# 基于正交迭代的参考点不确定相机位姿估计

李丽媛1,李文韬1,许海燕1,张卓1,谢迎娟1,张学武1.2\*

1河海大学物联网工程学院,江苏常州 213022;

2江苏省"世界水谷"与水世界生态文明协同创新中心,江苏南京 211100

**摘要**相机的位姿估计广泛应用于计算机视觉和机器人学等领域。针对相机位姿估计的稳定性与实时性,基于正 交迭代算法,提出了一种考虑空间参考点不确定性的相机位姿估计算法。该算法的关键思想是在考虑摄像头畸变 的情况下,根据参考点的位置特征获得相应权值,并利用加速正交迭代思想对迭代过程中的重复计算进行规整,最 小化加权重投影物方残差函数获得相机位姿。模拟数据实验和真实图像实验表明,该算法计算精度更高,速度更 快,时间复杂度较低。在空间参考点深度较大或者偏离摄像头光轴的情况下,该算法的时间复杂度和精度均优于 现有的正交迭代算法,从而实现了相机位姿估计的实时性。

# Camera Pose Estimation with Uncertain Reference Point Based on Orthogonal Iterative

Li Liyuan<sup>1</sup>, Li Wentao<sup>1</sup>, Xu Haiyan<sup>1</sup>, Zhang Zhuo<sup>1</sup>, Xie Yingjuan<sup>1</sup>, Zhang Xuewu<sup>1,2\*</sup>

<sup>1</sup>College of Internet of Things Engineering, Hohai University, Changzhou, Jiangsu 213022, China;

<sup>2</sup> Collaborative Innovation Center of World Water Valley and Water World Ecological Civilization, Nanjing, Jiangsu 211100, China

**Abstract** Camera pose estimation is widely used in computer vision and robotics. Aiming at the stability and realtime performance of camera pose estimation, a camera pose estimation algorithm considering the uncertainty of spatial reference points based on orthogonal iterative algorithm is proposed. The key idea of the algorithm is to obtain the weights of the corresponding feature points in consideration of camera distortion and use an accelerated orthogonal iterative algorithm to regularize the repeated calculations in the iterative process. And the camera pose is obtained by minimizing the weighted re-projection object residual function. Results of simulation data experiments and real image experiment show that the proposed algorithm has higher calculation accuracy, faster speed, and lower time complexity. In the case of deep spatial feature points or the feature points deviating from the optical axis of the camera, the time complexity and accuracy of the algorithm are better than the existing orthogonal iterative algorithms, indicating its feasibility in the real-time estimation of camera pose.

**Key words** machine vision; monocular vision; camera pose estimation; orthogonal iterations; uncertain reference point; maximum likelihood estimation

OCIS codes 150.1488; 150.6910; 120.4640

1引言

相机的位姿估计是相机参数估计中的外参数估 计,是计算机视觉、摄影测量学、计算机图形学等学 科所要研究的关键问题,在目标识别与跟踪<sup>[1]</sup>、相机 标定<sup>[2-3]</sup>、移动机器人导航和定位<sup>[4]</sup>、增强现实<sup>[5]</sup>等 领域都有重要应用。其中,基于空间参考点的单目 视觉位姿估计,也称为透视 n 点定位问题(PnP),是 指在相机内参数已知的情况下,对图像中的目标进 行检测,提取定位特征,根据参考点的空间信息与检

收稿日期: 2018-06-13; 修回日期: 2018-07-13; 录用日期: 2018-07-18

基金项目:国家自然科学基金(61671202,61573128)、国家重点研发计划(2016YFC0401606)

