\text{m}$ 平面上 E_+ 、 E_- 和 E_z 的相位分布

Fig. 1 Plots of amplitudes and phases of electric field in BSO crystals. (a1)-(a3) Amplitudes of E_+ , E_- , and E_z on plane of $z=0 \mu\text{m}$; (b1)-(b3) amplitudes of E_+ , E_- , and E_z on plane of $z=3000 \mu\text{m}$; (c1)-(c3) phases of E_+ , E_- , and E_z on plane of $z=3000 \mu\text{m}$

(10)式,可得

$$g_j^A = -\frac{\epsilon_0}{2\omega} \text{Im} [\epsilon_{jkl} E_k \epsilon_{lmn} (\partial_m E_n)^*], \quad (11)$$

$$g_j^M = n_0^2 g_j^A + \Delta g_j, \quad (12)$$

$$\Delta g_j = \frac{\epsilon_0}{\omega} \kappa_{xyz}^{(2)} \epsilon_{jkl} \text{Im} [\epsilon_{kmn} (\partial_m E_n) \epsilon_{lpq} (\partial_p E_q)^*]. \quad (13)$$

式中: g_j^A 、 g_j^M 为代表 Abraham 和 Minkowski 动量密度的 j 分量; Δg_j 为与旋光性相关的动量密度的 j 分量; E_k 、 E_q 分别为光电矢量的 k 、 q 分量, ϵ_{lmn} 、 ϵ_{lmn} 及 ϵ_{lpq} 均为 Levi-Civita 张量元素。

若忽略 BSO 晶体旋光性的影响,令 $\kappa_{xyz}^{(2)} = 0$, 由(11)~(13)可知,晶体中两种形式的动量密度之间满足 $\mathbf{g}_M = n_0^2 \mathbf{g}_A$, 即 Minkowski 动量密度与 Abraham 动量密度的比值为晶体折射率 n_0 的平方;若将 BSO 晶体的旋光性视为二阶非线性电极化的微扰,由于 $\kappa_{xyz}^{(2)} \neq 0$, 则 Minkowski 动量密度中增加了一项与旋光性相关的动量密度 $\Delta \mathbf{g}$, 该项的出现使 $\mathbf{g}_M \neq n_0^2 \mathbf{g}_A$ 。由于 BSO 晶体的旋光性 ($\kappa_{xyz}^{(2)} \neq 0$) 会影响到晶体中的光电场, 因此旋光性对 Abraham 动量密度和 Minkowski 动量密度均有

影响。图 2 给出了 Abraham 动量密度和 Minkowski 动量密度及 Δg_j 在 $z=3000 \mu\text{m}$ 面上的分布。值得注意的是, Abraham 动量密度和 Minkowski 动量密度的横向分量, 即 g_x^A 、 g_y^A 、 g_x^M 、 g_y^M 的积分值为零, 纵向分量 g_z^A 和 g_z^M 的体积分即为 BSO 晶体中的总光动量, Abraham 动量 $P_z^A = \int_V g_z^A dV$, Minkowski 动量 $P_z^M = \int_V g_z^M dV$, 总动量沿传播方向 z 轴正方向, V 为晶体体积。 Δg_j 的横向分量 Δg_x 和 Δg_y 的积分结果也均为零, 纵向分量 Δg_z 的积分记为 $\Delta P_z = \int_V \Delta g_z dV$ 。旋光效应的存在导致 Minkowski 动量 P_z^M 和 Abraham 动量 P_z^A 的比值不再是晶体折射率 n_0 的平方, 而是满足 $P_z^M = n_0^2 P_z^A + \Delta P_z$ 。

2.2 傍轴高斯光束在 BSO 晶体中的角动量

在已推导出 BSO 晶体中光动量的基础上, 可以研究光在 BSO 晶体中的角动量特性。将位置矢量 \mathbf{r} 叉乘动量密度矢量可以得到相应的角动量密度矢量^[28], 即

$$\mathbf{j}_M = \mathbf{r} \times (\mathbf{D} \times \mathbf{B}), \quad (14)$$

$$\mathbf{j}_A = \frac{1}{c^2} \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{H}), \quad (15)$$

