# 星敏感器离焦像点半径最优值的确定方法

王海涌<sup>1</sup>,王腾飞<sup>1\*</sup>,朱宏玉<sup>1</sup>,刘涛<sup>2</sup>,葛成军<sup>2</sup> <sup>1</sup>北京航空航天大学宇航学院,北京 100191; <sup>2</sup>北京航天万源科技有限公司,北京 100176

**摘要** 分析了不同离焦像点半径及不同噪声强度下的星敏感器质心定位误差,建立了质心定位误差关于离焦像点 半径和噪声强度的函数模型,在质心定位精度确定的条件下得到了离焦像点最优高斯半径与背景噪声强度的一元 函数关系。仿真实验表明,在给定的质心定位精度下,最优高斯半径与噪声强度近似服从抛物线关系,统计出噪声 强度后即可得到最优的像点高斯半径值。

doi: 10.3788/LOP56.101101

## Method for Determining Optimal Radius Value of Defocused Image Spot of Star Sensor

Wang Haiyong<sup>1</sup>, Wang Tengfei<sup>1\*</sup>, Zhu Hongyu<sup>1</sup>, Liu Tao<sup>2</sup>, Ge Chengjun<sup>2</sup>

<sup>1</sup>School of Astronautics, Beihang University, Beijing 100191, China;

<sup>2</sup> Beijing Aerospace Wanyuan Science & Technology Co. Ltd., Beijing 100176, China

**Abstract** In this paper, the centroid localization error of a star sensor with regard to the radius of defocus image spot and noise intensity is analyzed. The functional model for the optimal Gaussian radius about the two variables, standard deviations of centroid localization error, and noise intensity are established. Under the condition that the centroid localization precision is determined, the one-variable-function relationship between the optimal radius value of defocused Gaussian image spot and the background gray-noise intensity can be obtained. The simulation experimental results show that under the given centroid localization precision, the relationship between the optimal Gaussian radius and the noise intensity follows a functional curve, such as a parabola. After the noise intensity is determined by statistics, the optimal Gaussian radius of image spot can be obtained.

Key words imaging systems; sensors; centroid localization; star sensor; defocusing; background grayscale noise OCIS codes 110.4280; 280.4788

1 引 言

星敏感器是目前精度最高的一类姿态敏感器<sup>[1]</sup>,通常采用离焦的方式进行星光成像,使星像点 在成像芯片上形成一定范围的弥散光斑,有利于提 高利用质心提取算法获得星像点的亚像素质心定位 精度<sup>[2]</sup>。星敏感器的不同离焦像点半径将决定星像 点的成像面积和能量密度,进而影响星像点的信噪 比,因此精确的离焦调节有利于提高星敏感器的灵 敏度和测量精度<sup>[3]</sup>。

目前国内外已对星敏感器光学系统调焦相关技

术进行了研究。文献[3]从焦点位置、光轴与芯片法 线重合程度、芯片安装精度等方面分析了影响调焦 精度的因素。文献[4]分析了主点位置偏差、焦距误 差、成像平面倾斜误差等因素对星敏感器精度的影 响。文献[5]定量分析了开窗、积分时间和温度对星 敏感器定位精度的影响,指出了温度和积分时间对 定位精度影响最大。文献[6]分析了电路噪声对星 像点质心定位精度的影响。目前还没有文献对离焦 像点半径的影响作全面的分析。本文结合背景噪声 强度,对不同离焦像点半径下星像点质心定位精度 进行了分析,建立了质心定位误差关于离焦像点半

