# 19 束激光阵列光束相干传输的仿真研究

王彤璐\*,孙鑫鹏,李晔,史俊锋,徐林,李朝阳,臧彦楠 中国南方工业研究院探测与对抗技术研究所,北京 102209

**摘要** 大功率光纤激光器受制于单光纤输出的非线性效应,需要将多个光纤激光器组成光纤激光器阵列进行光束 合成,以形成单束聚焦光束,并保证光束在湍流大气中长距离传输后仍可获得高功率、高光束质量的激光输出。以 19 束激光阵列相干合成系统为例,定量地分析了光束截断因子、角度抖动、湍流传输等因素对相干合成光束的影 响,仿真研究了 19 束激光相干合成的阵列光束的相干传输过程及其在自由空间中的传输特性,用以指导实际激光 阵列相干传输系统的建立与运行。

**关键词** 光纤光学;激光阵列;大气湍流;合成效率;衍射 中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/LOP56.110601

## Simulation of Coherent Propagation of Nineteen-Laser-Beam Array

Wang Tonglu<sup>\*</sup>, Sun Xinpeng, Li Ye, Shi Junfeng, Xu Lin, Li Zhaoyang, Zang Yannan Institute of Detection and Countermeasure Technology, China Southern Industrial Academy, Beijing 102209, China

**Abstract** A high-power fiber laser is limited by the nonlinearity of a single-fiber output. Therefore, a beam array must be formed through multiple fiber lasers that output a single focused beam. A high-power high-quality beam output must be ensured after a long-distance transmission through atmospheric turbulence. This study uses an array containing 19 fiber laser beams to design a coherent array synthesis system. The effects of beam truncation factor, angle jitter, and turbulence propagation on coherent synthetic beams are quantitatively analyzed, and the coherent propagation process and their propagation characteristics in free space are simulated to provide references for the establishment of a practical coherent laser array system.

Key words fiber optics; beam array; atmospheric turbulence; synthesis efficiency; diffraction OCIS codes 060.2310; 010.1330; 050.1940

# 1引言

近年来,基于光纤激光阵列的相干合成技术作 为获取高亮度、高光束质量激光器的关键技术得到 了快速发展,使光纤激光器的输出功率从最初的几 百毫瓦提升到了万瓦水平<sup>[1-3]</sup>。该项技术采用激光 器阵列输出光束<sup>[4-5]</sup>,其输出能量不再受掺杂光纤的 非线性效应、光学损伤及热损伤等物理机制的限 制<sup>[6]</sup>。当参与相干合成的单元光束频率和偏振态彼 此相同、各路激光相位差恒定时,理论上可以在远场 得到更高的轴上光强,且光场能量的分布也更加集 中<sup>[7-9]</sup>,故其在实验室研究和实际工程方面具有广阔

## 的前景。

近年来,为争夺高功率市场,国内外科研单位以 及企业都在积极开展相干合成的研究工作。2011 年,美国 Dayton 大学和陆军研究实验室(APL)合 作,使用大六边形光束排布输出的方式实现了7路 100 mW 量级的光束在7 km 传输范围内的相干合 成<sup>[9]</sup>。2011年,美国麻省理工学院利用微透镜阵列 光束拼接方案,实现了8路光纤激光相干合成,总输 出功率为4 kW,在最高输出功率时,合成光束占空 比约为0.6<sup>[10]</sup>。2012年,国防科技大学也实现了两 路总功率为350 W的光束相干合成<sup>[11-12]</sup>。2015年 中国科学院上海光学精密机械研究所使用微透镜阵

收稿日期: 2018-11-07;修回日期: 2018-12-12;录用日期: 2018-12-25

基金项目: 国防基础科研项目

<sup>\*</sup> E-mail: tonglu\_wang@163.com

列方式实现了4路光束的相干合成,总输出功率达 到了1062 W<sup>[13]</sup>。2016年,美国空军研究实验室 (AFRL)使用5台基于偏振控制的窄线宽放大器 (单路输出功率约为1.2 kW),实现了5 kW 级相干 合成输出<sup>[14]</sup>。2017年中国航天科工集团公司报道 我国首台全自主研发的20 kW光纤激光器正式进入 装机阶段<sup>[15]</sup>。2018年锐科激光公司的20 kW光纤 激光器及其核心器件研发项目通过验收,填补了国 内空白,打破了国外少数厂商在此项产品上的垄断。

