

基于光谱烧孔效应的激光稳频技术研究进展

韩琳^{1*}, 林弋戈², 杨晶¹, 蓝英杰¹, 李烨², 王小军¹, 薄勇¹, 彭钦军¹

¹中国科学院理化技术研究所功能晶体与激光技术重点实验室激光物理与技术研究中心, 北京 100190;

²中国计量科学研究院时间频率计量研究所, 北京 100029

摘要 基于低温稀土离子掺杂晶体中的光谱烧孔效应的激光稳频技术,以低温下稀土离子掺杂晶体中的光谱烧孔为频率锁定参考,有更低的热噪声极限,而且,与基于法布里-珀罗参考腔的激光稳频技术相比,该技术具有对外界温度、压力和加速度的变化更不敏感的优势,因此其频率稳定度理论上可达 10^{-17} 量级,能实现与法布里-珀罗参考腔可比拟甚至超越的稳频效果。从理论原理、技术实现、国内外研究进展几方面介绍了基于光谱烧孔效应的激光稳频技术,并对其在频率稳定技术领域的发展前景进行了展望。

关键词 激光技术; 激光稳频; 稀土离子掺杂晶体; 光谱烧孔效应; 半导体激光器; 染料激光器

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.110003

Research and Development on Laser Frequency Stabilization Based on Spectral Hole-Burning Effect

Han Lin^{1*}, Lin Yige², Yang Jing¹, Lan Yingjie¹, Li Ye², Wang Xiaojun¹,
Bo Yong¹, Peng Qinjun¹

¹Research Center of Laser Physics and Technology, Key Laboratory of Functional Crystal and Laser Technology, Technical Institute of Physics and Chemistry, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

²Time and Frequency Division, National Institute of Metrology, Beijing 100029, China

Abstract Laser frequency stabilization based on the spectral hole-burning effect in the cryogenic rare-earth-ion-doped crystal makes use of the spectral holes in the absorption of doped ions as the frequency reference. This technique has a low thermal noise limit. In comparison with the laser frequency stabilization technique based on the Fabry-Perot cavity, the proposed laser frequency stabilization technique is more insensitive to temperature, pressure, and acceleration, thereby featuring its viability to let frequency stabilization reach the theoretical limit of 10^{-17} , which is comparable or even beyond with that of a Fabry-Perot cavity. The laser frequency stabilization technique based on spectral hole-burning effect is introduced from the aspects of theoretical principle, technical realization, and research progress at home and abroad. Furthermore, its development trend in the field of frequency stabilization is prospected.

Key words laser technology; laser frequency stabilization; rare-earth-ion-doped crystal; spectral hole-burning effect; diode lasers; dye lasers

OCIS codes 140.3425; 160.5690; 300.6460; 140.2020; 140.2050

1 引言

频率超稳定的窄线宽激光具有较低的相位噪声,因此在相干传感探测、光通信、光钟和超高精度原子分子光谱测量等领域具有重要的应用^[1-5]。所

有基本物理单位中,时间频率的测量准确度最高,基于离子光钟或原子光晶格钟的光频标是公认的下一代频率基准,而光频标的本地振荡器为超稳激光器^[6-7]。

光频标的原子伺服系统通过比较超稳激光器的

收稿日期: 2018-11-22; 修回日期: 2019-01-05; 录用日期: 2019-01-07

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(11504390)

* E-mail: hanlin@mail.ipc.ac.cn

频率与原子跃迁频率的差来修正超稳激光器的频率,最终达到闭环锁定的目的。目前,光频标的短期稳定度由本地振荡器的稳定度决定,本地振荡器是基于超稳法布里-珀罗(F-P)参考腔稳频的超稳激光器,其中部分激光器的稳定度和线宽已经达到了参考腔的热噪声极限^[8-9]。这种噪声是由于组成参考腔的腔体、反射镜基底和反射镜镀膜的材料中原子的布朗运动造成参考腔的腔长变化而产生。通过增加腔长、增大腔模尺寸、寻找热噪声低的材料等方法,可以减小腔的热噪声,目前这些方法已经应用到现有系统中^[10-12]。然而,由于技术条件的限制,进一步提高性能还需要找到突破这个噪声极限的新方法。

基于低温稀土离子掺杂晶体中的光谱烧孔效应的激光稳频技术是20世纪末发展起来的一种新型稳频技术。它以低温下稀土离子掺杂晶体中的光谱烧孔为频率锁定参考,相比于F-P腔有着更低的热噪声极限^[13-14]。2013年,美国国家标准与技术研究所(NIST)的Thorpe团队基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术使秒稳定度达到约 6×10^{-16} 的水平,接近于新一代基于长F-P超稳腔的钟跃迁超稳激光器的秒稳定度($2 \times 10^{-16} \sim 3 \times 10^{-16}$)。通过测量其热噪声极限可知,基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频系统有潜力达到更高的稳定度^[15]。另外,环境适应性也是激光稳频技术亟需突破的一个应用难题^[16]。相比于F-P腔稳频,基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术具有对温度、压力和加速度的变化更不敏感的优势,因此在减振控制和温度控制方面的要求也比F-P超稳腔低,更适用于实际应用。本文从理论原理、技术实现、国内外研究进展等方面介绍了基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术,并对其在频率稳定技术领域的发展前景进行了展望。

2 基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频的理论原理

稀土离子由于自身的偶极振荡作用,会产生均匀展宽。当离子掺杂的晶体材料处于超低温环境时,该展宽值可以低于100 kHz;另外,由于晶格缺陷等离子所处基质环境是非均匀的,离子吸收谱线被非均匀展宽。不同材料的非均匀展宽有很大差别,一般稀土氧化物晶体的非均匀展宽在几十吉赫兹到几百吉赫兹量级。当激光入射到这样的稀土离子掺杂晶体材料时,晶体中的离子会在非均匀吸收

谱的范围内对激光进行共振吸收,从基态跃迁到激发态,并产生光致物理变化,使得晶体对激光的吸收在激发频率处减小,产生所谓的烧孔效应,如图1所示。依据光量子理论模型,激光照射到具有光谱烧孔效应的晶体中时,输入的激光场与原子产生场的相互作用过程用Rabi频率 Ω 表示,如图2所示,图中 u 、 v 是与时间 t 、位置 z 相关的Bloch矢量, ν 为频率坐标, Ω_{re} 为输入激光场, Ω_{atoms} 为原子产生的场, $\Omega_{net} = \Omega_{re} + \Omega_{atoms}$ 为激光通过原子后的合成场。如果在激光照射晶体时突然关闭输入激光,原子产生的场仍会持续一段时间才消失,并且与之前的光相位相同,持续时间反比于烧孔宽度 $T_2 = 2/\Gamma_h$, T_2 为横向弛豫时间,又称解相时间,对应电偶极矩或极化强度的衰减, Γ_h 为烧孔宽度。如果在激光照射晶体时入射光突然发生相位跳变,原子发射的光场 Ω_{atoms} 会保持原来的相位,直到 $T_2 = 2/\Gamma_h$ 后才能建立新的稳态,则合成场 $\Omega_{net} = \Omega_{re} + \Omega_{atoms}$ 将产生相位偏移。