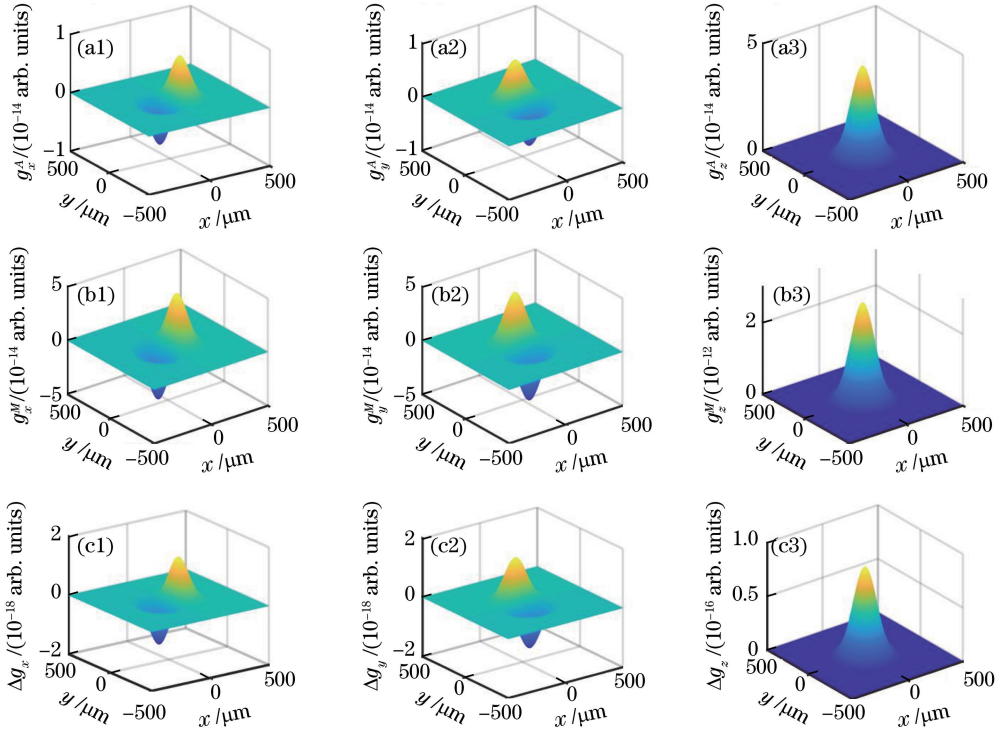


图2 动量密度 g_j^A 、 g_j^M 及 Δg_j 在 $z=3000 \mu\text{m}$ 面上的分布。

(a1-a3) Abraham 动量密度 g_j^A ; (b1-b3) Minkowski 动量密度 g_j^M ; (c1-c3) Δg_j

Fig. 2 Plots of momentum density g_j^A , g_j^M , and Δg_j on plane of $z=3000 \mu\text{m}$. (a1)-(a3) Abraham momentum density g_j^A ; (b1)-(b3) Minkowski momentum density g_j^M ; (c1)-(c3) Δg_j

式中: \mathbf{j}_M 为 Minkowski 角动量密度; \mathbf{j}_A 为 Abraham 角动量密度。将 Minkowski 和 Abraham 动量密度代入(14)式和(15)式,即可得高斯光束在 BSO 晶体中的角动量密度。

从 Maxwell 方程组出发可以推导得出^[15]

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{D} \times \mathbf{B}) dV = \\ & \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{E} \nabla \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \times \nabla \times \mathbf{E}) dV + \\ & \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{H} \nabla \cdot \mathbf{B} - \mathbf{B} \times \nabla \times \mathbf{H}) dV, \quad (16) \\ & \mathbf{E} \nabla \cdot \mathbf{D} - \mathbf{D} \times \nabla \times \mathbf{E} + \mathbf{H} \nabla \cdot \mathbf{B} - \\ & \mathbf{B} \times \nabla \times \mathbf{H} = \nabla \cdot \mathbf{T}, \quad (17) \end{aligned}$$