收稿日期: 2018-11-26; 修回日期: 2018-12-05; 录用日期: 2018-12-07

<sup>\*</sup> E-mail: oktengfei@126.com

径及背景噪声强度的函数模型,获得了定量调节离 焦程度的理论依据,对于工程应用具有指导意义。

## 2 积分形式的点扩展函数模型

由于星敏感器光学系统的离焦处理,星像点能 量弥散在一定数量的像素内,离散像素灰度近似服 从高斯分布<sup>[7]</sup>。为了精确模拟成像器件离焦成像, 模拟星像点时也需要作灰度扩展<sup>[8]</sup>。目前常见的点 扩展模型有两种,即积分型高斯点扩展函数(IPSF) 和简易型高斯点扩展函数(SPSF)<sup>[9]</sup>。SPSF 直接根 据像素中心位置的高斯概率密度函数值进行灰度赋 值,无需积分,具有运算量小的优点,但缺点是存在 系统误差,误差值与高斯半径σ和映射位置的偏离 程度有关。IPSF 中含有关于像素的面积分计算,严 格符合电荷耦合元件(CCD)或有源像素主动式传感 器(CMOS APS)光生电荷的半导体物理过程,成像 模型精准,可视为理想的离散数字灰度星像点模型, 其表达式为

$$h(i,j) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\sigma^2} \int_{i=0.5j=0.5}^{i+0.5j+0.5} \exp\left[-\frac{(x-x_{\rm m})^2 + (y-y_{\rm m})^2}{2\sigma^2}\right] dx dy, & (x,y) \in C, \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$
(1)  
$$g(i,j) = A \cdot h(i,j), \qquad (2)$$

式中: $(x_m, y_m)$ 为亚像素的映射坐标;(i, j)为弥散 像点范围内任一像素;h(i, j)为成像阵列面的冲击 响应;g(i, j)为(i, j)像素点的灰度; $C \ge h(x, y)$ 以 $(x_m, y_m)$ 为圆心的圆形支持域; $\sigma$ 为高斯半径,表 示弥散像点的大小;A为能量灰度系数,与光敏面 成像点总的光照度(取决于星等)、像素光电灵敏度 及光积分时间有关。

选用(1)式和(2)式所示积分形式的 IPSF,生成 理想星像点。基于工程经验,高斯半径过大和过小 均会导致星像点质心定位精度下降。为研究高斯半 径的合理范围,本文理论分析中高斯半径 $\sigma_s$ 的取值 范围选为 0.4~2.4 pixel。图 1(a)是高斯半径选取  $\sigma_s=0.6$  pixel 时的一个模拟星像点,图 1(b)是高斯 半径选取 $\sigma_s=1.5$  pixel 时的一个模拟星像点。



图 1 基于 IPSF 模型的模拟星像点。 (a)  $\sigma_s = 0.6$  pixel; (b)  $\sigma_s = 1.5$  pixel Fig. 1 Simulated star point based on IPSF model. (a)  $\sigma_s = 0.6$  pixel; (b)  $\sigma_s = 1.5$  pixel

## 3 背景噪声强度确定和基于灰度重心 法的质心提取

### 3.1 背景噪声特征值的统计

为了保证理论分析更具工程针对性,分析计算

了某型号星敏感器成像芯片拍摄的 20 幅黑图(拍摄 时通过遮挡镜头阻止光线进入)。针对 20 幅图统计 求取灰度均值及标准差的估计值,即

$$\begin{cases} \sigma_{g} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} \sigma_{gi}^{2}} \\ E = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} E_{i} \end{cases}, \quad (3)$$

式中: $\sigma_{gi}$ 为第*i*幅图的灰度统计标准差; $E_i$ 为第*i*幅图的均值。

成像芯片为 12 位灰阶,定义相对灰度标准差 γ<sub>σg</sub>及相对灰度均值 γ<sub>eg</sub>的表达式为

$$\begin{cases} \gamma_{\text{og}} = \frac{\sigma_{\text{g}}}{2^{12}} = 9.32 \times 10^{-4} \\ \gamma_{\text{eg}} = \frac{E}{2^{12}} = 0.0536 \end{cases}$$
(4)

由上述结果可以得到该组黑图的相对灰度噪声标准差为 9.32×10<sup>-4</sup>,为了探究  $\sigma_g$  的最优范围,本文扩展分析 2×10<sup>-4</sup>~20×10<sup>-4</sup>范围内的噪声影响情况。在(2)式的基础上,针对模拟星图的每一像素点,叠加相对灰度标准差为  $\sigma_g$  的高斯白噪声。