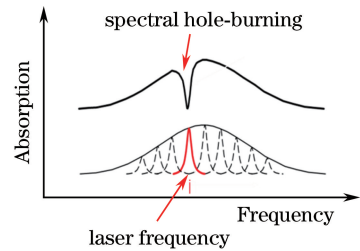


图1 光谱烧孔示意图

Fig. 1 Diagram of spectral hole-burning

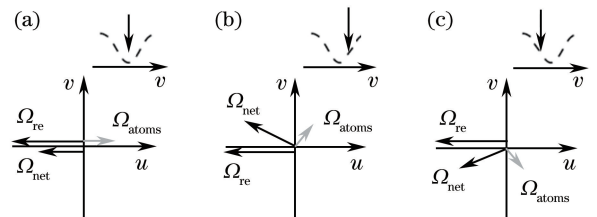


图2 入射激光与光谱烧孔相互作用示意图。(a)激光频率与光谱烧孔中心频率相同;(b)激光频率大于光谱烧孔中心频率;(c)激光频率小于光谱烧孔中心频率

Fig. 2 Diagram of interaction between incident laser and spectral hole-burning. (a) Laser frequency equal to central frequency of spectral hole-burning; (b) laser frequency higher than central frequency of spectral hole-burning; (c) laser frequency lower than central frequency of spectral hole-burning

光谱烧孔代替F-P腔作为频率锁定参考,它和F-P腔稳频的相同之处如下:1)入射场、原子产生的场和合成场的情况相同;2)光谱烧孔相当于F-

P腔内的稳定场,可提供频率参考;3)都采用 Pound-Drever-Hall(PDH)稳频方法来获得误差信号;4)发生相位或频率突变的入射激光与原场相互作用,产生误差信号;5)均需在特定时间内完成稳频操作,即必须新的稳态建立之前稳频。

光谱烧孔代替 F-P 腔作为频率锁定参考,它和 F-P 腔稳频的不同之处如下:1) F-P 腔稳频中,当 F-P 腔线宽远小于 PDH 调制频率时,调制边带与 F-P 腔不共振,因此边带不会存储在 F-P 腔中,但光谱烧孔稳频中,由于非均匀展宽,利用 PDH 调制边带与部分原子共振,自身产生烧孔;2) F-P 稳频只涉及光场之间的相互作用,而光谱烧孔涉及光与原子的相互作用,理论较复杂。

Julsgaard 等^[17-18]对基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频原理进行了详细的理论研究,他们从 Maxwell-Bloch 方程出发,推导出吸收率的表达式,进而得到输出功率和透射系数的表达式。

首先,对于原子二能级系统,激光沿 z 方向传输,一维 Maxwell-Bloch 方程为

$$\frac{\partial}{\partial t}(u - iv) = -\left(\frac{\Gamma_h}{2} + i\Delta\right)(u - iv) - i\Omega w, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}w = \frac{i}{2}[\Omega(u + iv) - \Omega^*(u - iv)] - \frac{1}{T_1}(1 + w), \quad (2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{n_b}{c} \frac{\partial}{\partial t}\right)\Omega = \frac{i\alpha_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta)(u - iv)d\Delta, \quad (3)$$

式中: (u, v, w) 是与时间 t 、位置 z 和失谐 Δ 相关的 Bloch 矢量分量值;电场表达式为 $\Omega(z, t) = \mu\varepsilon(z, t)/\hbar$,其中 ε 为复电场, μ 为电偶极距; T_1 为跃迁能级寿命; n_b 为非吸收背景原子的折射率; c 为光速; $g(\Delta)$ 为描述原子非均匀分布的无量纲函数, $g(\Delta)$ 与跃迁频率为 Δ 的原子数目成正比;如果 α_0 为弱激光场下测量的频率为 Δ_0 的吸收系数,则 $g(\Delta_0) = 1$ 。(3)式中对 Δ 的积分有效地考虑了所有原子的极化在位置 z 、时间 t 的电场的贡献。

在线性稳态下考虑(1)~(3)式,将(1)式代入(3)式,并且将电场用傅里叶分量表示为

$$\Omega(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Omega(z, \omega) \exp(-i\omega t) d\omega, \omega \text{ 为频率,}$$

(3)式在傅里叶空间可表达为

$$\frac{\partial}{\partial z}\Omega(z, \omega) = -\frac{\alpha_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\Delta)d\Delta}{\frac{\Gamma_h}{2} + i(\Delta - \omega)} \Omega(z, \omega) \equiv$$

$$-\frac{\alpha_R(\omega) + \alpha_I(\omega)}{2} \Omega(z, \omega), \quad (4)$$

式中: $\alpha_R(\omega)$ 和 $\alpha_I(\omega)$ 分别表示吸收系数的实部和虚部。对于电场的单频成分 $\Omega(z, \omega) = A(z, \omega) \exp[-i\Phi(z, \omega)]$ 有如下关系:

$$\frac{\partial A(z, \omega)}{\partial z} = -\frac{\alpha_R(\omega)}{2} A(z, \omega), \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi(z, \omega)}{\partial z} = +\frac{\alpha_I(\omega)}{2}. \quad (6)$$

该模型的目的是模拟输入激光场的频率变化,将此光场按照(5)式和(6)式传输,通过原子介质,最终由输出场得到对稳频有用的误差信号。

为了描述光谱烧孔的效果,需要将前面的运算继续精确化。除了考虑基态能级 $|g\rangle$ 、激发态能级 $|e\rangle$,还要增加考虑暂存态 $|r\rangle$,如图 3 所示,此时,Maxwell-Bloch 方程改写为

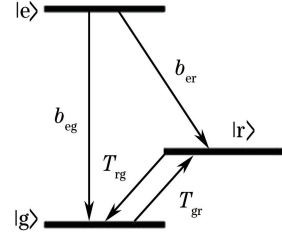


图 3 光谱烧孔离子能级结构图

Fig. 3 Energy-level structure of ions for spectral hole-burning

$$\frac{\partial}{\partial t}(u - iv) = -\left(\frac{\Gamma_h}{2} + i\Delta\right)(u - iv) - i\Omega(\rho_e - \rho_g), \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_e}{\partial t} = \frac{i}{4}[\Omega(u + iv) - \Omega^*(u - iv)] - \frac{1}{T_1}\rho_e, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} = -\frac{i}{4}[\Omega(u + iv) - \Omega^*(u - iv)] + \frac{b_{eg}}{T_1}\rho_e - \frac{1}{T_{gr}}\rho_g + \frac{1}{T_{rg}}\rho_r, \quad (9)$$

$$\frac{\partial \rho_r}{\partial t} = \frac{b_{er}}{T_1}\rho_e + \frac{1}{T_{gr}}\rho_g - \frac{1}{T_{rg}}\rho_r, \quad (10)$$