式中: t 为时间; \mathbf{T} 为介质中电磁场动量流密度张量。本文采用 Maxwell 和赫维赛德 (Heaviside) 提出的不对称形式 $T_{ij}^M = E_i D_j - \frac{1}{2} (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}) \delta_{ij} + H_i B_j - \frac{1}{2} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{B}) \delta_{ij}$, 其中 E_i 为光电矢量 i 分量, D_j 为电位移矢量 j 分量, H_i 为磁场强度矢量 i 分量, B_j 为磁感应强度矢量 j 分量, δ_{ij} 为克罗内克函数。将(16)式改写为^[15,17]

$$\frac{d\mathbf{L}_f}{dt} = \int_S \mathbf{F} \mathbf{n} dS + \int_V \mathbf{g} dV, \quad (18)$$

式中: S 为包围体积 V 的表面; $\mathbf{n} = n_x \mathbf{e}_x + n_y \mathbf{e}_y + n_z \mathbf{e}_z$ 为垂直表面 S 向外指出的单位矢量, 其中 \mathbf{e}_x 、 \mathbf{e}_y 、 \mathbf{e}_z 为沿坐标轴的三个单位矢量, (n_x, n_y, n_z) 为 \mathbf{n} 的方向余弦; $\mathbf{L}_f = \int_V \mathbf{r} \times (\mathbf{D} \times \mathbf{B}) dV$ 为体积 V 内 Minkowski 形式的电磁场总角动量; \mathbf{F} 为角动量流密度张量。当对 \mathbf{g} 的体积分为零时, (18) 式为角动量流的连续性方程。可以推导得 BSO 晶体中

$$g_j = -\epsilon_0 \kappa_{xyz}^{(2)} \epsilon_{jkl} \text{Re} [E_k \epsilon_{lmn} (\partial_m E_n)^*]. \quad (19)$$

图3给出了两种形式的角动量密度 \mathbf{j}_A 和 \mathbf{j}_M 及 \mathbf{g} 在 $z=3000 \mu\text{m}$ 面上的分布。两种角动量密度的横向分量 j_x^A 、 j_y^A 、 j_x^M 、 j_y^M 的积分结果均为0, 因此总角动量也是沿传播方向 z 轴正方向。同样地, \mathbf{g} 的横向分量 g_x 、 g_y 的积分也均为零。

将 BSO 晶体的厚度记为 Z , 晶体的出射端面可以分为 $z=Z^-$ 和 $z=Z^+$ 内外两面, (18) 式对时间求平均可以改写为^[17]

$$\left\langle \frac{dL_{fz}}{dt} \right\rangle = \Phi(0^+) - \Phi(Z^-) + \int_V \langle g_z \rangle dV, \quad (20)$$