<sup>\*</sup> E-mail: lab\_112@126.com

测的图像点间的映射关系,得到世界坐标系和摄像 机坐标系之间的位姿关系,最后结合相机的内参数 进行目标定位<sup>[6-7]</sup>。

PnP问题的求解,可以分为非迭代方法(闭式 解法)和迭代方法(数值解法)。非迭代方法适用于 参考点数目较少的情况,通过构造多项式方程组来 求解相机位姿[8-10]。常用的非迭代算法有三点透视 算法(P3P)<sup>[11-12]</sup>、稳健 PnP(RPnP)<sup>[13]</sup>、直接线性变 换法(DLT)<sup>[14]</sup>、高效 PnP(EPnP)<sup>[15]</sup>、直接最小二 乘法(DLS)<sup>[16]</sup>及最佳 PnP(OPnP)<sup>[17]</sup>等。上述方 法的计算速度快,实时性好,但对噪声引起的图像误 差以及参考点的错误对应较为敏感,位姿估计精度 较低[18]。为了提高非迭代方法的精度,相关学者对 这些算法作出了改进。Ke 等<sup>[2]</sup>使用相应的几何约 束制定三角方程,根据代数方法确定未知的旋转矩 阵并随后确定相机的位置,降低了 P3P 方法的计算 复杂度。杨森等[19]利用加权求精的思想,提出了加 权直接线性变换法(WDLT)和加权高效透视 n 点 定位法(WEPnP),考虑了参考点的深度变化,有效 地提高了相机位姿的估计精度,但是增加了算法的 时间复杂度。Wang 等<sup>[20]</sup>将姿态估计问题转化为最 优问题,通过分别求解七阶和四阶单变量多项式获 得相机位姿,该算法具有良好的稳健性。

当空间参考点的数目大于5时,一般采用迭代 方法,利用优化理论最小化物方或像方目标函数求 得相机的位姿[15-16]。常用的非线性算法有最大似然 估计(ML)<sup>[21]</sup>、比例正交投影迭代变换(POSIT)<sup>[22]</sup> 及正交迭代算法[23]等。针对迭代算法存在的局部 收敛及收敛速度慢的问题,许多学者提出了改进方 法。Haralick 等<sup>[24]</sup>提出了一种基于点特征的相机 位姿迭代求解算法,引入空间参考点的景深变量使 算法全局收敛,但是收敛速度较慢。Lu等[25]利用 单目视觉中的逆投影思想,通过最小化物体空间共 线性误差得到相机位姿,算法的迭代次数较少,但是 求解过程容易受到误差的影响,导致估计精度降低。 李鑫等[26]提出了一种加速正交迭代算法,在正交迭 代算法的基础上对迭代计算过程中的平移量、投影 点以及目标函数进行规整,降低了计算的复杂度,提 高了相机位姿估计的实时性。周润等[27]提出了加 权正交迭代方法,根据像面重投影误差确定物方残 差函数中参考点的权重系数,算法的精度较高,对测 量误差具有抑制作用。

目前,正交迭代算法是性能最优的相机位姿估 计算法之一,与其他的算法相比,具有迭代次数少、 计算速度快的优点<sup>[28]</sup>。但是当图像点受均匀的高 斯噪声影响时,正交迭代算法的全局收敛过程会产 生偏差,尤其是当参考点远离相机中心时,物体空间 共线性误差增大,这种偏差也会增大。

本文针对空间参考点不确定的相机位姿求解, 提出了一种结合空间参考点不确定性的位姿估计算 法,其关键思想是在正交迭代的基础上,考虑摄像头 的畸变,通过初值得到参考点的位置信息,以此确定 像点在物方残差函数中的权值,对于深度较小的参 考点赋予较大的权值,对深度较大的参考点赋予较 小的权值,同时对离摄像头光心较近的参考点赋予较 小的权值,同时对离摄像头光心较近的参考点赋予较 小的权值,使得优化过程中每个参考点都能对物方 残差具有接近同等的贡献。根据文献[25]提出的加 速正交迭代算法,对迭代过程中的重复计算进行规 整,该方法在降低迭代过程复杂度的同时,提高了算 法的稳健性与抗噪能力,提高了相机位姿的计算 精度。

2 基于空间参考点不确定性的正交迭 代算法

#### 2.1 正交迭代算法

正交迭代算法是一种非线性迭代算法,通过最 小化物方残差函数进行迭代优化,从而获得相机的 位姿。图1是相机位姿估计物方残差和像方残差的 几何意义。

根据理想的小孔成像模型,物体的空间点、归一 化图像平面点及投影中心存在线性关系,图像空间 共线性方程和物体空间共线性方程定义为

$$\boldsymbol{v}_i = \frac{1}{\boldsymbol{r}_3^{\mathrm{T}} \boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{t}_z} (\boldsymbol{R} \boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{t}), \qquad (1)$$

$$\mathbf{R}\boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{t} = \boldsymbol{V}_i(\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_i + \boldsymbol{t}), \qquad (2)$$