式中: b_{eg} 和 b_{er} 分别表示 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 和 $|e\rangle \rightarrow |r\rangle$ 的跃迁分支比; T_{gr} 和 T_{rg} 分别为 $|g\rangle \rightarrow |r\rangle$ 以及反方向的弛豫时间; ρ_e 、 ρ_g 、 ρ_r 分别表示 3 个对应能级的离子布局数。

假设 Ω 只与 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 的跃迁匹配耦合, u 和 v 对应此跃迁。对于均匀展宽 Γ_h 存在 $\Gamma_h/2 =$

$1/T_2 = 1/T_2^{(0)} + 1/2T_{gr}$, $T_2^{(0)}$ 为不考虑基态弛豫的情况下 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 光跃迁的相干时间, $1/2T_{gr}$ 项考虑了基态的有限寿命。

根据具体情况, 可作 T_{rg}, T_{gr} 远大于 T_2 的近似处理, 当激光主动稳频在线宽小于 Γ_h 的谱线上时, 还可以假设零级起始点 $\Omega = \Omega_0 \exp(-i\Delta_0 t)$, 此时激光很好地稳定运转于 Δ_0 单频。如果从这个起始点开始的频率变化非常小, 离子数布局几乎接近稳态值, 则可计算得到二能级的离子布局数差值, 即

$$\rho_g - \rho_e = G \left[1 - d_{\text{hole}} \frac{\frac{\Gamma_{\text{hole}}^2}{4}}{\frac{\Gamma_{\text{hole}}^2}{4} + (\Delta - \Delta_0)^2} \right], \quad (11)$$

式中: $d_{\text{hole}}, \Gamma_{\text{hole}}$ 分别为烧孔的相对孔深和半峰全宽 (FWHM) 孔宽, 表达式为

$$\begin{cases} d_{\text{hole}} = \frac{(1+R) \frac{S_0}{2}}{1 + (1+R) \frac{S_0}{2}}, \\ \Gamma_{\text{hole}} = \Gamma_h \sqrt{1 + (1+R) \frac{S_0}{2}} \end{cases}, \quad (12)$$

其中 S_0 为共振饱和参数, 用来描述原子被共振激发到激发态的概率, 表达式为

$$S_0 = |\Omega_0|^2 T_1 T_2. \quad (13)$$

稳态时 $\Delta = \Delta_0, \rho_e/\rho_g = (S_0/2)/[1 + (S_0/2)]$ 。

对于(7)~(10)式定义两个参数 R 和 G , G 表示当没有激光照射时基态为平衡态的情况下或者失调 ($\Delta - \Delta_0$ 非常大) 情况下的原子部分, R 表示原子被暂存态 $|r\rangle$ 捕获的可能性, 可称为捕获参数, 两者表达式为

$$R = \left(1 + \frac{b_{er} T_{rg}}{T_1} \right) \left(1 + \frac{T_{rg}}{T_{gr}} \right)^{-1}, G = \left(1 + \frac{T_{rg}}{T_{gr}} \right)^{-1}. \quad (14)$$

由(12)式可以看出, 深且宽的光谱烧孔可在两种情形下产生: 1) 强激光场、大共振饱和参数 S_0 和小捕获参数 R ; 2) 捕获参数 R 很大 (即使很弱的激光场 $S_0 \ll 1$ 也能够形成一个深且宽的烧孔)。

将(3)式、(4)式和(7)~(10)式联立可得:

$$g(\Delta) = \frac{\rho_g - \rho_e}{G} = 1 - \frac{d_{\text{hole}} \frac{\Gamma_{\text{hole}}^2}{4}}{\frac{\Gamma_{\text{hole}}^2}{4} + (\Delta - \Delta_0)^2}. \quad (15)$$

(4)式和(15)式中, $g(\Delta)$ 函数描述了实际参与 $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ 两能级跃迁的原子数目, 暂存态的离子数捕获和饱和效应 (激发态的离子数捕获) 被同时合并入 $g(\Delta)$ 函数, 易将(4)式所描述的低饱和情况下的线性两能级结果引入到三能级系统(7)~(10)式中。另外, 对于(15)式还存在一个重要近似: d_{hole} 和 Γ_{hole} 都与共振饱和参数 S_0 相关, 如果光学深度 $\alpha_0 L$ 太大, S_0 则与 z 相关, 此时不能再使用不含 z 变量的 $g(\Delta)$ 函数, 因此实际应用中(15)式主要针对 $\alpha_0 L$ 和单位长度差别不太大的情况。

通过透射系数 η_i 和相位漂移 Φ_i 描述光谱烧孔的吸收和色散, 其中 $i = c, s$, 分别表示载波和旁瓣。

$$\eta_i(\omega) = \exp \left\{ -\frac{\alpha_0 L}{2} \left[1 - \frac{0.25 \Gamma_{\text{hole},i} (\Gamma_{\text{hole},i} + \Gamma_h) d_{\text{hole},i}}{0.25 (\Gamma_{\text{hole},i} + \Gamma_h)^2 + \omega^2} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$\Phi_i(\omega) = -\frac{\alpha_0 L}{2} \times \frac{0.5 \Gamma_{\text{hole},i} d_{\text{hole},i} \omega}{0.25 (\Gamma_{\text{hole},i} + \Gamma_h)^2 + \omega^2}. \quad (17)$$

将被调制的光场先通过样品, 再通过光电探测收集, 探测得到频率为 ω_m 处的输出功率为

$$P_m^{(\text{out})}(t) = 4P^{(\text{in})} J_0 J_1 \text{Re} \{ T(\omega) \cdot \varepsilon \omega \exp(-i\omega t) \} \cdot \sin(\omega_m t), \quad (18)$$

$$T(\omega) = \frac{\eta_c(\omega) \eta_s(0) \exp[i\Phi_c(\omega)] - \eta_c(0) \eta_s(\omega) \exp[i\Phi_s(\omega)]}{i\omega + T_{rg}^{-1}}, \quad (19)$$

式中: $P^{(\text{in})}$ 为全部输入功率; J_0 和 J_1 是与调制指数 m 相关的贝塞尔函数; $T(\omega)$ 为测量功率在谐振频率的透射函数。