式中: 0^+ 代表位于晶体内侧的入射端面; Z^- 代表位

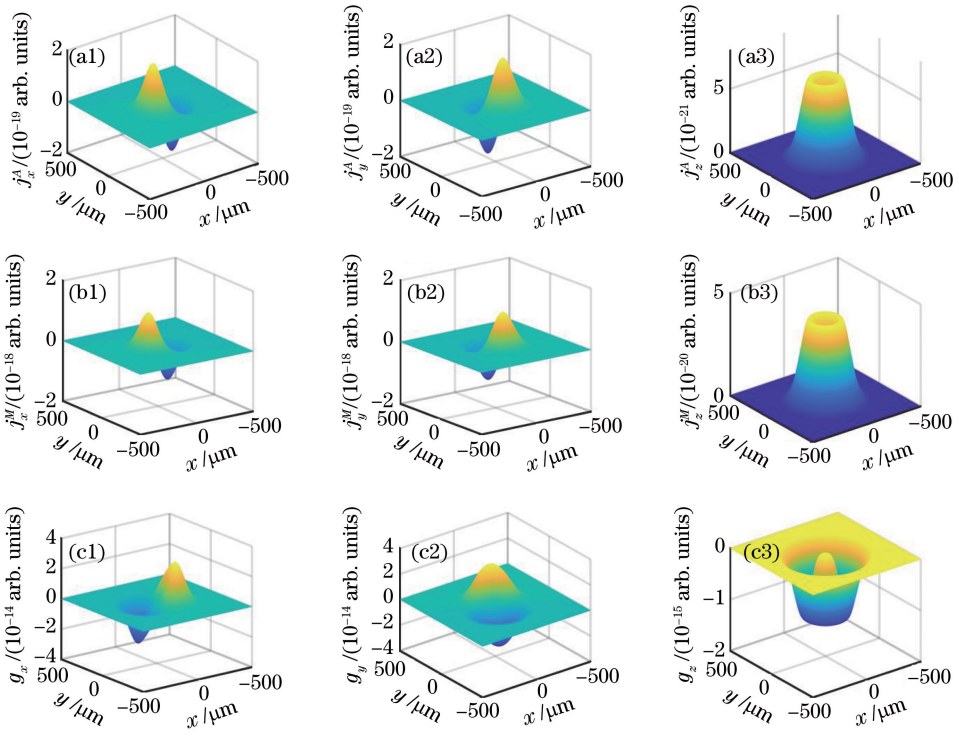


图 3 角动量密度 \mathbf{j} 及 \mathbf{g} 的各个分量在 $z=3000 \mu\text{m}$ 平面上的分布。(a1)-(a3) Abraham 角动量密度 \mathbf{j}_A 的各个分量;(b1)-(b3) Minkowski 角动量密度 \mathbf{j}_M 的各个分量;(c1)-(c3) \mathbf{g} 的各个分量

Fig. 3 Plots of components of angular momentum density \mathbf{j} and \mathbf{g} on plane of $z = 3000 \mu\text{m}$. (a1)-(a3) Components of Abraham angular momentum density \mathbf{j}_A ; (b1)-(b3) components of Minkowski angular momentum density \mathbf{j}_M ; (c1)-(c3) components of \mathbf{g}

于晶体内侧的出射端面; $\Phi(z) = - \int_S \langle F_{zz}(\mathbf{r}_\perp, z, t) \rangle dS$ 表示对时间求平均后流过任意 z 平面的角动量流, 角动量流在晶体出射端的内外表面上是连续的, 即 $\Phi(Z^-) = \Phi(Z^+) = \Phi(z)$, 其中 $F_{zz}(\mathbf{r}_\perp, z, t)$ 为角动量流密度张量元。对时间求平均得 $\langle \frac{dL_{tz}}{dt} \rangle = 0$, 即光场和晶体的总角动量守恒。对 g_z 的积分 $\int_V \langle g_z \rangle dV \neq 0$, 说明傍轴高斯光场与 BSO 晶体之间的角动量发生耦合, $J_c(z) = - \int_V \langle g_z \rangle dV$ 为光场传递给 BSO 晶体的角动量, 因此, 光场自身的角动量并不守恒。

3 结 论

基于 $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ 晶体研究了高斯光束在旋光晶体中的旋光现象。采用角谱理论推导得出左旋圆偏振傍轴高斯光束在晶体中的光电场表达式; 在此基础上, 采用 Minkowski 和 Abraham 两种动量形式研究了旋光效应的存在对 BSO 晶体中光动量和角动量的影响。考虑旋光性后的 Minkowski 动量中

包含一项与三阶赝张量 $\kappa_{jkl}^{(2)}$ 相联系的动量 ΔP_z , 该项的存在使得 Minkowski 动量 P_z^M 和 Abraham 动量 P_z^A 的比值不再是晶体折射率 n_0 的平方, 而是满足 $P_z^M = n_0^2 P_z^A + \Delta P_z$ 这一关系式。采用 Maxwell 和赫维赛德提出的电磁场动量流密度张量和 Minkowski 形式的动量, 分析了 BSO 晶体中的角动量流, 发现光场和 BSO 晶体的总角动量守恒, 但光场与 BSO 晶体之间角动量发生耦合, $J_c(z) = - \int_V \langle g_z \rangle dV$ 为光场传递给晶体的角动量。

参 考 文 献

- [1] Minkowski H. The fundamental equations for electromagnetic processes in moving bodies [J]. Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse, 1908: 53-111.
- [2] Abraham M. On the electrodynamics of moving bodies [J]. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, 1909, 28: 1-28.
- [3] Baxter C, Babiker M, Loudon R. Canonical approach

