

大相位变化条纹相位提取中 Paul 小波参数的优化

张伟*, 王生怀, 任爱华, 孙海明

湖北汽车工业学院机械工程学院, 湖北 十堰 442002

摘要 为了从大相位变化条纹中提取可靠的相位, 采用 Paul 小波变换分析了相应条纹。在不同 Paul 小波参数条件下, 通过分析大相位变化条纹在噪声影响下的相位提取过程, 给出了相位提取过程中伸缩因子、小波阶数等参数的选择方法。模拟实验结果表明, 通过调整 Paul 小波变换的参数, 可有效提高含噪声的大相位变化变形条纹的相位提取的可靠性和速度。

关键词 图像处理; Paul 小波; 条纹; 大相位变化; 参数选择

中图分类号 O438

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.121005

Optimization of Paul Wavelet Parameters in Phase Extraction of Fringe Patterns with Large Phase Variation

Zhang Wei*, Wang Shenghuai, Ren Aihua, Sun Haiming

Department of Mechanical Engineering, Hubei University of Automotive Technology, Shiyan, Hubei 442002, China

Abstract In order to extract the reliable phases from fringe patterns with large phase variation, the corresponding fringes are analyzed by Paul wavelet transform. Under the condition of different Paul wavelet parameters, the phase extraction process from fringe patterns with large phase variation under noise is analyzed. The method for the selection of scaling factor, wavelet order, and other parameters in the phase extraction process is presented. The results of the simulation experiment indicate that the speed and reliability level of phase extraction from fringe patterns with large phase variation can be effectively improved by adjustment of the parameters for Paul wavelet transform.

Key words image processing; Paul wavelet; fringe pattern; large phase variation; parameter selection

OCIS codes 100.7410; 120.2650; 120.5050; 120.5060

1 引言

在非接触光学表面三维测量中, 用光将正弦光栅投射到物体表面, 光栅的反射光或透射光将受到物体高度调制而生成变形条纹。利用 CCD 获得物体表面的变形条纹图像, 并使用特定算法对条纹图像进行分析处理, 提取其中含有物体高度信息的相位, 即可获取物体表面的三维信息^[1-3]。当被测物体表面形状变化非常复杂时, 在物体高度梯度变化较大处, 调制后的变形条纹分布较为密集, 对应的条纹相位变化也比较大。常用的分析条纹图相位的方法

有相移法^[4]、傅里叶变换法^[5]以及小波变换法^[6-8]等。其中小波变换法具有多分辨率分析的特性, 不仅能够像傅里叶变换法那样得到信号整体特征, 而且能够对局部信号的细节进行分析, 具有较好的时间-空间局部性, 因而应用较为广泛^[9]。采用小波变换分析变形条纹进而获得物体三维测量结果的方法也被称为小波变换轮廓术(WTP)^[7,10]。WTP 只需分析一副变形条纹图即可获得对应的相位信息, 因此适合应用于复杂过程的实时、动态测量, 是基于相位测量的热门研究领域之一^[11-12]。WTP 主要分为两类^[6,13]: 一维连续小波变换(1D-CWT)和二维连

收稿日期: 2018-09-18; 修回日期: 2018-10-08; 录用日期: 2018-10-22

基金项目: 国家自然科学基金(51475150, 51675167)、湖北省自然科学基金(2014CFB624)、湖北汽车工业学院博士科研启动基金(BK201602)

* E-mail: zhangwei7766@163.com

续小波变换(2D-CWT),其中,2D-CWT在测量精度和抑制噪声的方面比1D-CWT具有较大的优势^[14]。在应用WTP方法分析条纹图提取相位的实践中,人们常用的小波有Morlet、Paul、Fan等^[15]。由于Morlet小波具有很好的空域和频域能力,是WTP中最为常用的小波。虽然Morlet小波在分析条纹过程中具有较好的噪声抑制能力,但是其主要应用于条纹相位变化缓慢的条纹分析,而对于相位相对变化较大的条纹分析,Morlet小波往往难以提取出正确的相位^[13,16]。二维Fan小波是由二维Morlet复小波叠加而成的,在处理相对快速相位变化条纹图分析上,二维Fan小波相对于二维Morlet有小幅提升,但依然难以有效地从大相位变化条纹图提取出正确相位。Paul小波则在分析相位变化较大的变形条纹中具有较大的优势^[16-17]。

在实际应用中,Paul小波在分析受噪声干扰的大相位变化条纹时,相位变化强度与条纹分布密集程度是成正比的。过于密集的条纹分布会产生混频,而噪声则会进一步强化这种混频产生的不良后果——不能提取有效相位值,进而不能正确展开真实相位。