基于激光阵列相干合成的大功率激光器的发展 迅速,但关于相干阵列系统的各参数对相干效果的 影响情况和具体参数选择范围的报道较少。根据实 际工程要求,本文选用19束激光阵列搭建相干合成 系统,研究了稳定干涉后相干合成光束在自由空间 中的传输特性。

## 2 基本原理

## 2.1 相干合成模型的建立

假设 19 束参与相干合成的激光单元完全相同, 且相互独立;光纤出光孔径的位置与高斯光束的束 腰位置重合,且半径大小相等。每单元输出光束可 以近似表示为沿 z 轴传播的基模高斯光束,其表达 式为

$$E(r,z) = \frac{C}{w(z)} \exp\left[-\frac{r^2}{w^2(z)}\right] \times \exp\left\{-i\left\{k\left[z + \frac{r^2}{2R(z)}\right] - \arctan\frac{z}{f}\right\}\right\}, \quad (1)$$

式中:C 为常数;f 为高斯光束的共焦参数;R(z)为 与传播轴线相交于 z 点的高斯光束等相位面的光 斑半径;w(z)为高斯光束的束腰半径;k 为波数;r为参考点到原点的距离。

仿真计算过程中,光束的波长为 1064 nm,光束 束腰半径为 20 μm。

根据文献[8]中对激光阵列排布的相关讨论,本 文选用19束光束,呈六角排布,中心由7光束六角 排列,外围是紧贴六角排列的12光束,如图1所示, 这12光束由每边3光束构成一个六边形。这种阵 列结构排列紧密,光束重叠部分大,合成效率高。

## 2.2 相干合成原理

激光束的相干合成是指满足相干性条件(频率 相同、相位差恒定且偏振方向不正交)的多路激光束 在空间交叠的区域内产生相干叠加。由于干涉项的 存在,两光束的相干叠加并不简单等于两列波强度 的直接相加。根据物理光学的相关原理,假设两光



图 1 19 束光束六角形排列出射面归一化远场分布 Fig. 1 Normalized far-field distribution on exit surface of 19-beam hexagonal array

束光强同为 *I*<sub>0</sub>,则当两束光的相位差为 0 时,叠加 后光强最大,为 4*I*<sub>0</sub>。因此两光束的相干合成可以 显著提高激光束的强度。

同样,推广到 N 束光束的相干合成,假设所有 光束的相位差为零( $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \cdots = \varphi_N$ ),则合成 位置应为 N 束光束的振动叠加,其复振幅可表达为

$$E = E_0 [\exp(i\varphi_1) + \exp(i\varphi_2) + \exp(i\varphi_4) + \dots + \exp(i\varphi_N)] = NE_0 \exp(i\varphi_N) ,$$
(2)

式中: *φ* 表示所有光束的初始相位。此时对应的光 强为

$$I = E \cdot E^* =$$

 $NE_0 \exp(i\varphi_1) \cdot NE_0 \exp(-i\varphi_1) = N^2 E_0^2$ , (3) 式中:\*表示复共轭。因此对 N 束功率相同的激光 束,经过相干合成后在目标上光场的振幅增至 N 倍,光强增至 N<sup>2</sup> 倍<sup>[16-18]</sup>,因此相干合成可以显著提 高激光束的最高功率,且所获得的光束具有良好的 远距离传输特性并可以保持远场高亮度。

## 3 仿真研究与讨论

为了保证相干合成激光的光束质量,系统采用 主动锁相<sup>[19]</sup>以及并行性梯度下降算法<sup>[20-21]</sup>以保证 出射面各激光单元出射相位差固定。同时,尽可能 增大激光阵列的填充因子,增加中央主瓣能量,提高 远场光斑的能量集中度。其中,填充因子指的是近 场激光阵列有效出光面积占出射面的比例<sup>[22-24]</sup>,无 论选择哪一种阵列排布方式,填充因子总是小于1。 此外,需要考虑出光镜筒的壁厚带来的影响。出光 镜筒承担了结构支撑和散热的功能,需要根据工艺 技术和具体情况考虑壁厚尺寸,而壁厚的增加会影 响远场的光斑大小,使能量利用率降低,进而影响相 干合成效果。