- to photon pressure[J]. *Physical Review A*, 1993, 47(2): 1278-1287.
- [4] Hinds E A, Barnett S M. Momentum exchange between light and a single atom: Abraham or Minkowski?[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(5): 050403.
- [5] Barnett S M, Loudon R. The enigma of optical momentum in a medium [J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2010, 368(1914): 927-939.
- [6] Antonoyiannakis M I, Pendry J B. Electromagnetic forces in photonic crystals[J]. *Physical Review B*, 1999, 60(4): 2363-2374.
- [7] Mansuripur M. Radiation pressure and the linear momentum of the electromagnetic field [J]. *Optics Express*, 2004, 12(22): 5375-5401.
- [8] Mansuripur M. Radiation pressure and the linear momentum of light in dispersive dielectric media[J]. *Optics Express*, 2005, 13(6): 2245-2250.
- [9] Mansuripur M. Radiation pressure and the linear momentum of the electromagnetic field in magnetic media [J]. *Optics Express*, 2007, 15(21): 13502-13518.
- [10] Mansuripur M, Zakharian A R, Moloney J V. Interaction of light with subwavelength structures [J]. *Optics & Photonics News*, 2003, 14(3): 56-61.
- [11] Kemp B A, Kong J A, Grzegorzczak T M. Reversal of wave momentum in isotropic left-handed media [J]. *Physical Review A*, 2007, 75(5): 053810.
- [12] Feigel A. Quantum vacuum contribution to the momentum of dielectric media[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 92(2): 020404.
- [13] Li D H, Pu J X, Wang X Q. Investigation on the radiation forces upon a transparent plate by a Gaussian beam[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2011, 38(s1): s102008.
李东华, 蒲继雄, 王喜庆. 透明平板在高斯光束照射下辐射压力的研究[J]. *中国激光*, 2011, 38(s1): s102008.
- [14] Ciattoni A, Crosignani B, di Porto P. Vectorial theory of propagation in uniaxially anisotropic media [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2001, 18(7): 1656-1661.
- [15] Ciattoni A, Cincotti G, Palma C. Angular momentum dynamics of a paraxial beam in a uniaxial crystal [J]. *Physical Review E*, 2003, 67(3): 036618.
- [16] Wei G X, Liu X J, Liu Y Y, *et al.* Spin and orbital angular momentum of light [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2014, 51(10): 100004.
魏功祥, 刘晓娟, 刘云燕, 等. 光的自旋和轨道角动量 [J]. *激光与光电子学进展*, 2014, 51(10): 100004.
- [17] Lu X C, Chen L X. Spin-orbit interactions of a Gaussian light propagating in biaxial crystals [J]. *Optics Express*, 2012, 20(11): 11753-11766.
- [18] Yariv A, Yeh P. *Optical waves in crystal: propagation and control of laser radiation* [M]. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 1984: 94-103.
- [19] Guo S J. *Nonlinear optics* [M]. Xi'an: Northwest Telecommunication Engineering Institute Press, 1986: 157-161.
过巴吉. *非线性光学* [M]. 西安: 西北电讯工程学院出版社, 1986: 157-161.
- [20] Yariv A, Lotspeich J F. Coupled-mode analysis of light propagation in optically active crystals [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1982, 72(2): 273-277.
- [21] Xu J, Chen L X, Zheng G L, *et al.* Wave coupling theory of optical activity in birefringent crystal [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(8): 4615-4621.
许婕, 陈理想, 郑国梁, 等. 双折射晶体中旋光效应的耦合波理论 [J]. *物理学报*, 2007, 56(8): 4615-4621.
- [22] Ciattoni A, Palma C. Optical propagation in uniaxial crystals orthogonal to the optical axis: paraxial theory and beyond [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(11): 2163-2171.
- [23] Laudau L D, Lifshitz E M. *Electrodynamics of continuous media* [M]. Oxford: Pergamon Press, 1984: 363.
- [24] Lu X C, Chen L X. Vortex generation and inhomogeneous Faraday rotation of a nonparaxial Gaussian beam in isotropic magneto-optic crystals [J]. *Optics Letters*, 2014, 39(13): 3728-3731.
- [25] Chen G, Liao L J. *Foundation of crystal physics* [M]. Beijing: Science Press, 1992: 474-492.
陈纲, 廖理儿. *晶体物理学基础* [M]. 北京: 科学出版社, 1992: 474-492.
- [26] Ciattoni A, Cincotti G, Palma C. Circularly polarized beams and vortex generation in uniaxial media [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2003, 20(1): 163-171.
- [27] Petrov M P, Stepanov S I, Khomenko A V. *Photo refractive crystals in coherent optical systems* [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 1991, 59: 233.
- [28] Barnett S M. Optical angular-momentum flux [J]. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 2002, 4(2): S7-S16.