本文采用Paul小波作为母小波对变形条纹图进行分析,特别是大相位变化条纹图以及带噪声的条纹图。通过分析Paul小波参数对在条纹分析过程中频域分辨率的影响,调整小波变换参数以改善相位提取结果。给出了Paul小波分析大相位变化条纹的参数调整方法,实现了对具有噪声的大相位变化条纹图的相位可靠提取及解包。

2 WTP 测量方法

2.1 小波变换

对任意 $f(\mathbf{X})$ 进行连续小波变换^[18],即

$$\mathbf{W}_{(s,U,\theta)} = s^{-2} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{X}) \varphi^* [s^{-1} \mathbf{r}_{-\theta} (\mathbf{X} - \mathbf{U})] d\mathbf{X}, \quad (1)$$

$$\varphi_{(s,U,\theta)}(\mathbf{X}) = \varphi [s^{-1} \mathbf{r}_{-\theta} (\mathbf{X} - \mathbf{U})], \quad (2)$$

式中: $\mathbf{W}_{(s,U,\theta)}$ 为小波变换系数; $\varphi(\mathbf{X})$ 为母小波函数;*表示复数共轭; $\mathbf{X}=(x,y)$, x 和 y 分别为水平坐标和竖直坐标; s 为尺度方向伸缩因子,其作用是对 $\varphi(\mathbf{X})$ 进行伸缩,伸缩因子越大则空域分辨率越低,频域分辨率越高; $\mathbf{U}=(u_x, u_y)$, \mathbf{U} 为沿 x,y 坐标轴位移因子; θ 为旋转角度; $\mathbf{r}_{-\theta}$ 为旋转矩阵。对于给定位置 \mathbf{U} ,在不同的尺度伸缩因子和旋转角度 θ 下对信号进行多分辨率分析。 $\mathbf{r}_{-\theta}$ 对小波的旋转作用为

$$\mathbf{r}_{-\theta} = (x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta). \quad (3)$$

Paul母小波为^[19]

$$\varphi_p(\mathbf{X}) = \frac{2^n i^n n! (1 - i |\mathbf{X}|)^{-(n+1)}}{\sqrt{\pi(2n)!}}, \quad (4)$$

式中: i 为复数单位, n 为Paul小波阶数。Paul频域表达式为

$$\hat{\varphi}_p(\boldsymbol{\omega}) = \frac{2^n}{\sqrt{\pi(2n-1)!}} |\boldsymbol{\omega}|^n \exp(-|\boldsymbol{\omega}|) \cdot H(\boldsymbol{\omega}), \quad (5)$$

$$H(\boldsymbol{\omega}) = \begin{cases} 1, & |\boldsymbol{\omega}| > 0 \\ 0, & |\boldsymbol{\omega}| \leq 0 \end{cases}, \quad (6)$$

式中:频率 $\boldsymbol{\omega}=(\omega_x, \omega_y)$, ω_x 和 ω_y 分别为沿 x 和 y 轴方向频率。从(4)式和(5)式可以看出,Paul小波为复数小波,同时也是解析小波,可以直接用于条纹分析。因此,采用Paul小波作为母小波时,时域小波中心 \mathbf{X}_c 和方差 $(\Delta\mathbf{X})^2$ 可以表示为

$$\mathbf{X}_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{X} |\varphi_{(s,U,\theta)}(\mathbf{X})|^2 d\mathbf{X}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_{(s,U,\theta)}(\mathbf{X})|^2 d\mathbf{X}} = \mathbf{U}, \quad (7)$$

$$(\Delta\mathbf{X})^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\mathbf{X} - \mathbf{X}_c)^2 |\varphi_{(s,U,\theta)}(\mathbf{X})|^2 d\mathbf{X}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\varphi_{(s,U,\theta)}(\mathbf{X})|^2 d\mathbf{X}} = \frac{s^2}{2n-1}. \quad (8)$$

显然,时域分辨率 $\Delta\mathbf{X}$ 取决于Paul小波的阶数 n 和伸缩因子 s ,重要的时域信息集中在窗口 $[\mathbf{X}_c - \Delta\mathbf{X}, \mathbf{X}_c + \Delta\mathbf{X}]$ 之中。