式中  $p_i = (x_i, y_i, z_i)^T$ ,  $i = 1, \dots, n, n \ge 3$  是空间参 考点的非齐次坐标,  $v_i = (u_i, v_i, 1)^T$  是图像中的参 考点在归一化图像平面上的投影点,  $R = (r_1^T, r_2^T, r_3^T)^T$  和  $t = (t_x, t_y, t_z)^T$  分别是世界坐标系下相机 位姿的旋转矩阵和平移向量,  $V_i = v_i v_i^T / v_i^T v_i$  是视线 投影矩阵, 包含了参考点在归一化图像平面上的所 有信息。

通过最小化所有参考点的空间共线性误差之 和,可以得到相机的位姿,因此,物方残差函数定 义为

$$E(\mathbf{R}, t) = \sum_{i=1}^{n} \| \mathbf{e}_{i} \|^{2}, \qquad (3)$$



图 1 相机位姿估计物方残差和像方残差的几何意义

Fig. 1 Geometric meaning of object residuals and image residuals in camera pose estimation

式中  $e_i = (I - V_i)(Rp_i + t)$ 是物体空间共线性误差 向量,I 是单位矩阵,n 是空间参考点的个数。由物 方残差函数可知,若已知旋转矩阵 R 的初始值,可 以以闭合解的形式求得平移向量 t 的最优解,即

$$\boldsymbol{t}(\boldsymbol{R}) = \frac{1}{n} \left( \boldsymbol{I} - \frac{1}{n} \sum_{j} \boldsymbol{V}_{j} \right)^{-1} \sum_{j} (\boldsymbol{V}_{j} - \boldsymbol{I}) \boldsymbol{R} \boldsymbol{p}_{j} \, .$$

$$\tag{4}$$

物方残差的约束最小二乘问题可以通过四元数 或者奇异值分解(SVD)求得闭合解<sup>[21]</sup>。正交迭代 算法使用 SVD 的绝对定向问题最优解不断迭代更 新 R,再根据更新的旋转矩阵 R 不断迭代得到相应 的平移向量 t(R)及物方残差 E(R,t)。当物方残差 小于设置的目标函数下界或者收敛容差小于设置的 阈值时,迭代终止,此时的 R,t(R)就是相机坐标系 相对于世界坐标系的旋转和平移量,也就是相机的 位姿。

## 2.2 基于参考点位置信息的正交迭代算法

利用文献[26]提出的加速正交迭代思想,在考虑镜头畸变的情况下,首先将相机获取图像中的参考点坐标转换为去畸变归一化的图像平面齐次坐标,即

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{u}' \\ \boldsymbol{v}' \\ 1 \end{pmatrix} = \boldsymbol{K}^{-1} \begin{pmatrix} \boldsymbol{u}'' \\ \boldsymbol{v}'' \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

式中 $(u'',v'',1)^{T}$ 是摄像头拍摄图像中的参考点齐 次坐标, $(u',v',1)^{T}$ 是畸变后点的齐次坐标,**K**是 摄像头的内参矩阵,表达式为

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} f_{u} & 0 & u_{0} \\ 0 & f_{v} & v_{0} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$
(6)

式中 $(u_0, v_0)$ 是光学中心,也就是光心在图像平面的 投影的偏移量, $f_u$ 、 $f_v$ 是相机在u轴和v轴上的归 一化焦距。

归一化的图像平面坐标与畸变后点的坐标满足

$$\begin{cases} u' = u(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + \\ 2p_1uv + p_2(r^2 + 2u^2) \\ v' = v(1 + k_1r^2 + k_2r^4 + k_3r^6) + \\ 2p_2uv + p_1(r^2 + 2v^2) \\ r^2 = u^2 + v^2 \end{cases}$$
(7)

式中 $(u,v)^{T}$ 是归一化平面点的坐标, $k_1$ 、 $k_2$ 、 $k_3$ 是 摄像头的径向畸变系数,用于纠正由透镜形状引起 的径向畸变, $p_1$ , $p_2$ 是摄像头的切向畸变系数,用于 纠正安装过程中透镜和成像平面的不严格平行,r是归一化平面坐标点与光心的距离。

对参考点坐标  $p_i = (x_i, y_i, z_i)^T, i = 1, \dots, n,$ n  $\geq$  3进行零均值化,即

$$\boldsymbol{p}_{i}^{\prime}=\boldsymbol{p}_{i}-\boldsymbol{\bar{p}}, \qquad (8)$$

式中  $\mathbf{p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{p}_i$  是所有参考点的质心。