由(19)式可以得到如下结论: 1) 增大输入光功率 $P^{(\text{in})}$, 输出光功率 $P^{(\text{out})}$ 必然增大, 从而可以得到更强的误差信号, 但是仅仅单纯地增加输入光功率, 由(13)式可得, S_0 会增加, 从而导致烧孔变宽, 因此会导致误差信号斜率减小。为了补偿误差信号斜率, 可以增大系统增益, 但这样也会同时增大噪声。如果在增加输入光功率的同时, 增大光斑面积 A , 光功率密度不变, 就会对结果有有益的帮助。2) 当载波与边带功率相同时, 即 $\eta_c = \eta_s, \Phi_c = \Phi_s$, 此时误差信号为零。

3 基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频的技术实现

基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频是以低温下对应目标波长的稀土离子光谱烧孔为频率

锁定参考,利用 PDH 技术来获得误差信号,通过伺服控制器反馈控制激光频率实现闭环锁定^[19-29]。

目前,基于低温稀土离子掺杂晶体光谱烧孔效应的激光稳频技术采用的离子主要有 Eu^{3+} 离子^[14-15,27-28]、 Tm^{3+} 离子^[19-20,24]、 Er^{3+} 离子^[21-23,30] 和 Pr^{3+} 离子^[17,29],它们掺杂的基质材料以及对应的锁频波长被归纳整理于表 1 中。

当然,由于大部分稀土离子都具有光谱烧孔特性,但对应的波长和能级寿命不同,因此根据实际应用要求,可选的晶体材料还有很多,故利用基于光谱烧孔效应的激光稳频技术可以实现的稳频波长也有很多^[31]。

表 1 基于低温稀土离子掺杂晶体光谱烧孔效应的激光稳频技术的研究材料

Table 1 Materials for laser frequency stabilization based on spectral hole-burning effect in cryogenic rare-earth-ion-doped crystals

Ion	Locked wavelength /nm	Energy-level-transition	Host material
Eu^{3+}	580	${}^7\text{F}_0 \rightarrow {}^5\text{D}_0$	Y_2SiO_5
Tm^{3+}	793	${}^3\text{H}_6 \rightarrow {}^3\text{H}_4$	YAG、 CaF_2
Er^{3+}	1550	${}^4\text{I}_{15/2} \rightarrow {}^4\text{I}_{13/2}$	Y_2SiO_5
Pr^{3+}	606	${}^3\text{H}_4 \rightarrow {}^1\text{D}_2$	Y_2SiO_5

基于光谱烧孔效应的激光稳频技术中,由于光谱烧孔寿命的不同,采取的锁频系统设置主要有两种:一种为直接锁定到光谱烧孔(图 4),采用的晶体为非永久(瞬态)光谱烧孔晶体^[17];另一种为先用 F-P 参考腔进行预稳定,然后再锁定到光谱烧孔(图 5)^[15],采用的晶体多数为永久烧孔的晶体。其中,EOM 为电光调制器,AOM 为声光调制器,PD 为光电探测器,Servo 为伺服控制器,DDS 为直接数字频率合成器。对于 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体光谱烧孔锁频,由于其烧孔寿命非常长(20 d),烧孔线宽非常

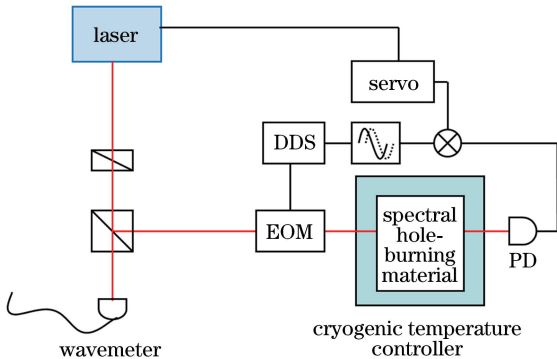


图 4 光谱烧孔稳频实验装置图

Fig. 4 Experimental setup of laser frequency stabilization based on spectral hole-burning effect

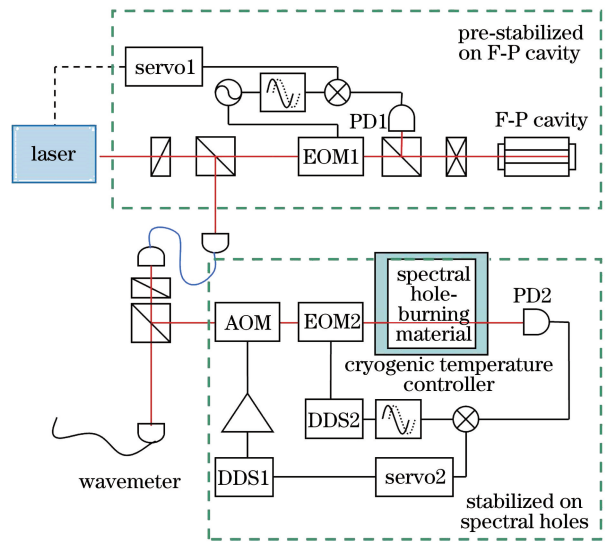


图 5 有 F-P 腔预稳的光谱烧孔稳频实验装置图

Fig. 5 Experimental setup of laser frequency stabilization based on spectral hole-burning effect with pre-stabilization on F-P cavity

窄(122 Hz)^[15],所以必须通过 F-P 腔预稳后才能制备窄线宽的烧孔作为频率参考。

4 基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术的国内外研究进展

1983 年,Drever 等^[32]基于调制解调得到了激光频率相对于 F-P 参考腔频率的误差曲线,这种方法被称为 Pound-Drever-Hall 法,简称 PDH 方法。PDH 方法开启了激光器线宽主动压缩技术的大门,此后,基于超稳 F-P 腔的超稳激光技术得到了飞速发展。

1999 年,Young 等^[33]利用 PDH 方法首次实现了亚赫兹量级的激光线宽压缩,利用复杂的隔振技术,使得一台染料激光器的稳定度达到了秒稳定度为 3×10^{-16} 。2005 年,Notcutt 等^[34]提出了一种垂直放置的参考腔,通过优化腔的结构和支撑,使腔对振动的敏感程度降低。2006 年,Hall 小组和中国科学院武汉物理与数学研究所的研究人员合作,采用有限元分析的方法,找到最优化的腔体形状和与之相对应的支撑方式^[35]。2007 年,采用这种优化参考腔的超稳半导体激光系统建成,得到了约 1×10^{-15} 的秒稳定度^[8]。之后多个实验小组采用同样的方法得到了性能类似的超稳激光系统。2011 年,美国国家标准技术研究所(NIST)与华东师范大学联合建立了新的镱原子光晶格钟跃迁探测激光系统^[7],针对腔的热噪声来源进行了优化设计,热噪声