进一步,其频域的中心 $\boldsymbol{\omega}_c$ 及方差 $(\Delta\boldsymbol{\omega})^2$ 为

$$\boldsymbol{\omega}_c = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{\omega} |\hat{\varphi}_{(s,U,\theta)}(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}_{(s,U,\theta)}(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}} = \frac{2n+1}{2|s|} \hat{s}, \quad (9)$$

$$(\Delta\boldsymbol{\omega})^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_c)^2 |\hat{\varphi}_{(s,U,\theta)}(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\varphi}_{(s,U,\theta)}(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}} = \frac{(2n+1)/4s^2}{(2n+1)/4s^2}, \quad (10)$$

式中: \hat{s} 为单位尺度方向。

同样,频域分辨率 $\Delta\boldsymbol{\omega}$ 取决于Paul小波阶数 n 和伸缩因子 s ,重要的频率信息集中在窗口 $[\boldsymbol{\omega}_c - \Delta\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_c + \Delta\boldsymbol{\omega}]$ 之中。同时注意到,当小波阶数 n 不变时, s 值越大, $\Delta\boldsymbol{\omega}$ 值越小,窗口 $[\boldsymbol{\omega}_c - \Delta\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega}_c + \Delta\boldsymbol{\omega}]$ 也就越小。

2.2 小波脊方法提取相位

当光栅的条纹投射到物体表面时,条纹被物体

高度调制变形,一般条纹图光强 $I(x, y)$ 分布为^[20]

$$I(x, y) = I_b(x, y) + I_m(x, y) \cdot \cos [2\pi f_0 x + V\phi(x, y)] + N_{\text{noise}}, \quad (11)$$

式中: I_b 为背景光强,一般为缓慢变化; I_m 为条纹振幅; ϕ 为高度调制的相位; N_{noise} 为均值为零,具有一定标准差的正态分布的随机噪声; f_0 为载波频率; V 为大于零的数,表示相位变化程度,该值越大表示相位变化程度越高。

对 $I(x, y)$ 作连续小波变换,得到小波变换系数 $W_{(s,U,\theta)}$, 其实部记为 $R_{W_{(s,U,\theta)}}$, 虚部记为 $I_{W_{(s,U,\theta)}}$, 则其幅值 $A_{(s,U,\theta)}$ 和相位 $\phi_{(s,U,\theta)}$ 分别为

$$A_{(s,U,\theta)} = \sqrt{R_{W_{(s,U,\theta)}}^2 + I_{W_{(s,U,\theta)}}^2}, \quad (12)$$

$$\phi_{(s,U,\theta)} = \arctan \left[\frac{I_{W_{(s,U,\theta)}}}{R_{W_{(s,U,\theta)}}} \right]. \quad (13)$$

应用 WTP 分析条纹,当条纹局部频率与相应尺度的小波函数振荡频率一致或者接近时,小波序列与条纹的相似程度较高。此时,小波变换系数的幅值也相应达到较大值。在沿着尺度方向,小波变换幅值最大值位置连线称为小波变换的脊(简称小波脊),进而可以提取出小波脊处的相位。因为实际相位包裹于 $[-\pi, \pi]$, 故需要对包裹相位进行解包运算以获得实际连续的相位分布。本文采用 Itoh^[21-22] 解包算法对所提取出的包裹相位进行展开。一般地,空间载波需要大于相位最大梯度^[23,19], 即是 $2\pi f_0 > |\partial\phi/\partial x|_{\max}$, 此时能够保证通过应用小波脊提取到正确的相位。显然, f_0 越大, 对应的相位梯度越大。

由(9)式和(10)式可知,频域窗口可由小波阶数 n 和伸缩因子 s 表示,即 Paul 母小波的频域窗口为 $\left[\frac{2n+1-\sqrt{2n+1}}{2|s|}, \frac{2n+1+\sqrt{2n+1}}{2|s|} \right]$ 。不同伸缩因子的尺度小波对应的频域中心为 $\omega_c/|s|$, 方差为 $(\Delta\omega/|s|)^2$, 对应的频域窗口为 $\left[\frac{2n+1-\sqrt{2n+1}}{2|s|^2}, \frac{2n+1+\sqrt{2n+1}}{2|s|^2} \right]$ ^[24]。当小波阶数 n 和伸缩因子 s 改变时,频域窗口也会随之变化。一般小波阶数 n 取值 2、3 或 4, 伸缩因子 s 则是以 2 为底的幂级数变化或者以等差数列形式变化,因此会出现频域窗口拉距或混频的现象^[25]。现假设小波阶数 n 为一定值,且尺度小波的频域窗口连续,则伸缩因子 s 由 s_j 表示,则 s_j 对应频域窗口下限与相邻的 s_{j+1} 的对应频域窗口上限一致,即

$$\frac{2n+1-\sqrt{2n+1}}{2s_1^2} = \frac{2n+1+\sqrt{2n+1}}{2s_2^2}, \quad (14)$$