引入矩阵计算公式,

 $\operatorname{vec}(\boldsymbol{ABC}) = (\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{A})\operatorname{vec}(\boldsymbol{B}),$  (9)

式中 vec(X)表示将矩阵 X 按列堆栈成一个列向量, ⊗表示克罗内克积。

由初始值 R 和(4)式,利用(9)式可以得到初始 值 t,即

$$t(\mathbf{R}) = \mathbf{A}\operatorname{vec}(\mathbf{R}), \qquad (10)$$

(11)

$$\boldsymbol{p}_{ic} = \boldsymbol{R} \boldsymbol{p}'_{i} + \boldsymbol{t}$$
,

得到参考点在相机坐标系下的参考坐标  $p_{ic}(x_{ic}, y_{ic}, z_{ic})$ 。

由物方残差函数(3)式,对深度较小的参考点赋 予较大的权值,对深度较大的参考点赋予较小的权 值,同时对离摄像头光心较近的参考点赋予较大的 权值,对离摄像头光心较远的参考点赋予较小的权 值,使得优化过程中每个参考点都能对物方残差具 有接近同等的贡献。

加权后的物方残差函数为

$$E(\boldsymbol{R},\boldsymbol{t}) = \sum_{i=1}^{n} \|\boldsymbol{W}_{id}\boldsymbol{W}_{io}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{V}_{i})(\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_{i}+\boldsymbol{t})\|^{2},$$
(12)

式中 $W_{id} = 1/z_{ic}$ 是参考点的深度权重, $W_{io} = 1/\sqrt{x_{ic}^2 + y_{ic}^2}$ 是参考点与摄像头光心距离的权重。迭 代过程使用 SVD 的绝对定向问题最优解更新旋转 矩阵R,计算样本交叉协方差矩阵,即

$$\boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^{n} W_{id} W_{io}(q_i - \bar{q}) \boldsymbol{p}_i^{T}, \qquad (13)$$

式 中  $q_i = \mathbf{V}_i q_{i-1}$  是 参 考 点 的 投 影 点,  $\bar{\mathbf{q}} = 1/n \sum_{i=1}^n q_i \& q_i$  的质心,根据文献[26]对投影 点进行规整,有

$$\boldsymbol{B} = \sum_{i=1}^{n} W_{id} W_{io} q_{i} \boldsymbol{p}_{i}^{T} = \sum_{i=1}^{n} W_{id} W_{io} \boldsymbol{V}_{i} (\boldsymbol{R} \boldsymbol{p}_{i}^{'} + \boldsymbol{t}) \boldsymbol{p}_{i}^{'T} = \sum_{i=1}^{n} W_{id} W_{io} (\boldsymbol{p}_{i}^{'T} \otimes \boldsymbol{V}_{i} + \boldsymbol{V}_{i} \boldsymbol{A}) \operatorname{vec}(\boldsymbol{R}) \boldsymbol{p}_{i}^{'T}, (14)$$

对矩阵 B 进行奇异值分解, 有  $B = U\Sigma V^{T}$ , 则更新的旋转矩阵 R 为

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}, \qquad (15)$$

根据更新的旋转矩阵 **R**,对于加权最小二乘函数 (12)式,得到新的误差:

$$E(\boldsymbol{R},\boldsymbol{t}) = \sum_{i=1}^{n} \|\boldsymbol{W}_{id}\boldsymbol{W}_{io}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{V}_{i})(\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_{i}^{\prime}+\boldsymbol{t})\|^{2} = \sum_{i=1}^{n} \|\boldsymbol{W}_{id}\boldsymbol{W}_{io}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{V}_{i})(\boldsymbol{I}\boldsymbol{R}\boldsymbol{p}_{i}^{\prime}+\boldsymbol{t})\|^{2} = \sum_{i=1}^{n} \|\boldsymbol{W}_{id}\boldsymbol{W}_{io}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{V}_{i})(\boldsymbol{p}_{i}^{\prime T}\otimes\boldsymbol{I}+\boldsymbol{A})\operatorname{vec}(\boldsymbol{R})\|^{2} = \operatorname{vec}(\boldsymbol{R})^{\mathrm{T}}C\operatorname{vec}(\boldsymbol{R}), \quad (16)$$

式中矩阵  $C_{9\times9} = \sum_{i=1}^{n} W_{id} W_{io} (\mathbf{p}_{i} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{A}^{\mathsf{T}}) (\mathbf{I} - \mathbf{V}_{i}) (\mathbf{p}_{i}^{'\mathsf{T}} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{A})$ 。