### 3.2 基于灰度重心法的质心提取

星敏感器的算法过程一般分为星图预处理、星 像点质心提取、星图识别和姿态确定4个步骤。目 前的质心提取算法主要分为基于边缘和基于灰度两 大类<sup>[10]</sup>。基于边缘的方法适合较大的目标,对灰度 的分布不太敏感,而实际观测星图中星像点直径小, 因此采用基于灰度的方法较基于边缘的方法更为合 适。基于灰度的质心定位主要有灰度重心法和高斯 曲面法两大类,其中高斯曲面法计算复杂程度高、实时性较差,工程上采用灰度重心法进行质心提取。 应用灰度重心法提取星像质心的公式为

$$\begin{cases} x_{g} = \frac{\sum_{i,j} i \cdot g(i,j)}{\sum_{i,j} g(i,j)} \\ y_{g} = \frac{\sum_{i,j} j \cdot g(i,j)}{\sum_{i,j} g(i,j)}, \end{cases}$$
(6)

式中:(*i*,*j*)为星像点范围内的某像素坐标;*g*(*i*,*j*) 为该像素的灰度;(*x*<sub>g</sub>,*y*<sub>g</sub>)为亚像素质心定位坐标。

4 离焦像点最优半径值模型建立与仿 真分析

#### 4.1 质心定位误差计算

选用(1)式和(2)式生成理想星像点模型,式中 设定的质心坐标( $x_m, y_m$ )在-0.5~0.5 pixel 范围 内随机生成。使用(6)式所示的灰度重心法对上述 叠加噪声后的模拟星像点星图进行质心提取,由于 实验选取的高斯半径  $\sigma_s$ 最大为 2.4 pixel,故(i,j) 选取- $3\sigma_s$ ~ $3\sigma_s$ ,取值范围为(-7,7)。

计算质心提取坐标 $(x_{g}, y_{g})$ 与标准质心坐标 $(x_{m}, y_{m})$ 的偏差

$$D = \sqrt{(x_{g} - x_{m})^{2} + (y_{g} - y_{m})^{2}}$$
。(7)  
对于指定的高斯半径  $\sigma_{s}$ , 重复上述计算 20 次, 统计  
定位误差标准差

$$\sigma_{\rm e} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} D_i^2} \,. \tag{8}$$

#### 4.2 离焦像点最优半径值模型仿真分析

针对上述确定的高斯半径和背景噪声范围进行 仿真实验,统计质心定位误差标准差。其中:高斯半 径  $\sigma_s$ 在0.4~2.4 pixel范围内平均划分,获得 200 个 离散值;背景噪声  $\sigma_g$ 在 2×10<sup>-4</sup>~20×10<sup>-4</sup>相对灰 度范围内平均划分,获得100个离散值。对每个高 斯半径和相对灰度离散点构成的网格点位置进行质 心定位误差的计算和统计,仿真并获得实验数据。 质心定位误差标准差σ。关于σ。和σg的三维分布如 图 2 所示。



- 图 2 质心定位误差 σ<sub>e</sub> 关于高斯半径 σ<sub>s</sub> 和背景噪声 σ<sub>e</sub> 的三维分布图
- Fig. 2 Three-dimensional distribution of centroid localization error  $\sigma_e$  with respect to Gaussian radius  $\sigma_s$  and background noise  $\sigma_g$

## 对所示的三维数据进行最小二乘曲面拟合,选取 关于自变量 $\sigma_s$ 的基函数 B 和自变量 $\sigma_g$ 的基函数 G:

 $\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{\rm s} & \sigma_{\rm s}^2 & \sigma_{\rm s}^3 & \sigma_{\rm s}^4 \end{bmatrix}, \qquad (9)$ 