可推导出

$$s_2 = s_1 \sqrt{\frac{2n+1+\sqrt{2n+1}}{2n+1-\sqrt{2n+1}}}, \quad (15)$$

$$s_j = s_0 \Delta s^j, \quad (16)$$

式中:正整数 $j=0, 1, 2, \dots$; s_0 为伸缩因子初始值,一般取 2; $\Delta s = \sqrt{\frac{2n+1+\sqrt{2n+1}}{2n+1-\sqrt{2n+1}}}$ 。若小波阶数 n 依次取 2、3 和 4, 则 Δs 分别为 1.6180, 1.4883, 1.4142。

调整 Paul 小波阶数 n 可以改变时-频域内的分辨率。在沿着尺度方向进行小波脊计算的过程中,尺度因子 s 是按照一定规律变化的,这导致计算的小波脊并不一定是小波变换幅值的最大值位置。但是通过细分伸缩因子 s , 使信号在尺度方向上缓慢变化,则可以获得接近小波变换的最大幅值,进而获得更加精确的小波脊。

对于大相位变形条纹,相位变化越大的位置对应的条纹分布则越密集。 s 过大导致频域窗口太小,在分析密集条纹时易导致混频,最终使得相位不能被正确提取。

因此,通过对 Paul 小波参数伸缩因子 s 以及 Paul 小波阶数 n 的调整来获得合适的频域分辨率,可正确可靠地提取出变形条纹相位。

3 仿真实验

为分析 Paul 小波参数对相位变化较大条纹的影响,对复杂形状条纹进行分析,模拟复杂形面的相位分布,范围为 $[-6.5511, 8.1060]$, 图像尺寸为 512 pixel \times 512 pixel, 其形状如图 1 所示。对应相位函数(Peaks 函数)为

$$\phi(x, y) = 3(1-x^2)\exp[-x^2-(y+1)^2] - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right)\exp(-x^2-y^2) - \frac{1}{3}\exp[-(x-1)^2-(y)^2]. \quad (17)$$

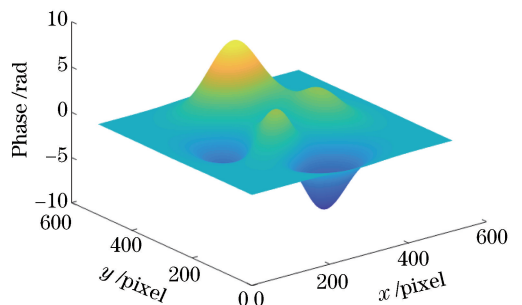


图 1 基于 Peaks 函数模拟的相位分布

Fig. 1 Simulated phase distribution using Peaks function

本文主要分析大相位变形条纹,为便于计算,取 I_b 为 0, I_m 为 1, f_0 为 1/16, 则图 1 对应变形条纹图的光强表达式为

$$I(x, y) = \cos [2\pi(1/16) + V\phi(x, y)] + N_{\text{noise}} \quad (18)$$

分别以 $V=1$ 和 $V=4.5$, N_{noise} 为 0 时,与图 1 形状对应的调制变形条纹图如图 2(a)和(b)所示,显然 V 越大,相位变化越大,相应的条纹分布也越密集。

当 $V=4.5$ 时,相位变化处的条纹变得密集,相位

最大梯度为 0.6318 rad/pixel,如图 2(b)所示。在应用 WTP 分析高密度条纹时,取 θ 分别为 $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$, 尺度因子 $s_j = s_0 \Delta s^j$, 由 $s_0 = 2$ 开始计算伸缩因子 s_j 。沿着尺度方向由小波脊提取相位, s_{max} 越大,频域窗口越窄。 s_{max} 过大就会导致频域窗口过于窄小,往往会在条纹密集处出现混频,导致小波脊相位提取出现错误。如图 3 所示,小波阶数 $n=4$, s_{max} 分别为 11.31, 16.00, 22.62, 其对应提取的包裹相位图中,在相位变化较快的位置的相位提取结果随着 s_{max} 变大而愈加错误,如图 3 中圆圈区域所示。