## 3.1 光束截断仿真

2008年,美国马里兰大学 Vorontsov 等<sup>[25]</sup> 首次 提出了对高斯光束进行截断的方法,通过限制高斯 光束孔径,仅取高斯光束中央部分进行合成。由于 中央部分激光能量分布较为均匀,阵列的填充因子 得到了提高,远场能量更多地集中到中央主瓣内。 但由于只选取中央部分光束进行截断,相干合成的 远场光束的功率值势必会受到影响。

Vorontsov 等<sup>[25]</sup>推导出高斯光束阵列的最佳截断条件,国防科技大学也利用解析推导的方法计算了7光束合成的最佳截断条件为0.97<sup>[26]</sup>。

针对 19 束激光阵列,通过模拟仿真的方法推论 出最佳截断条件。如果单元光束出光截断半径为 *a*,高斯光束的束腰半径为 *w*<sub>0</sub>,则定义截断参数 *f* 满足

$$f = w_0 / a_{\circ} \tag{4}$$

使用桶中功率作为评价标准,即远场平面内实际光束在某一规范桶内的功率,这里选用比较常见的规范桶尺寸 0.53λL/2w<sub>0</sub>(其中λ为激光波长,L 为光束传输距离)<sup>[26]</sup>。

图 2 给出了仿真计算得到的不同截断因子下的 桶中功率,为保证 19 束单元光束的高能量集中度, 选取图 2 中的最高功率点处的截断因子 0.88 作为 最佳截断因子,在充分考虑实际工程的机械误差和 设备壁厚的情况下,用以指导相干合成系统的设计 和操作。





on power in bucket

## 3.2 角度抖动仿真

在实际工程中,19 束光束单元并不能完全平行 出射。假设中心光束保持平行出射,作为一个标准 光轴,而其余每个光束单元与标准光轴的夹角随机, 表现为角度的抖动。

本节依然把桶中功率占比为86.5%作为截断条 件的标准<sup>[27-29]</sup>,仿真研究了不同范围内单元光束随





机倾斜角对远场桶中功率占比的影响,如图 3 所示。 实线为 86.5%的桶中功率占比线,分别模拟仿真了 倾斜角随机范围为 0°~1°,1°~2°,2°~3°和 3°~4°, 选择桶中功率占比大于 86.5%的部分,粗略估计倾 斜角约在 0°~4°之间。

细化角度范围分区,对角度随机选取1000次并 取桶中功率数值平均值,进行数值拟合,计算达到截 断标准功率占比为86.5%时,倾斜角随机选取范围 上限约为3.2°。

#### 3.3 相位抖动仿真

19 束激光阵列相干合成的过程除了单元光束 存在轴向倾斜角以外,角度误差还包含相位残差。 假设中间光束初始相位残差为0,其余18 单元光束 相对中心光束存在0~π/6 范围的随机相位残差,与 无相位残差的19 束激光阵列远场光斑分布进行对 比,如图4 所示。

当19 束光束各自的相位残差在 0~π/6 范围内 随机取值时,对比规范桶尺寸 0.53λL/D(其中 λ 为 激光波长,L 为光束传输距离,D 为发射光束口 径)。19 个单元光束间无相位残差时,远场光斑可 以很好地合束,并得到高功率、高光束质量的激光, 但当出现 0~π/6 范围的随机相位残差时,光斑明显 不能很好地合束,峰值功率降低,中心光斑的总功率 和平均光强也会受到影响,从而造成光束能量分散, 影响相干合成效率。

如图 5 所示,假设 19 束单元光束处于同一个残 差范围,仿真远场桶中功率占比。当选择不同角度 的残差范围时,可以发现随着角度范围的逐渐增大, 桶中功率占比呈下降趋势。以无相位残差的情况作 为标准情况,认为桶中功率无法达到标准情况的 80%时的相位残差误差是不可容忍的,此时的相位 残差上限为 2π/3。



图 4 随机相位残差对应的归一化远场分布。(a)无相位差情况;(b)相位差为 0~π/6 的情况

Fig. 4 Normalized far-field distributions corresponding to random phase residuals. (a) Without phase difference;