当物方残差小于设置的目标函数下界或者收敛 容差小于设置的阈值时,迭代终止,由于开始时对参 考点的坐标进行了零均值化,所以输出的平移向量为

$$\boldsymbol{t}_{\text{out}} = \boldsymbol{t} - \boldsymbol{R} \, \boldsymbol{\bar{p}} \, . \tag{17}$$

综上所述,基于参考点位置信息的正交迭代算 法的具体步骤为,根据旋转矩阵的初始值及归一化 的像点,得到平移向量的初始值,从而计算出空间参 考点在相机坐标系下的参考位置。根据参考点在相 机坐标系下的深度以及距离摄像头光心的距离得到 加权物方残差目标函数,进行迭代运算。在迭代开 始前,计算 A、C矩阵,根据(14)和(15)式计算出更 新的旋转矩阵 R,再根据(16)式求得加权最小二乘 物方残差,不断迭代,直到满足迭代停止条件,此时 的旋转矩阵 R 包含了摄像头坐标系相对于世界坐 标系在三个坐标轴上的旋转角度,最后根据(17)式 计算出摄像头在世界坐标系下的位置。

# 3 实 验

实验分为模拟数据实验和真实图像实验。实验 平台为 Inter(R)Core(TM)i5-6500 CPU,主频为 3.2 GHz,内存大小为 8.00 GB;软件平台为 Win10 64 位操作系统,Matlab R2016a。实验使用旋转矩 阵误差  $e_{rot}(degree) = \max_{k \in (1,2,3)} \cos^{-1}(\mathbf{r}_{k,true}^{T}\mathbf{r}_{k}) \times 180/$  $\pi$ 和平移向量误差  $t_{trans}(\%) = \|t_{true} - t\|/\|t_{true}\| \times$ 100 两个指标来评估各种算法的精度,其中, $\mathbf{r}_{k,true}$ 和  $\mathbf{r}_{k}$ 分别是  $R_{true}$ 和 R 的第 k 列。

# 3.1 模拟数据实验

在模拟数据实验中,假定摄像头的内参矩阵为

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} 150 & 0 & 360 \\ 0 & 150 & 240 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

镜头的径向畸变系数为 $k_1 = 0.2733, k_2 = -1.5633,$  $k_3 = 2.8348, 切向畸变系数为 <math>p_1 = 0.0015, p_2 = -8.3147 \times 10^{-4}$ 。参考点随机分布在 $[-20,20] \times [-20,20] \times [40,80]$ 的范围内,并随机产生三个欧 拉角,生成对应的旋转矩阵 **R**,根据不同实验产生平 移向量 t。以 **R** 和 t 作为相机位姿的真实值,由相 机内参,将随机生成的三维空间点根据空间参考点 和像点的几何约束关系生成对应的图像坐标点(u, v),作为图像的真实坐标点,用于计算误差。图像 点添加均值为 0、标准差为 1 的高斯噪声。

为了验证改进的正交迭代算法的有效性,比较 下列算法的计算时间与计算精度:1) EPnP,文献 [15]提出的 EPnP 算法;2) ML,文献[21]提出的最 大似然估计算法;3) RPnP,文献[13]提出的稳健位 姿估计方法;4) LHM,文献[23]提出的以弱透视为 初值的正交迭代算法;5) LHM+:文献[26]提出的 以 RPnP 为初值的加速正交迭代算法;6) W-OI,文 献[27]提出的以弱透视为初值的加权正交迭代算 法;7) WLHM+,本文提出的WLHM+算法,以 RPnP 为初值。

3.1.1 参考点数目实验

随机产生平移向量t,参考点数目范围为[10,



参考点数目变化时,不同算法的(a)旋转矩阵误差及(b)平移向量误差

Fig. 2 (a) Rotation matrix error and (b) translation vector error with different numbers of reference points