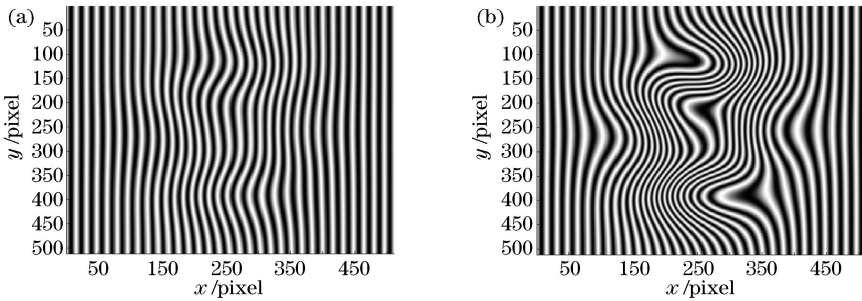


图 2 具有不同相位变化的 Peaks 函数条纹图。(a) $V=1$; (b) $V=4.5$

Fig. 2 Peaks function fringe patterns with different phase variations. (a) $V=1$; (b) $V=4.5$

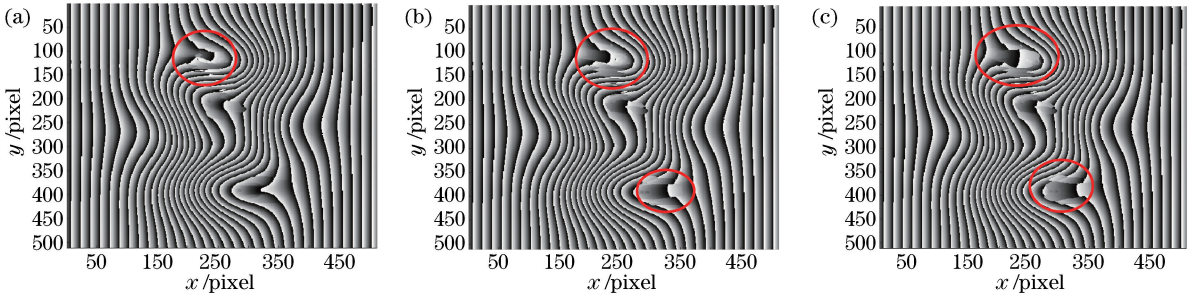


图 3 当 $V=4.5$ 时,不同 s_{max} 下的包裹相位图。(a) $s_{\text{max}}=11.31$; (b) $s_{\text{max}}=16.00$; (c) $s_{\text{max}}=22.62$

Fig. 3 Wrapped phase maps under different s_{max} when $V=4.5$. (a) $s_{\text{max}}=11.31$; (b) $s_{\text{max}}=16.00$; (c) $s_{\text{max}}=22.62$

基于前述分析,采用 Paul 作为母小波对相位变化较大的条纹图进行小波变换分析,伸缩因子中的 $s_{\text{max}} \leq 11$ 。在 $V=4.5, n=4$ 时,由于相位变化太大,提取到的包裹相位图不能正确解包并获得连续相位,如图 3(a)所示。进一步调整参数,当 $s_0 = 1, n =$

$3, j=6$ 和 $s_0 = 0.9, n=2, j=5$ 时,提高频域分辨率,两种情况都能够解包成功,对应提取包裹相位图分别为图 4(a)和(b)。在上述两种情况下相位解包精度也有所提高,对应解包相位的方均根误差 (R_{rms}) 分别为 0.0340 和 0.0297。从图 4 还可以看出,在圆