(b) phase difference within range of  $0\text{-}\pi/6$ 





在实际发射系统中,光学抖动是不可避免的,特别是在光学跟瞄系统中,相位残差带来的跟踪抖动 使传输光束发生漂移及扩展,从而对整个系统工程 造成严重的影响<sup>[30]</sup>。

## 3.4 湍流仿真

相干合成光束在长距离的自由空间传输过程中,

由于存在大气湍流的扰动,相位发生畸变,光束不均 匀分布。

使用与 Kolmogorov 湍流理论匹配的随机复数的 *n* 阶矩阵来模拟大气湍流的相位光栅<sup>[28]</sup>。根据 von Karman 相位功率谱理论<sup>[31]</sup>以及 Tatarskii 引入的内 尺度概念,相位功率谱密度  $\varphi_n(\kappa)$ 可以表示为

$$\varphi_n(\boldsymbol{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \cdot (\boldsymbol{\kappa}^2 + \boldsymbol{\kappa}_0^2) \frac{11}{6} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\kappa}^2}{\boldsymbol{\kappa}_m^2}\right),$$
(5)

式中: $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ , $\kappa_m = 5.92/l_0$ , $L_0$ 和 $l_0$ 分别为湍 流的外尺度和内尺度; $\kappa$ 表示空间波数; $C_n^2$ 是大气 折射率结构常数,表示湍流强度。在强湍流、中等湍 流和弱湍流 3 种湍流强度下进行了数值模拟,大气 折射率结构常数 $C_n^2$ 分别为  $1 \times 10^{-13}$ , $1 \times 10^{-14}$ , $1 \times 10^{-15}$  m<sup>-2/3[32]</sup>。除了结构常数外,这 3 个相位屏的 基本参数都是相同的。在产生相位屏的过程中,湍 流的外尺度为 1 m,内尺度为 10  $\mu$ m,入射光的波长 为 1064 nm。





(b) moderate turbulence; (c) strong turbulence

强弱不同的大气湍流会对相干合成光束产生扰动,从而影响中心功率和相干效率。图6给出不同 湍流条件下的远场光场,由于大气的折射率常数与 高度、温度等都密切相关,本研究只对一般情况进行 模拟仿真。可以发现,弱湍流下,光斑边缘粗糙,并 出现光晕;中等湍流下,光晕变大,光束质量变差;强 湍流条件下,光束质量极差,无法聚焦,且出现中心 位置畸变,达不到相干合成的要求。因此,在设计相 干合成系统过程中,为了降低湍流对相干合成光束 的扰动影响,可以使用自适应算法<sup>[33-35]</sup>。

## 4 结 论

光纤激光相干合成是突破单路光纤激光功率极限和实现更高的输出功率的有效技术方案,是传统高功率激光系统走向激光相控阵高功率光纤激光系统的重要基础。基于光纤输出为基模的前提对光束进行相干合成,以19束激光阵列相干合成系统为例,对影响多孔径激光阵列相干合成的多种因素进行模拟仿真分析,用以指导激光阵列相干合成系统的设计与操作。

在 19 束激光阵列相干合成系统中,最终合成光 束受到径向距离和出射面光束倾斜偏角的影响。最 佳截断条件的截断因子为 0.88,单元光束的倾斜角 度不得超过 3.2°,相位残差的范围不得超过 2π/3。

当然实际工程中可能会遇到更多的实际问题, 光纤中存在的各种高阶模式、各种高阶模式的比例 也会对最终合成效果造成影响。下一步研究工作将 考虑高阶模式的影响,同时考虑大气湍流对相干光 束的扰动影响,力争为光纤激光相干合成的进一步 应用提供基础。

## 参考文献

- [1] Cheng X, Wang J L, Liu C H. Beam combining of high energy fibre lasers [J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(1): 0103011.
  程雪,王建立,刘昌华.高能光纤激光器光束合成技 术[J]. 红外与激光工程, 2018, 47(1): 0103011.
- [2] Yang C S, Xu S H, Zhou J, et al. Research advance on the key technology of high-power fiber laser materials and components [J]. Scientia Sinica (Technologica), 2017, 47(10): 1038-1048.
  杨昌盛,徐善辉,周军,等.大功率光纤激光材料与 器件关键技术研究进展[J].中国科学:技术科学, 2017, 47(10): 1038-1048.
- [3] Chen Z L, Lei C M, Wang Z F, *et al*. High beam quality fiber laser synthesis of more than 14 kW on a  $7 \times 1$  optical fiber power combiner with 50  $\mu$ m output fiber [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(4): 0415001.