本底为 1.4×10^{-16} , 较以前设计的系统大大降低, 锁定后 10 s 内的稳定度为 2×10^{-16} 。2012 年, 美国天体物理联合实验室 (JILA) 的铯原子光晶格钟小组设计了新的钟跃迁探测激光器^[36], 腔的热噪声降低到 1×10^{-16} 。通过原子系统测量锁定后的 10 s 内的稳定度约为 1×10^{-16} 。2011 年, 德国联邦物理技术研究院 (PTB) 研究组和 JILA 研究组采用了单晶硅这种特殊的材料制作参考腔, 并引入液氮制冷技术, 把腔的热噪声降低到 1×10^{-16} 量级^[8]。这台激光器的中心波长为 $1.5 \mu\text{m}$, 锁定后秒稳定度约 1×10^{-16} 。2017 年, PTB 研究组和 JILA 研究组建立了第 2 代硅腔系统, 频率稳定度达到了 4×10^{-17} , 为目前国际上的最稳定的腔稳激光系统^[37]。

20 世纪末, 美国率先研究基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术, 最初的研究主要是为了实际外场的应用, 因为基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术是将频率锁定在晶体内离子的低温吸收谱线上, 只需要将晶体密封于很小的低温杜瓦瓶, 控制该模块的温度即可, 对于整体的减振要求和控温要求, 实现起来比 F-P 参考腔要简单得多, 因此该技术很快地被应用于便携式超稳频单频激光器和车载稳频单频激光器等外场应用。

1999 年, 美国蒙大拿州立大学的 Cone 研究组^[19]首次报道了利用晶体烧孔效应进行激光稳频的实验。实验采用 $\text{Tm}^{3+} 0.05\% : \text{CaF}_2$ 晶体, 晶体的温度控制在 1.9 K。利用的是永久性的光谱烧孔效应, 烧孔的寿命可达到几十小时。采用 PDH 方法, 两台 798 nm 外腔半导体激光器被分别锁定到两块独立的低温晶体上, 通过两台外腔半导体激光器 (ECLD) 稳频后拍频, 测量了锁定后激光系统在 20~50 ms 时间范围稳定度约为 1×10^{-12} , 初步展示了晶体烧孔的稳频能力。

2000 年, Cone 研究组^[20]采用 $\text{Tm}^{3+} 0.1\% : \text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12} (\text{Tm}^{3+} : \text{YAG})$ 晶体进行了进一步研究。 $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$ 晶体中对应 $^3\text{H}_6 \rightarrow ^3\text{H}_4$ 跃迁的波长为 793 nm, 非均匀展宽 Γ_{inh} 约 20 GHz, 形成的烧孔的宽度约为 8 kHz, 为非永久性烧孔。首先利用没有锁定的激光器在晶体中产生烧孔, 然后把激光频率锁定到烧孔上。由于烧孔的寿命比较短, 随着激光的线宽变窄, 形成烧孔的宽度也会有一定压缩, 这样使得激光的线宽进一步变窄, 最后达到平衡。这个平衡状态由激光产生烧孔的速度和非均匀烧孔的退相干时间等因素决定。锁定后, 得到稳频系统 10 ms 时间范围的频率稳定度约为 5×10^{-14} , 相比之前的结果

得到了很大的提高。目前这个结果并不是受限于晶体烧孔本身的性质, 而是锁定环节造成的。解决这些问题后, 激光的稳定度有望达到更高。

2010 年, 综合利用 PDH 方式和光反馈方式的晶体烧孔稳频方法被报道^[38]。这种方法与利用 PDH 和光反馈方式采用 F-P 腔来进行稳频的方法非常类似, 只是把 F-P 腔换成了具有光谱烧孔的晶体。该报道中, PDH 方法只实现了闭环带宽较窄的锁定, 无法对激光器的线宽进行压缩, 晶体烧孔的透射信号直接被反馈到半导体激光器中, 形成透射光的光反馈通道, 而光反馈的增益在很宽的频谱范围内都很大, 因此有效地压缩了激光器在 5 MHz 以内的频率噪声, 激光器的噪声得到了有效的抑制。虽然从实验结果的相位噪声测量图上看, 激光的相位噪声得到了很大的抑制, 但是文章并没有对最终的稳定度进行评估和测量。

基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术虽然具有很多优点, 但在初步研究阶段所能达到的稳频效果相比 F-P 参考腔来说并无绝对优势。晶体烧孔效应用于超稳激光系统的突破出现在 2011 年, NIST 的 Thorpe 首先报道了 6×10^{-16} 的稳频结果^[15]。他们采用了两级激光稳频的方案。首先通过 PDH 方法把 580 nm 染料激光器的频率锁定到了预稳 F-P 参考腔上, 这个预稳腔采用了特别的设计, 腔体形状为球形, 对加速度变化的影响极不敏感, 因此不需要复杂的隔振机构来进行振动隔离。预稳锁定后, 激光器的稳定度达到了 10^{-14} 量级。之后, 激光入射到一块 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体上, 通过频率伺服器完成写入和稳频两个环节, 把激光器的频率锁定到了非均匀吸收带宽内的 200 个均匀分布的烧孔上。晶体所处的温度约 4.5 K, 单个烧孔的线宽达到了 500 Hz, 探测信号的信噪比达到了 1500, 锁定后的频率稳定度高达 6×10^{-16} 。这套伺服锁定系统相对于之前研究的系统复杂程度大大增加, 为了消除锁定光对烧孔的持续增宽和烧孔中心的移动, 采用了现场可编程门阵列 (FPGA) 控制的多烧孔锁定方法, 在激光把烧孔展宽之前就换到另一个烧孔上继续锁定, 通过在几百个烧孔之间随机锁定, 极大地减小了激光器的长期漂移, 并提高了系统的稳定性和可靠性。他们测量了晶体稳频对加速度的敏感程度为 $7 \times 10^{-12} / g$ (g 表示重力加速度), 相比有限元分析优化过的 F-P 腔的稳频高一个量级。并且, 估计晶体烧孔稳频的热噪声极限将优于 3×10^{-17} , 低于目前最好的超稳 F-P 参考腔。虽然目前还受有很多的技术因

素限制,但是晶体烧孔稳频体现了极大的潜力。

同年,德国杜塞尔多夫大学的 Chen 等^[27]的研究也在晶体烧孔稳频方面取得了突破,他们也采用 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体,引入了预稳 F-P 参考腔的两级激光稳频。测试了晶体稳频的温度系数为 20 Hz/mK,大大低于 ULE 材料的参考腔的温度系数。锁定到烧孔之后,激光器的频率漂移经测量只有 5 mHz/s,优于经过多层主动控温措施的超稳 F-P 参考腔,而此时晶体的温度只是经过了基本的控制。