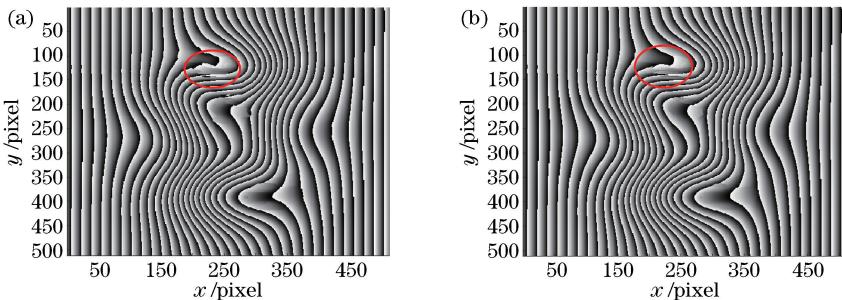


图 4 当 $V=4.5$ 时,不同小波阶数下的包裹相位图。(a) $n=3$; (b) $n=2$

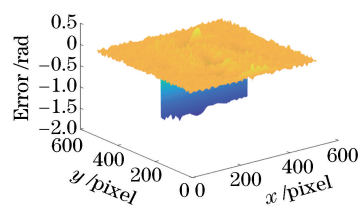
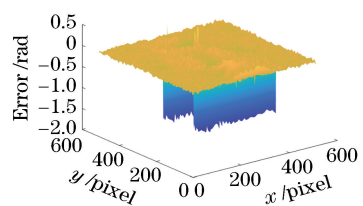
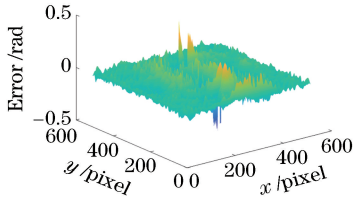
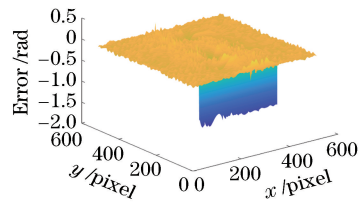
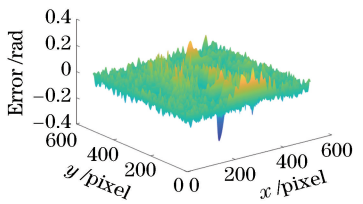
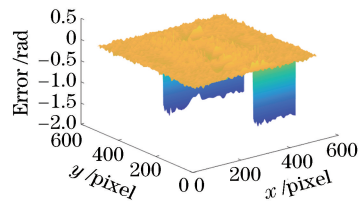
Fig. 4 Wrapped phase maps under different wavelet orders when $V=4.5$. (a) $n=3$; (b) $n=2$

圈处,当 $n=2$ 时的包裹相位更好。在同样的计算环境下,当 $n=4$ 时,相位提取用时 2.582928 s;当 $n=3$ 时,相位提取用时 2.331395 s;当 $n=2$ 时,相位提取用时 1.775653 s。可见,小波阶数 n 越小,提取相位的速度越快。

在实际应用中,条纹图会受到噪声的影响。因此,需对条纹添加随机噪声,以分析噪声对采用 Paul 小波变换法从条纹图提取相位的影响。实验发现,当 $V=4.5$ 时,相位变化较大,噪声影响也比较大。当噪声标准差不大于 0.2 时,通过单纯调节 Paul 小波阶数 n 所提取包裹相位不能被正确展开。进一步调整参数 s_1 细分伸缩因子,得到的参数组合 ($s_0=0.3, n=3, j=9$) 能够可靠地实现解包处理,

表 1 当 $V=4.0$ 且噪声标准差为 0.6 时,条纹图形的相位解包误差

Table 1 Errors of unwrapped phase of fringe pattern when $V=4.0$ and standard deviation of noise is 0.6

Parameter	Error of unwrapped phase	R_{rms}	Parameter	Error of unwrapped phase	R_{rms}
$n=4$ $s_0=2$ $j=5$		0.0915	$n=2$ $s_0=2$ $j=4$		0.0967
$n=4$ $s_0=1$ $j=7$		0.0448	$n=2$ $s_0=1$ $j=5$		0.0658
$n=4$ $s_0=0.5$ $j=9$		0.0404	$n=2$ $s_0=0.5$ $j=6$		0.0906

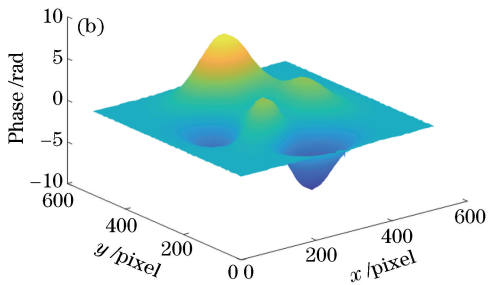
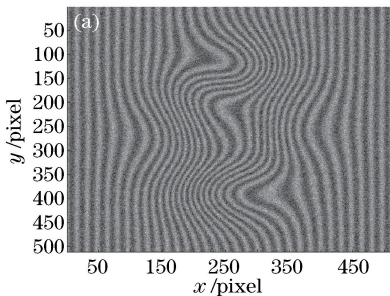


图 5 带噪声的条纹图及其解包结果。(a)当 $V=4.0$ 且噪声标准差为 0.6 时的条纹图;(b)当 $n=4, s_0=1, j=7$ 时,相位解包结果
Fig. 5 Fringe pattern with noise and its unwrapped result. (a) Fringe pattern when $V=4.0$ and standard deviation of noise is 0.6; (b) unwrapped phase result when $n=4, s_0=1, j=7$