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 1 & \sigma_{\mathrm{g}} & \sigma_{\mathrm{g}}^2 & \sigma_{\mathrm{g}}^3 & \sigma_{\mathrm{g}}^4 \end{bmatrix} \,. \tag{10}$$

设质心定位误差标准差σ。的实验数据为矩阵 U,最小二乘曲面拟合的系数计算公式为

$$\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{G})^{-1}\,,\qquad(11)$$

则由(11)式拟合得到的系数矩阵为

	C 00	$\mathcal{C}_{01}$	$\mathcal{C}_{02}$	$C_{03}$	$\mathcal{C}_{04}$			
	C 10	C 11	$\mathcal{C}_{12}$	$\mathcal{C}_{13}$	C 14			
C =	C 20	C 21	C 22	C 23	C 24	0	(1	2)
	C 30	C 31	C 32	C 33	C 34			
	C 40	C 41	C 42	C 43	C 44			

计算获得的系数阵数据 cij 如表 1 所示。

拟合公式为

$$\sigma_{e} = [1 \sigma_{s} \cdots \sigma_{s}^{4}]C[1 \sigma_{g} \cdots \sigma_{g}^{4}]^{T}, (13)$$
  
关于 $\sigma_{e}$ 的全局拟合精度为

表 1	误差模型的最小二乘曲面拟合系数矩阵

Table 1	Least squa	re surface	fitting	coefficient	matrix	of	error	model
---------	------------	------------	---------	-------------	--------	----	-------	-------

j	i							
	0	1	2	3	4			
0	$2.7311 \times 10^{-2}$	$2.5645 \times 10^{-2}$	$-1.1732 \times 10^{-2}$	$5.7245 \times 10^{-2}$	$-1.2370 \times 10^{-2}$			
1	$-8.6410 \times 10^{-2}$	$-5.9339 \times 10^{2}$	$3.8144 \times 10^{5}$	$-2.0382 \times 10^8$	$4.4994 \times 10^{-2}$			
2	$9.9384 \times 10^{-2}$	$5.5022 \times 10^{2}$	$-4.2957 \times 10^{5}$	$2.4146 \times 10^{8}$	$-5.3916 \times 10^{-2}$			
3	$-4.9407 \times 10^{-2}$	$-2.2699 \times 10^{2}$	$2.0010 \times 10^{5}$	$-1.1607 \times 10^{8}$	$2.6108 \times 10^{10}$			
4	$9.0078 \times 10^{-3}$	$3.4404 \times 10^{-1}$	$-3.2924 \times 10^{-4}$	$1.9515 \times 10^{7}$	$-4.4130 \times 10^{-9}$			

$$\sigma_{se} = \sqrt{\frac{1}{200 \times 100}} \sum_{j=1}^{200} \sum_{k=1}^{100} \left[ \sigma_{ei} \left( \sigma_{sj}, \sigma_{gk} \right) - \sigma_{e} \right]^{2}} = 0.0025 \, \text{o}$$
(14)

基于拟合(13)式的仿真数据的三维构图如图 3 所示。



图 3 质心定位误差模型拟合结果

Fig. 3 Fitting result of centroid localization error model

显然从定性角度上看,图 3 的分布形状与图 2 极为相似。由图 3 数据可以看出,随着高斯半径 $\sigma_s$ 的增大,质心定位误差逐渐减小,但是 $\sigma_s$ 过大时,单 个像素的星光幅值过小,导致误差升高。实际离焦 处理时,较大的 $\sigma_s$ 还会造成星像点光斑面积大、质 心计算耗时长、相邻星像点连接成片等问题,因此在 满足质心定位精度要求的情况下,通常希望 $\sigma_s$ 越小 越好。

基于图 3 数据,给定不同的质心定位误差  $\sigma_e$ ,则可获得噪声水平  $\sigma_g$  与高斯半径  $\sigma_s$ 的质心定位等精度线二维图,如图 4 所示。