2011 年这两个研究组所报道的工作显示:晶体烧孔稳频技术和超稳 F-P 腔稳频技术水平相当,特别指出晶体烧孔稳频技术在实际外场应用中更具有优势。

2013 年,晶体烧孔应用于超稳激光的研究又取

得重要进展^[15, 28],文中仔细分析各种环境因素对激光频率的影响,对比独立的超稳腔、铝离子光钟和氢原子钟,测量了晶体烧孔稳频的频率不确定度,为今后相关研究的开展提供了有用的基础。2015 年, Cook 等^[39]得到了短期稳定度为 $1 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ (τ 为测量时间),平均时间为 73 s 时稳定度为 8.5×10^{-17} 的研究结果。2017 年, Gobron 等^[40]研究了一种基于光谱烧孔效应的激光稳频新方法——弥散外差探测方法,该方法通过对光谱烧孔的弥散探测以及外差数字化处理来得到误差信号。目前,通过该方法初步实现了 1~100 s 时间范围内频率稳定度低于 10^{-14} 的研究结果,但是该技术在探测噪音和锁定带宽方面还有待提高。基于低温稀土离子光谱烧孔效应的激光稳频技术研究进展的一些重要信息如表 2 所示。

表 2 基于低温稀土离子掺杂晶体光谱烧孔效应的激光稳频技术研究进展

Table 2 Research progress on laser frequency stabilization based on spectral hole-burning effect in cryogenic rare-earth-ion-doped crystals

Year	Team	Laser	Stabilization wavelength / nm	Spectral Hole-burning material	Result	Method
1999	Montana State University, USA	External cavity diode laser	798	$\text{Tm}^{3+} : \text{CaF}_2$	Allan deviation of 780 ± 120 Hz for 20-50 ms integration time	Ref. [19]
2000	Montana State University, USA	External cavity diode lasers	793	$\text{Tm}^{3+} : \text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$	Stabilization to 20 Hz on 10 ms time scale	Ref. [20]
2001	Montana State University, USA	Diode lasers	1536	$\text{Er}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Allan deviation of 500 Hz for 2 ms integration time drift of 7 kHz/min over several minutes	Ref. [21], [22], [23]
2002	Montana State University, USA	Diode lasers	1537	$\text{Er}^{3+} : \text{KTP}$	200 Hz at 1.5 μm and independent to 20 Hz at 793 nm over 10 ms integration time	Ref. [24]
2003	Montana State University, USA	Diode lasers	1523	$\text{Er}^{3+} : \text{D}_2 : \text{CaF}_2$	Frequency stability of 2 kHz to 680 Hz over 20 ms to 500 s integration time	Ref. [25]
2007	Lund Institute of Technology, Sweden	Dye lasers	606	$\text{Pr}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Frequency stability of 1 kHz over 10 μs time scale together with long-term frequency drift below 1 kHz/s	Ref. [17]
2007	Montana State University, USA	Single-frequency diode lasers	1530.4	$\text{Er}^{3+} : \text{LiYF}_4$	Allan deviation of 1.5 kHz over 0.05-50 s integration times, with laser frequency drift reduced to less than 1.4 kHz/min	Ref. [26]
2011	National Institute of Standards and Technology, USA	Dye lasers	580	$\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Short-term frequency stability of $7 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$ for $2 \text{ s} \leq \tau \leq 8 \text{ s}$	Ref. [14]
2013	National Institute of Standards and Technology (NIST), USA	Dye lasers	580	$\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Short-term frequency stability of $7 \times 10^{-16} \tau^{-1/2}$ that averages down to @ 204 s integration time	Ref. [28]

Year	Team	Laser	Stabilization wavelength / nm	Spectral Hole-burning material	Result	Method
2015	National Institute of Standards and Technology (NIST), USA	Dye lasers	580	$\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Fractional frequency instability of $1 \times 10^{-15} \tau^{-1/2}$ that averages to @73 s integration time	Ref. [39]
2017	PSL Research University, France	External cavity diode lasers + frequency doubling in PPLN	580	$\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$	Fractional frequency stability of 2×10^{-14} from 1 to 100 s integration time	Ref. [40]

国内在晶体烧孔方面也进行了很多基础性研究^[41-42],对于晶体烧孔的机制、特性和现象进行了分析和实验,也开展了相关的应用研究,如激光数据存储、激光雷达等^[43-44]。天津理工大学的研究小组在2012年进行了用晶体烧孔测量激光器频率稳定度的研究^[45],测量精度在20 ms处达 2×10^{-9} 。

中国科学院理化技术研究所与中国计量科学研究院时间频率计量研究所共同合作进行了基于光谱烧孔效应的激光稳频研究,目前已经用 $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$ 晶体和 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体实现了频率稳定实验。研究发现,在瞬态烧孔的 $\text{Tm}^{3+} : \text{YAG}$ 晶体中,由于烧孔的寿命相对较短,剩余幅度调制(RAM)对频率漂移率的影响比超稳腔稳频中要大,因此如何抑制RAM是晶体烧孔稳频需要解决的问题。基于此,提出了一种新的抑制RAM的方法,采用波导结构的宽带EOM,通过多个频率合成,产生传统PDH稳频中的载波和边带,增加系统调节的自由度,从而实现对RAM的抑制^[46]。另外,在基于 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体的永久光谱烧孔的激光频率锁定研究中,首先建立了基于F-P腔(参考腔的精细度为4800)的激光预稳系统,通过控制AOM的频率进行光谱烧孔和锁定。烧孔光功率密度约为 $8 \mu\text{W}/\text{cm}^2$,烧孔时间为600 ms,得到的烧孔线宽约为5.2 kHz,实验实现基于 $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ 晶体对580 nm激光的频率稳定度已达到秒稳定度约 2×10^{-14} 的实验结果。由于国内晶体烧孔稳频研究刚刚起步,目前只有中国计量科学研究院和中国科学院理化技术研究所合作开展了光谱烧孔激光稳频方面的实验研究,在有限的时间和经费支持下,所采用的大部分实验设备都是基于现有的设备,如580 nm的预稳参考腔是为532 nm YAG激光器设计的,其精细度在580 nm约为5000,预稳后的激光频率稳定度只能达到 10^{-14} 量级,与NIST专门为晶体烧孔

实验设计的低振动敏感度的超稳参考腔差距很大。NIST为晶体光谱烧孔稳频设计了带气压调节装置的晶体低温环境,通过压力、温度与频率稳定度的关系,找到了频率不敏感的“零漂移温度”,极大地提高了频率稳定度。国内虽没有达到NIST的研究程度,但是通过现有的研究工作已经确立了该方向的研究价值和广阔的应用前景,因此,在今后的工作中,通过进一步深入研究、改进实验方法和完善实验条件,国内的晶体烧孔稳频频率稳定度有望达到 10^{-15} 甚至更高的水平。