$R_{rms}=0.0364$ 。当噪声标准差不大于 0.36 时,参数组合 ($s_0=1/2, n=2, j=6$) 能够可靠地实现解包处理, $R_{rms}=0.0350$ 。通过细化伸缩因子能够减弱噪声的影响,获得较为准确的小波脊位置,进而提取到正确的相位。

为便于讨论参数对噪声条纹的影响,对 $V=4.0$, 噪声标准差为 0.6 的条纹进行 Paul 小波变换分析。通过 (16) 式确定伸缩因子,并确保 $s_{max} \leq 11$ 。调整 s_0 , 对比了不同 n 和 Δs 时,解包结果与原始形状的误差及 R_{rms} , 如表 1 所示。表 1 中的噪声标准差为能够解包的最大值,也就是说继续增大噪声标准差,则相位不能被成功解包。图 5 为噪声标准差为 0.6 的条纹图及对应相位解包的三维图。

进一步降低相位变化程度,同时添加较大的噪声。当 $V=3.28$,相位最大梯度为 0.46 rad/pixel ,噪声标准差为 1.0 时,调整参数,当 $s_0=0.4, n=4, j=9$ 时,相位可以被解包, $R_{\text{rms}}=0.0546$ 。进一步减小 n ,相位则不能被解包,出现类似表1中的情况。在这种情况下,通过调整 s_0 细化伸缩因子就可以获取较为准确的小波脊位置,从而得到正确的相位,能够获得更好的包裹相位解包结果。虽然减少 n 能提高频域分辨率,但是当噪声较大时,条纹分布密集处的相位可能与噪声引起的相位混合一起,加之频域窗口较小,相位提取出错的概率会明显提高。因此,当表1中 $n=2$ 时,相位解包处理都不能较好地实现。

由Peaks函数表示的复杂物体,对于 $f_0=1/16$ 的条纹,依次采用二维Morlet复小波、修正的二维Morlet复小波和二维Fan小波作为母小波分析提取无噪声变形条纹相位,当对应相位最大梯度分别超过 $0.1774, 0.2440, 0.3471 \text{ rad/pixel}$ 时,相位解包出现明显错误。当采用Paul作为母小波提取变形条纹时,相位最大梯度可提高到 0.6318 rad/pixel 。采用上述母小波提取噪声条纹,对应的相位最大梯度将随着不同程度的噪声影响而出现不同程度的降低。

总体而言,采用Paul小波分析条纹的方案能处理相位变化更大的变形条纹。此外,通过调整小波参数(伸缩因子及Paul小波阶数)能够调整频域窗口大小和细化伸缩因子,提高Paul小波分析的抗噪能力。

4 结 论

采用Paul小波作为母小波,用WTP小波脊方法对条纹进行相位提取。该方法不但能够处理大相位变化的条纹,而且具有较好的抗噪能力。在具体应用Paul小波分析条纹时,需对Paul小波变换的伸缩因子的细化及最大值控制,以及Paul小波的阶数进行综合调整,改变频域窗口尺寸以适应大相位变化条纹分析。此外,针对大相位变化条纹图相位提取,通过具体实例分析了在不同强度噪声下Paul小波参数的选择方法,给出了不同条纹分布密度和不同噪声条件下,Paul小波阶数及伸缩因子的选择及细化处理方法。结果表明,该方法可以有效地改善大相位变化条纹的相位提取结果。