陈子伦, 雷成敏, 王泽锋, 等. 基于输出光纤为 50 μm的 7×1 光纤功率合束器实现大于 14 kW 的高 光束质量光纤激光合成[J]. 中国激光, 2018, 45 (4): 0415001.

Li Y Z, Fan D Y. Beam combining of fiber laser[J].
 Laser & Optoelectronics Progress, 2005, 42(9): 26-29.

李永忠,范滇元.光纤激光器光束的叠加技术[J]. 激光与光电子学进展,2005,42(9):26-29.

- [5] Zheng Y, Yang Y F, Zhao X, et al. Research progress on spectral beam combining technology of high-power fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201002.
  郑也,杨依枫,赵翔,等.高功率光纤激光光谱合成 技术的研究进展[J].中国激光, 2017, 44(2): 0201002.
- [6] Gao W Q. The nonlinearity and heat effect in double-clad fiber laser with high power [J]. Laser & Infrared, 2006, 36(9): 829-832.
  高伟清.大功率双包层光纤激光器的非线性和热效应[J].激光与红外, 2006, 36(9): 829-832.
- [7] Geng C, Yang Y, Li F, et al. Research progress of fiber laser coherent combining [J]. Opto-Electronic Engineering, 2018, 45(3): 170692.
  耿超,杨燕,李枫,等.光纤激光相干合成研究进展 [J].光电工程, 2018, 45(3): 170692.
- [8] Jiang M, Ma P F, Zhou P, et al. Performance of laser beam combination system based on brightness
  [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(7): 0714001.
  姜曼,马鹏飞,周朴,等.基于亮度的激光光束合成 系统性能[J].光学学报, 2017, 37(7): 0714001.
- [9] Weyrauch T, Vorontsov M A, Carhart G W, et al. Experimental demonstration of coherent beam combining over a 7 km propagation path[J]. Optics Letters, 2011, 36(22): 4455-4457.
- [10] Yu C X, Augst S J, Redmond S M, et al. Coherent combining of a 4 kW, eight-element fiber amplifier array[J]. Optics Letters, 2011, 36(14): 2686-2688.
- [11] Ma Y X, Si L, Zhou P, *et al*. The key technologies in coherent beam combination of high power fiber laser[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012, 34(1): 38-42.
  马阎星,司磊,周朴,等.高功率光纤激光相干合成 关键技术[J]. 国防科技大学学报, 2012, 34(1): 38-42.
- [12] Wang X L, Zhou P, Su R T, et al. Current situation, tendency and challenge of coherent combining of high power fiber lasers [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(2): 0201001.
  王小林,周朴, 粟荣涛,等.高功率光纤激光相干合成的现状、趋势与挑战[J].中国激光, 2017, 44(2):

0201001.

- [13] Xue Y H, He B, Zhou J, et al. High power passive phase locking of four Yb-doped fiber amplifiers by an all-optical feedback loop[J]. Chinese Physics Letters, 2011, 28(5): 054212.
- [14] Flores A, Ehrehreich T, Holten R, et al. Multi-kW coherent combining of fiber lasers seeded with pseudo random phase modulated light [J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9728: 97281Y.
- [15] Liu Y. The first 2 megawatts fiber laser officially installed to break the foreign technology monopoly
  [J]. China Plant Engineering, 2017(1):4.
  刘毅.首台2万瓦光纤激光器正式装机 打破国外技术垄断[J].中国设备工程,2017(1):4.
- [16] Nilsson J, Sahu J K, Jeong Y, et al. High-power fiber lasers: new developments [J]. Proceedings of SPIE, 2003, 4974:50-59.
- [17] Lou Q H, Zhou J, Zhu J Q, et al. Recent progress of high-power fiber lasers [J]. Infrared and Laser Engineering, 2006, 35(2): 135-138.
  楼祺洪,周军,朱健强,等.高功率光纤激光器研究 进展[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(2): 135-138.
- [18] Xiao R, Hou J, Jiang Z F. Coherent combining of fiber lasers [J]. Laser Technology, 2005, 29(5): 516-518, 532.
  肖瑞,侯静,姜宗福.光纤激光器的相干合成技术 [J].激光技术, 2005, 29(5): 516-518, 532.
- [19] Fan X Y. Research of active phase-locking fiber laser coherent combining technique [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010: 5-9.
  范馨燕.主动锁相光纤激光相干合成技术研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学, 2010: 5-9.
- [20] Li X K, He Y T. Performance of stochastic parallel gradient descent algorithm in coherent combination
  [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(12): 1201001.
  李兴珂,何云涛.相干合成中的随机并行梯度下降算 法性能研究[J].光学学报, 2016, 36(12): 1201001.
- [21] Zhang S, Zhang J W, Mu J, et al. Dynamical phase error control and bandwidth analysis for coherent beam combination based on stochastic parallel gradient descent algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(5): 0514003.