图 2



由图 2 可以得到,各个算法的旋转矩阵误差及 平移向量误差随着空间参考点数目的增多而降低。 在参考点数目不多的情况下, EPnP、ML 算法易受 噪声的影响,而LHM 算法由于使用弱透视模型得 到初值,估计精度较低。W-OI 算法虽然以弱透视 为初值,但是考虑了参考点的重投影误差,因此具有 低的旋转及平移误差。由于有较为精确的初始值, LHM+、WLHM+算法的旋转及平移误差都较低。 WLHM+算法根据各个空间参考点的位置信息,改 变其对目标函数的作用程度,随着参考点数目的增 多,位姿估计精度增高。由图3可以得到,随着参考 点数目的增多,各种算法的计算时间都有所增加,其 中,线性算法 EPnP 和 RPnP 的计算时间少于非线 性迭代算法 ML、LHM、LHM+、W-OI、WLHM+。 对于所有的参考点数目,LHM+算法与本文算法 WLHM+都显著地减少了原始正交迭代算法 LHM 的计算时间。在迭代过程中,W-OI 需要重新 计算每个参考点的重投影误差,因此时间复杂度较 高。WLHM+算法在考虑各个空间参考点的位置 信息的同时,对迭代过程进行了优化,因此在运行时 间上较 LHM+算法略有增加。

3.1.2 空间参考点中心与相机距离实验

参考点数目为50,相机光轴与空间参考点中心 在同一视线上,空间参考点中心与相机距离变换范 围为[10,80],变化步长为10,每个参考点数目进行 1000次独立实验,对计算误差求取平均值。图4为 空间参考点中心与相机距离变化时,不同算法的旋 转计算误差及平移计算误差。

由图 4 可以得到,在同等条件下,空间参考点中 心与相机距离越远,相机位姿估计误差越大。线性 算法 EPnP、RPnP 由于内在的旋转约束,在空间参 考点中心离相机距离增加时,得不到较高的精度,其 中,RPnP算法的估计精度明显较差且不稳定。在 空间参考点深度较高的情况下,LHM、LHM+、W-OI、WLHM+算法在给定初值的前提下,更容易找 到全局最优解,因此旋转矩阵误差及平移向量误差 都较低。而 WLHM+算法在空间参考点中心与相 机距离较大时,考虑了参考点的位置信息,得到的计 算精度较高。

3.1.3 空间参考点中心与相机光轴距离实验

参考点数目为 50, 空间参考点中心与相机距离 为40,相机光轴与空间参考点中心在相机坐标系的 x 轴方向的距离保持一致, y 轴方向的距离变换范 围为[10,80],变化步长为10,每个参考点数目进行 1000 次独立实验,对计算误差求取平均值。图 5 为 空间参考点中心与相机光轴距离变化时,不同算法 的旋转计算误差及平移计算误差。

80],变化步长为10,每个参考点数目进行1000次 独立实验,对计算时间和误差求取平均值。图2为 不同参考点数目下,不同算法的旋转矩阵误差及平 移向量误差。图 3 为不同参考点数目下,不同算法 的计算时间。





between space reference point center and camera optical axis

由图 5 可以得到,随着空间参考点中心与相机光 轴距离的增加,各个算法的旋转矩阵误差及平移向量 误差都会增加,相机位姿估计精度降低。LHM+、W-OI、WLHM+算法的计算精度明显高于 LHM 算法, 接近于 ML 算法。在空间参考点中心与相机光轴距 离在 60 mm 以上时,提出的 WLHM+算法能够有效 地平衡各个参考点对目标函数的贡献,因此,估计精 度较其他算法高,具有较好的稳健性。

## 3.2 真实图像实验

在真实实验中,固定摄像头在模型车上的位置, 采用基于二维平面靶标的张正友相机标定方法对摄 像头进行标定,得到摄像头的内参,包括摄像头的内 参矩阵、畸变系数。在布上均匀分布12个空间参考 点,将布摆放在模型车底面所在平面,以模型车底面 中心构建世界坐标系,得到参考点的世界坐标。具 体结构如图6所示。根据空间参考点在摄像头获取 图像中的梯度特征得到空间参考点的图像坐标。图 7是真实图像实验结果,绿色叉代表空间参考点在 图像中所对应的像点,红色十字代表空间参考点根 据WLHM+算法计算得到的位姿进行重投影的像 点,可以看出,重投影像点与真实参考点像点重合度 较高。表1为图像真实像点及三维空间参考点利用