分析可以发现,相位变化越大,条纹分布越密,在频域分析时越容易出现频率混淆。噪声则会进一

步强化上述不良影响。下一步的主要工作为改进Paul小波变换方法,使其能够在正确提取相位的同时提高对于大相位变化条纹图的噪声抑制能力。

参 考 文 献

- [1] Zheng S Z, Chen W J, Su X Y. The contrast analysis between FTP and CWT in 3D measurement [J]. Laser Journal, 2006, 27(1): 48-50.
郑素珍, 陈文静, 苏显渝. 三维面形测量中小波变换和傅里叶变换的对比研究[J]. 激光杂志, 2006, 27(1): 48-50.
- [2] Zheng Y, Chen W J, Zhong M, *et al.* Study of profilometry measurement precision improvement based on Morlet wavelet transform [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(11): 111203.
郑毅, 陈文静, 钟敏, 等. 提高基于Morlet小波“脊”处理方法的相位解调精度研究[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(11): 111203.
- [3] Chen C, Gao N, Wang X J, *et al.* Three-dimensional shape measurement of colored objects based on adaptive fringe projection [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(8): 0815008.
陈超, 高楠, 王向军, 等. 基于自适应条纹投影的彩色物体三维形貌测量[J]. 光学学报, 2018, 38(8): 0815008.
- [4] Du H B, Zhao H, Li B, *et al.* Algorithm for phase shifting shadow Moiré with an unknown relative step [J]. Journal of Optics, 2011, 13(3): 035405.
- [5] Qian K M, Wang H X, Gao W J. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses[J]. Applied Optics, 2008, 47(29): 5408-5419.
- [6] Watkins L R. Review of fringe pattern phase recovery using the 1-D and 2-D continuous wavelet transforms[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(8): 1015-1022.
- [7] Zhang C, Chen W J. Method for improving measurement accuracy of wavelet transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(7): 0712002.
张诚, 陈文静. 提高小波变换轮廓术测量精度的方法[J]. 光学学报, 2018, 38(7): 0712002.
- [8] Zhong M, Chen F, Xiao C. Research on the nonlinearity mitigation by wavelet transform method in modulation profilometry [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 071205.
钟敏, 陈锋, 肖朝. 小波变换减小调制度轮廓术中非线性的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54

- (7): 071205.
- [9] Li S K, Su X Y, Chen W J. Wavelet ridge techniques in optical fringe pattern analysis[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2010, 27(6): 1245-1254.
- [10] Watkins L R. Phase recovery using the wavelet transform[J]. AIP Conference Proceedings, 2010, 1236: 101-105.
- [11] Zhong M, Chen F, Xiao C, *et al.* 3-D surface profilometry based on modulation measurement by applying wavelet transform method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 88: 243-254.
- [12] Da F P, Huang H. A fast, accurate phase unwrapping method for wavelet-transform profilometry[J]. Optics Communications, 2012, 285(4): 421-432.
- [13] Chen W J, Li S K, Cai Y X, *et al.* Analysis on fringe pattern demodulation by use of 2-D CWT[J]. Optik, 2011, 122(19): 1739-1746.
- [14] Abid Z, Gdeisat A, Burton R, *et al.* Ridge extraction algorithms for one-dimensional continuous wavelet transform: a comparison [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2007, 76(1): 012045.
- [15] Wang Z Y, Ma J, Vo M. Recent progress in two-dimensional continuous wavelet transform technique for fringe pattern analysis[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2012, 50(8): 1052-1058.
- [16] Gdeisat M, Burton D, Lilley F, *et al.* Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform [J]. AIP Conference Proceedings, 2010, 1236(1): 112-117.
- [17] He B T, Wu S L. Research of 3D-Profilometry on the basis of two-dimensional wavelet transform analysis [J]. Mechanical & Electrical Engineering Magazine, 2013, 30(12): 1503-1505, 1519.
- 何百通, 巫少龙. 基于二维连续小波变换的三维轮廓测量技术比较研究 [J]. 机电工程, 2013, 30(12): 1503-1505, 1519.
- [18] Watkins L R. Phase recovery from fringe patterns using the continuous wavelet transform [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45(2): 298-303.
- [19] Afifi M, Fassi-Fihri A, Marjane M, *et al.* Paul wavelet-based algorithm for optical phase distribution evaluation [J]. Optics Communications, 2002, 211(1/2/3/4/5/6): 47-51.
- [20] Gdeisat M A, Burton D R, Lalor M J. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform [J]. Applied Optics, 2006, 45(34): 8722-8732.
- [21] Itoh K. Analysis of the phase unwrapping algorithm [J]. Applied Optics, 1982, 21(14): 2470.
- [22] Herráez M A, Burton D R, Lalor M J, *et al.* Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path[J]. Applied Optics, 2002, 41(35): 7437-7444.
- [23] Sun J, Chen W J, Su X N, *et al.* Study the measurement range of wavelet transform profilometry [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 647-653.
孙娟, 陈文静, 苏显渝, 等. 小波变换轮廓术的测量范围研究 [J]. 光学学报, 2007, 27(4): 647-653.
- [24] Conraria L A, Soares M J. The continuous wavelet transform: A primer [J]. NIPE Working Paper, 2011, 16: 1-43.
- [25] Weng J W, Zhong J G. Scalevalue decision method for discrete grid Gabor wavelet transform [J]. Journal of Image and Graphics, 2006, 11(9): 1266-1270.
翁嘉文, 钟金钢. 离散栅格 Gabor 小波变换的尺度参数取值方法 [J]. 中国图象图形学报, 2006, 11(9): 1266-1270.