图 4 质心定位等精度线二维图

Fig. 4 Two-dimensional map of equal precision lines for centroid location

分析图 4 可知,由横轴可以看出随着背景噪声 强度的增大,质心定位精度逐渐下降;由纵轴可以看 出随着高斯半径的增大,质心定位精度先提高后下 降。根据此结果,在确定质心定位误差标准差 σ。 后,针对背景噪声 σ<sub>g</sub> 的每一个确定值,即可确定高 斯半径 σ<sub>s</sub> 的最优值,作为定量确定星敏感器镜头离 焦像点半径的理论依据。

## 5 结 论

星敏感器调焦是影响其整机姿态确定精度的重 要一环,分析了离散数字星像点高斯点扩展模型,通 过仿真实验和数值拟合建立了灰度重心法质心提取 精度关于离焦像点高斯半径和灰度背景噪声的函数 模型,从而可以得到在不同精度要求和不同背景噪 声下离焦像点高斯半径的最优取值。在给定了质心 定位精度要求的前提下,高斯半径与噪声强度近似 服从抛物线关系。该函数模型对于不同型号星敏感 器具有一定的普适性,对星敏感器的调焦具有工程 指导意义。

#### 参考文献

- Liang B, Zhu H L, Zhang T, et al. Research status and development tendency of star tracker technique
   [J]. Chinese Journal of Optics, 2016, 9(1): 16-29.
   梁斌,朱海龙,张涛,等.星敏感器技术研究现状及 发展趋势[J].中国光学, 2016, 9(1): 16-29.
- [2] Liebe C C. Accuracy performance of star trackers: a tutorial [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2002, 38(2): 587-599.
- [3] Liu D, Zhong H J, Li C J, et al. Focusing methods of star sensor [J]. Aerospace Control and Application, 2015, 41(1): 59-62.
  刘达,钟红军,李春江,等. 星敏感器调焦方法研究 [J]. 空间控制技术与应用, 2015, 41(1): 59-62.
- [4] Sun T, Xing F, You Z. Optical system error analysis of high accuracy star trackers [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(3): 0323003.
  孙婷, 邢飞, 尤政. 高精度星敏感器光学系统误差分 析[J]. 光学学报, 2013, 33(3): 0323003.
- [5] Li X K, Tan H S, Yu X M, et al. Study on noise and positioning precision of star sensors [J]. Semiconductor Optoelectronics, 2010, 31(3): 464-467.

李学夔, 谭海曙, 于昕梅, 等. 高精度星敏感器噪声 与定位精度研究[J]. 半导体光电, 2010, 31(3): 464-467.

- [6] Zhang H, Zhong J Y, Yuan J H, et al. Circuit noise effects on star sensor position accuracy [J]. Optics and Precision Engineering, 2006, 14(6): 1052-1056 张辉, 钟建勇, 袁家虎, 等. 电路噪声对星敏感器星点定位精度的影响[J]. 光学 精密工程, 2006, 14 (6): 1052-1056.
- [7] Wang H Y, Wang Y H, Li Z F, et al. Systematic

centroid error compensation for the simple Gaussian PSF in an electronic star map simulator[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(4): 884-891.

[8] Wang H Y, Zhou W R, Lin H Y, et al. Parameter estimation of Gaussian gray diffusion model of static image spot[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0323004.
 王海涌,周文睿,林浩宇,等. 静态像点高斯灰度扩

▲ 14 m, 两 2 f, 标出 f, f. 前心际三向为八度 f 散模型参数估计方法[J].光学学报, 2012, 32(3): 0323004.

[9] Wang H Y, Xu E S, Li Z F, et al. Gaussian analytic

centroiding method of star image of star tracker[J]. Advances in Space Research, 2015, 56(10): 2196-2205.

[10] Wei X G, Zhang G J, Jiang J. Subdivided locating method of star image for star sensor[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(9): 812-815.
魏新国,张广军,江洁.星敏感器中星图图像的星体 细分定位方法研究[J].北京航空航天大学学报, 2003, 29(9): 812-815.