张森,张军伟,母杰,等.基于随机并行梯度下降算 法的相干合成动态相差控制与带宽分析[J].光学学 报,2018,38(5):0514003.

[22] Zhou P, Liu Z J, Xu X J, *et al*. Numerical analysis of the effects of aberrations on coherently combined fiber laser beams[J]. Applied Optics, 2008, 47(18): 3350-3559.

- [23] Tang Q J, Shi X C, Hu Q Q. Effect of the filled factor on the far field profiles of laser beam combination[J]. Journal of Propulsion Technology, 2007, 28(5): 566-569.
  唐前进,施翔春,胡企铨.填充因子对激光组束远场 功率分布的影响[J]. 推进技术, 2007, 28(5): 566-569.
- [24] Yan A M, Liu L R, Liu D A, et al. Recent progress in phase-locking and aperture filling of fiber laser arrays[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2008, 45(8): 33-39.
  闫爱民,刘立人,刘德安,等.光纤激光阵列锁相和 孔径装填技术研究进展[J].激光与光电子学进展, 2008, 45(8): 33-39.
- [25] Vorontsov M A, Lachinova S L. Laser beam projection with adaptive array of fiber collimators. I. Basic considerations for analysis [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(8): 1949-1959.
- [26] Zhou P, Wang X L, Ma Y X, et al. Optimal truncation of element beam in a coherent fiber laser array[J]. Chinese Physics Letters, 2009(4): 116-118.
- [27] Du X W. Factors for evaluating beam guality of a real high power laser on the target surface in far field[J]. Chinese Journal of Lasers, 1997, 24(4): 327-332.
  杜祥琬. 实际强激光远场靶面上光束质量的评价因素[J]. 中国激光, 1997, 24(4): 327-332.
- [28] He Y X. Study of evaluating and measuring laser beam quality[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2012: 3-6.
  贺元兴.激光光束质量评价及测量方法研究[D]. 长 沙:国防科技大学, 2012: 3-6.
- [29] He Y X, Li X Y. Study on standard for evaluating the far-field energy focusability of laser beams [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49 (5): 051403.
  贺元兴,李新阳.激光束远场能量集中度的评价指标 探讨 [J].激光与光电子学进展, 2012, 49 (5): 051403.
- [30] Liu Z J, Zhou P, Xu X J. Study on universal standard for evaluating high energy beam quality[J]. Chinese Journal of Lasers, 2009, 36(4): 773-778.
  刘泽金,周朴,许晓军.高能激光光束质量通用评价 标准的探讨[J]. 中国激光, 2009, 36(4): 773-778.
- [31] Huang Y B, Wang Y J. The effect of tracking jitter on the beam spreading induced by atmospheric

turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(2): 152-156.

黄印博,王英俭.跟踪抖动对激光湍流大气传输光束 扩展的影响[J].光学学报,2005,25(2):152-156.

- [32] McKechnie T S. General theory of light propagation and imaging through the atmosphere [M]. Cham: Springer, 2016:162-165.
- [33] von Kármán T. Progress in the statistical theory of turbulence[J]. Proceedings of the National Academy

of Sciences, 1948, 34(11): 530-539.

- [34] Fu S Y, Wang T L, Zhang S K, et al. Non-probe compensation of optical vortices carrying orbital angular momentum[J]. Photonics Research, 2017, 5 (3): 251-255.
- [35] Fu S Y, Gao C Q. Influences of atmospheric turbulence effects on the orbital angular momentum spectra of vortex beams [J]. Photonics Research, 2016, 4(5): B1-B4.