5 结束语

PDH激光稳频技术一直是激光稳频的主要研究方向^[47],而基于低温稀土离子掺杂晶体光谱烧孔效应的激光稳频技术的研究至今已有十几年,且取得了一定的成果,甚至可以得到与F-P参考腔相比拟的锁频结果。中国拥有丰富的稀土离子库,可以实现的锁定波长也非常多,故有望实现连续可调谐的波长稳频。多波长稳频技术也是目前极具发展前景的研究方向^[48]。本技术的发展完全可以将可调谐激光稳频作为一个重要的发展方向,充分利用晶体的参数丰富和多块晶体调谐灵活的优势(如将多块晶体置于同一制冷晶体架座中,调节光路偏转或者晶体转动来实现不同晶体的切换^[49]),利用一个模块即可实现多个波长的频率锁定。

由于光谱烧孔存储一般在几十K甚至几K的低温下进行,随着温度升高,烧孔材料中均匀线宽超线性增加,使烧孔密度降低;电子-声子相互作用加剧,使声子边带成分增加;热填充过程加剧,使烧孔效率降低。目前大部分烧孔材料只能在液氦温区工作,只有少数可在液氮温区工作。低温造成的成本问题一直制约着烧孔材料的应用,虽然这对于实验室研究高稳定度激光稳频技术来说并不是主要问

题,但对于未来的外场应用是必须考虑的因素。因此工程化超低温技术需要不断改进,这将直接影响着该技术的应用和推广。

虽然这项技术还处在研究阶段,但由于它能实现突破热噪声极限的高稳定度,而且对温度、压力和加速度的变化不敏感,对外场应用具有显著的优越性。相信在不久的将来,基于低温稀土离子光谱烧孔效应的高稳定度激光稳频装置将会在超精细光谱测量、相干探测和高精度光钟等领域获得广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] Pollnau M, Bernhardt E H, Worhoff K, *et al.* Dual-wavelength narrow-linewidth lasers and their applications [C] // *Advanced Solid State Lasers*, October 27 - November 01, 2013, Paris. Washington D. C.: Optical Society of America, 2013: ATu1A.6.
- [2] Becker A, Sichkovskiy V, Rippen A, *et al.* InP-based narrow-linewidth widely tunable quantum dot laser device for high-capacity coherent optical communication [C] // *Photonic Networks*; 18. ITG-Symposium, May 11-12, 2017, Leipzig, Germany. New York: IEEE, 2017, 18: 134-136.
- [3] Bernhardt E H, de Ridder R M, Wörhoff K, *et al.* Rare-earth-ion-doped ultra-narrow-linewidth lasers on a silicon chip and applications to intra-laser-cavity optical sensing [J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8599: 859909.
- [4] Chen H Q, Jiang Y Y, Bi Z Y, *et al.* Progress and trend of narrow-linewidth lasers [J]. *Science China Technological Sciences*, 2013, 56(7): 1589-1596.
- [5] Shen H, Li L F, Chen L S. Lasers with ultra-narrow linewidth: theories and applications of laser frequency stabilization [J]. *Physics*, 2016, 45(7): 441-448.
沈辉, 李刘锋, 陈李生. 超窄线宽激光: 激光稳频原理及其应用 [J]. *物理*, 2016, 45(7): 441-448.
- [6] Cao J, Zhang P, Shang J, *et al.* A compact, transportable single-ion optical clock with 7.8×10^{-17} systematic uncertainty [J]. *Applied Physics B*, 2017, 123(4): 112.
- [7] Ludlow A D, Boyd M M, Ye J, *et al.* Optical atomic clocks [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2015, 87(2): 637-701.
- [8] Ludlow A D, Huang X, Notcutt M, *et al.* Compact, thermal-noise-limited optical cavity for diode laser stabilization at 1×10^{-15} [J]. *Optics Letters*, 2007, 32(6): 641-643.
- [9] Kessler T, Hagemann C, Grebing C, *et al.* A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity [J]. *Nature Photonics*, 2012, 6(10): 687-692.
- [10] Weng W L, Anstie J D, Stace T M, *et al.* Nano-Kelvin thermometry and temperature control: beyond the thermal noise limit [J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(16): 160801.
- [11] Notcutt M, Ma L S, Ludlow A D, *et al.* Contribution of thermal noise to frequency stability of rigid optical cavity via Hertz-linewidth lasers [J]. *Physical Review A*, 2006, 73(3): 031804.
- [12] Häfner S, Falke S, Grebing C, *et al.* 8×10^{-17} fractional laser frequency instability with a long room-temperature cavity [J]. *Optics Letters*, 2015, 40(9): 2112-2115.
- [13] Cone R L, Thiel C W, Sun Y C, *et al.* Quantum information, laser frequency stabilization, and optical signal processing with rare-earth doped materials [C] // *Laser Science*, October 6-10, 2013, Orlando, Florida United States. Washington D. C.: Optical Society of America, 2013: LTu1G.3.
- [14] Michael J T, Lars R, Tara M F, *et al.* Frequency-stabilization to 6×10^{-16} via spectral-hole burning [J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(11): 688-673.
- [15] Thorpe M J, Leibrandt D R, Rosenband T. Shifts of optical frequency references based on spectral-hole burning in $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ [J]. *New Journal of Physics*, 2013, 15(3): 033006.
- [16] Leibrandt D R, Thorpe M J, Notcutt M, *et al.* Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments [J]. *Optics Express*, 2011, 19(4): 3471-3482.
- [17] Julsgaard B, Walther A, Kröll S, *et al.* Understanding laser stabilization using spectral hole burning [J]. *Optics Express*, 2007, 15(18): 11444-11465.
- [18] Rippe L, Julsgaard B, Walther A, *et al.* Laser stabilization using spectral hole burning [EB/OL]. (2006-11-05) [2018-11-05]. <https://arxiv.org/abs/quant-ph/0611056>.
- [19] Sellin P B, Strickland N M, Carlsten J L, *et al.* Programmable frequency reference for subkilohertz laser stabilization by use of persistent spectral hole burning [J]. *Optics Letters*, 1999, 24(15): 1038-1040.
- [20] Strickland N M, Sellin P B, Sun Y, *et al.* Laser