图 6 真实图像实验装置结构图 Fig. 6 Real image experiment device structure



图 7 重投影像点结果 Fig. 7 Result of re-projection in image points

#### 表1 空间参考点像面重投影结果与真实像点距离之差

Table 1 Difference between re-projection result of spatial reference point on image plane and real image point

| Spatial         | LIM   | I LIM- | W OI  | WI LIM- | Spatial         | LUM   | I LIM- | W OI  | WI LIM- |
|-----------------|-------|--------|-------|---------|-----------------|-------|--------|-------|---------|
| reference point | LHM   | спи⊤   | w-OI  | WLHM+   | reference point | LIM   | спм⊤   | w-OI  | WLHMT   |
| 1               | 0.040 | 0.038  | 0.026 | 0.021   | 7               | 0.035 | 0.036  | 0.022 | 0.024   |
| 2               | 0.031 | 0.039  | 0.022 | 0.022   | 8               | 0.036 | 0.036  | 0.025 | 0.027   |
| 3               | 0.030 | 0.035  | 0.026 | 0.029   | 9               | 0.037 | 0.039  | 0.020 | 0.024   |
| 4               | 0.032 | 0.037  | 0.030 | 0.026   | 10              | 0.034 | 0.033  | 0.021 | 0.022   |
| 5               | 0.030 | 0.029  | 0.028 | 0.028   | 11              | 0.036 | 0.036  | 0.026 | 0.026   |
| 6               | 0.039 | 0.038  | 0.023 | 0.025   | 12              | 0.039 | 0.038  | 0.028 | 0.029   |

本文算法及其他算法结果进行像面重投影所得像点 坐标之差。可以看出,W-OI、WLHM+算法得到的像 面重投影结果与真实像点距离之差低于 LHM、 LHM+算法。W-OI 算法对参考点进行像面重投影 计算相机位姿,因此得到的重投影结果接近测量值。 WLHM+算法考虑了参考点在相机坐标系下的位置 信息,得到的重投影结果与像点的测量值较为吻合。 像方残差及物方残差进行了对比,分析结果如表 2 所示。可以看出,提出的WLHM+算法减少了 LHM算法的迭代次数,在计算时间上较LHM+算 法略长,在达到相近物方残差与像方残差的条件下, 其迭代次数及运行时间明显低于W-OI。由于考虑 了目标函数中空间参考点的不确定性,WLHM+有 效地减少了相机位姿估计的物方残差及像方残差, 提高了估计精度。

对4种非线性迭代方法的迭代次数、计算时间、

表 2 真实图像实验结果

| Table 2 Results of real | limage | experiment |
|-------------------------|--------|------------|
|-------------------------|--------|------------|

|           | Number of  | Calculating | Re-projection          | Re-projection         |  |
|-----------|------------|-------------|------------------------|-----------------------|--|
| Algorithm | iterations | time /ms    | object-space error /mm | image-space error /mm |  |
| LHM       | 19         | 7.2         | 0.14                   | 0.035                 |  |
| LHM+      | 10         | 2.5         | 0.14                   | 0.035                 |  |
| W-OI      | 16         | 11.4        | 0.12                   | 0.024                 |  |
| WLHM+     | 10         | 2.8         | 0.10                   | 0.025                 |  |

# 4 结 论

针对相机位姿估计中的正交迭代算法存在稳定 性差、易受噪声干扰等问题,结合空间参考点的不确 定性,提出了一种改进算法。根据空间参考点的位 置特征确定其对物方残差目标函数的贡献,最优化 约束最小二乘物方残差函数,使物方残差近似于重 投影的像方残差。利用加速的思想,提前计算迭代 过程中的常量,改进算法的时间复杂度和精度均优 于正交迭代算法,在达到同等精度的条件下,其时间 复杂度明显低于加权正交迭代算法,较加速正交迭 代算法在时间复杂度上略有增加,但是相机位姿估 计的精度更高,具有更强的抗噪能力。

由于正交迭代法利用正交投影替代相机的透视 投影获得位姿的数值解,因此旋转矩阵不满足单位 正交约束,由此导致基于连续视频图像的相机位姿 跟踪中会出现较大的累积误差,后续拟解决该问题。

#### 参考文献

[1] Caron G, Dame A, Marchand E. Direct model based

visual tracking and pose estimation using mutual information[J]. Image and Vision Computing, 2014, 32(1): 54-63.