- frequency stabilization using regenerative spectral hole burning[J]. *Physical Review B*, 2000, 62(3): 1473-1476.
- [21] Böttger T, Pryde G J, Strickland N M, *et al.* Semiconductor lasers stabilized to spectral holes in rare-earth crystals[J]. *Optics and Photonics News*, 2001, 12(12): 23.
- [22] Sellin P B, Strickland N M, Böttger T, *et al.* Laser stabilization at 1536 nm using regenerative spectral hole burning[J]. *Physical Review B*, 2001, 63(15): 155111.
- [23] Böttger T, Sun Y, Pryde G J, *et al.* Diode laser frequency stabilization to transient spectral holes and spectral diffusion in $\text{Er}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ at 1536 nm[J]. *Journal of Luminescence*, 2001, 94/95: 565-568.
- [24] Pryde G J, Böttger T, Cone R L, *et al.* Semiconductor lasers stabilized to spectral holes in rare earth crystals to a part in 10¹³ and their application to devices and spectroscopy[J]. *Journal of Luminescence*, 2002, 98(1/2/3/4): 309-315.
- [25] Böttger T, Pryde G J, Cone R L. Programmable laser frequency stabilization at 1523 nm by use of persistent spectral hole burning[J]. *Optics Letters*, 2003, 28(3), 200-202.
- [26] Böttger T, Pryde G J, Thiel C W, *et al.* Laser frequency stabilization at 1.5 microns using ultranarrow inhomogeneous absorption profiles in $\text{Er}^{3+} : \text{LiYF}_4$ [J]. *Journal of Luminescence*, 2007, 127(1): 83-88.
- [27] Chen Q F, Troshyn A, Ernsting I, *et al.* Spectrally narrow, long-term stable optical frequency reference based on a $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ crystal at cryogenic temperature[J]. *Physical Review Letters*, 2011, 107(22): 223202.
- [28] Leibrandt D R, Thorpe M J, Chou C W, *et al.* Absolute and relative stability of an optical frequency reference based on spectral hole burning in $\text{Eu}^{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(23): 237402.
- [29] Sabooni M, Li Q, Rippe L, *et al.* Spectral engineering of slow light, cavity line narrowing, and pulse compression [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(18): 183602.
- [30] Thiel C W, Cone R L, Böttger T. Laser linewidth narrowing using transient spectral hole burning[J]. *Journal of Luminescence*, 2014, 152: 84-87.
- [31] Thiel C W, Böttger T, Cone R L. Rare-earth-doped materials for applications in quantum information storage and signal processing [J]. *Journal of Luminescence*, 2011, 131(3): 353-361.
- [32] Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V, *et al.* Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator [J]. *Applied Physics Photophysics and Laser Chemistry*, 1983, 31(2): 97-105.
- [33] Young B C, Cruz F C, Itano W M, *et al.* Visible Lasers with Subhertz Linewidths [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 82(19): 3799-3802.
- [34] Notcutt M, Ma L S, Ye J, *et al.* Simple and compact 1 Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity [J]. *Optics Letters*, 2005, 30(14): 1815-1817.
- [35] Chen L, Hall J L, Ye J, *et al.* Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities [J]. *Physical Review A*, 2006, 74(5): 053801.
- [36] Nicholson T L, Martin M J, Williams J R, *et al.* Comparison of two independent Sr optical clocks with 1×10^{-17} stability at 10^3 s [J]. *Physical Review Letters*, 2012, 109(23): 230801.
- [37] Matei D G, Legero T, Häfner S, *et al.* 1.5 μm lasers with sub-10 mHz linewidth [J]. *Physical Review Letters*, 2017, 118(26): 263202.
- [38] Tay J W, Farr W G, Ledingham P M, *et al.* Hybrid optical and electronic laser locking using slow light due to spectral holes[J]. *Physical Review A*, 2013, 87(6): 063824.
- [39] Cook S, Rosenband T, Leibrandt D R. Laser-frequency stabilization based on steady-state spectral-hole burning in $\text{Eu}_{3+} : \text{Y}_2\text{SiO}_5$ [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(25): 253902.
- [40] Gobron O, Jung K, Galland N, *et al.* Dispersive heterodyne probing method for laser frequency stabilization based on spectral hole burning in rare-earth doped crystals[J]. *Optics Express*, 2017, 25(13): 15539-15548.
- [41] You Q, Spectral hole burning: a research tools with significant application potential [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 1992, 29(9): 25-25. 友清. 光谱烧孔: 具有重大应用潜力的研究工具[J]. *激光与光电子学进展*, 1992, 29(9): 25-25.
- [42] Zhou F X. Persistence spectral hole burning and its application [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 1988, 25(1): 13-15. 周福新. 持久性光谱烧孔及其应用[J]. *激光与光电子学进展*, 1988, 25(1): 13-15.
- [43] Huang J, Tang Z L, Niang R S. Technology of spectral hole burning [J]. *Optical Technique*, 2000,

- 26(4): 379-382.
- 黄菁, 唐志列, 梁瑞生. 光谱烧孔技术[J]. 光学技术, 2000, 26(4): 379-382.
- [44] Xue S L, Chen L B, Zhao Y Y, *et al.* Persistent spectral hole burning of Eu^{3+} doped Y_2SiO_5 crystal at 579.62 nm [J]. Journal of the Chinese Rare Earth Society, 2006, 24(4): 510-512.
- 薛绍林, 陈凌冰, 赵有源, 等. 579.62 nm 波长处 $\text{Y}_2\text{SiO}_5 : \text{Eu}^{3+}$ 晶体永久性光谱烧孔[J]. 中国稀土学报, 2006, 24(4): 510-512.
- [45] Wang W. Measurement of tunable laser frequency stability based on spectral-hole burning[D]. Tianjin: Tianjin University of Technology, 2013.
- 王伟. 基于光谱烧孔的可调谐激光器频率稳定度测量[D]. 天津: 天津理工大学, 2013.
- [46] Fan X L. Reduction of residual amplitude modulation in narrow linewidth PDH laser frequency stabilization technology [D]. Hangzhou: China University of Metrology, 2016.
- 范夏雷. 超窄线宽 PDH 稳频技术中的剩余幅度调制 (RAM) 抑制 [D]. 杭州: 中国计量大学, 2016.
- [47] Su J, Jiao M X, Ma Y Y, *et al.* Design of Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization system using the quadrature demodulation [J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(3): 0316001.
- 苏娟, 焦明星, 马源源, 等. 正交解调 Pound-Drever-Hall 激光稳频系统设计 [J]. 中国激光, 2016, 43(3): 0316001.
- [48] Milani G, Rauf B, Barbieri P, *et al.* Multiple wavelength stabilization on a single optical cavity using the offset sideband locking technique [J]. Optics Letters, 2017, 42(10): 1970-1973.
- [49] Han L, Bo Y, Yang J, *et al.* An adjustable frequency stabilization laser: 107069416A [P]. 2017-08-18.
- 韩琳, 薄勇, 杨晶, 等. 一种可调谐稳频激光器: 107069416A [P]. 2017-08-18.