- [2] Ke T, Roumeliotis S I. An efficient algebraic solution to the perspective-three-point problem [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2017: 4618-4626.
- [3] Wu F L, Liu J J, Ren X, et al. Deep space exploration panoramic camera calibration technique based on circular markers [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(11): 1115002.
  吴凡路,刘建军,任鑫,等.基于圆形标志点的深空 探测全景相机标定方法 [J].光学学报, 2013, 33 (11): 1115002.
- [4] Tahri O, Chaumette F. Complex objects pose estimation based on image moment invariants [C] // Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005: 436-441.
- [5] Azuma R, Baillot Y, Behringer R, *et al*. Recent advances in augmented reality [J]. IEEE Computer

Graphics and Applications, 2001, 21(6): 34-47.

- [6] Fischler M A, Bolles R C. Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography[J]. Communications of the ACM, 1981, 24(6): 381-395.
- [7] Quan L, Lan Z D. Linear N-point camera pose determination [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21 (8): 774-780.
- [8] Kneip L, Scaramuzza D, Siegwart R. A novel parametrization of the perspective-three-point problem for a direct computation of absolute camera position and orientation [C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2011: 2969-2976.
- [9] Kukelova Z, Bujnak M, Pajdla T. Closed-form solutions to minimal absolute pose problems with known vertical direction [C] // Asian Conference on Computer Vision, 2010: 216-229.
- [10] Nistér D, Stewénius H. A minimal solution to the generalised 3-point pose problem [J]. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2007, 27(1): 67-79.
- [11] Wang P, Sun C K, Zhang Z M. Linear pose estimation with a monocular vision system [J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32 (5): 1126-1131.
  王鹏,孙长库,张子森.单目视觉位姿测量的线性求
- 解[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(5): 1126-1131.
  [12] Wu F C, Hu Z Y. A study on the P<sub>5</sub> P problem[J]. Journal of Software, 2001, 12(5): 768-775.
  吴福朝, 胡占义. 关于 P<sub>5</sub> P 问题的研究[J]. 软件学
- 报, 2001, 12(5): 768-775. [13] Li S Q, Xu C, Xie M. A robust *O(n)* solution to the perspective-*n*-point problem [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(7): 1444-1450.
- [14] Abdel-Aziz Y I, Karara H M, Hauck M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry [J]. Photogrammetric Engineering & Remote Sensing, 2015, 81(2): 103-107.
- Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. EPnP: an accurate O(n) solution to the PnP problem [J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81 (2): 155-166.
- [16] Hesch J A, Roumeliotis S I. A direct least-squares

(DLS) method for PnP[C] // International Conference on Computer Vision, 2011: 383-390.

- [17] Zheng Y Q, Kuang Y B, Sugimoto S, et al. Revisiting the PnP problem: a fast, general and optimal solution[C] // IEEE International Conference on Computer Vision, 2013: 2344-2351.
- [18] Ferraz L, Binefa X, Moreno-Noguer F. Very fast solution to the PnP problem with algebraic outlier rejection[C] // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 2014: 501-508.
- [19] Yang S, Wu F C. Weighted linear methods for the camera pose estimation [J]. Journal of Software, 2011, 22(10): 2476-2487.
  杨森, 吴福朝. 摄像机位姿的加权线性算法[J]. 软件学报, 2011, 22(10): 2476-2487.
- [20] Wang P, Xu G L, Cheng Y H, et al. A simple, robust and fast method for the perspective-n-point problem [J]. Pattern Recognition Letters, 2018, 108: 31-37.
- [21] Hartley R, Zisserman A. Multipleview geometry in computer vision [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2003:1865-1872.
- [22] Dementhon D F, Davis L S. Model-based object pose in 25 lines of code [J]. International Journal of Computer Vision, 1995, 15(1/2): 123-141.
- Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J].
   IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [24] Haralick R M, Joo H, Lee C, et al. Pose estimation from corresponding point data [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1989, 19(6): 1426-1446.
- [25] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images [J].
   IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [26] Li X, Long G C, Liu J B, et al. Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0115004.

李鑫,龙古灿,刘进博,等.相机位姿估计的加速正 交迭代算法[J].光学学报,2015,35(1):0115004.

[27] Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(5): 0515002.

周润,张征宇,黄叙辉.相机位姿估计的加权正交迭

代算法[J]. 光学学报, 2018, 38(5): 0515002.

[28] Yue X K, Wu Y Y, Wu K Z. A novel binocular OI (orthogonal iteration) fusion algorithm better for estimation of spacecraft position and attitude [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2011, 29(4): 559-563.

岳晓奎,武媛媛,吴侃之.基于视觉信息的航天器位 姿估计迭代算法[J].西北工业大学学报,2011,29 (4):559-563.