第 56 卷 第 1 期 激 光 与 光 电 子 学 进 展 Vol. 56, No. 1
2019 年 1 月 Laser & Optoelectronics Progress January, 2019

基于多频外差的全频解相方法

刘飞*，李佳鑫，赖俊霖，何春桥
重庆大学机械传动国家重点实验室，重庆 400044

摘要 为提高对自由曲面对象细节的分辨能力，抑制解相产生的跳跃性误差，并减少正确解相的充分条件，提出基于多频外差的全频解相方法。首先，通过标准四步相移法求解包裹相位；然后，使用全频解相法，通过绝对相位与光栅节距之间的关系，转换不同节距的光栅包含的细节信息，从而提高解相相位细节的精度。相比现有方法，所提方法抑制解相产生的跳跃性误差的约束更少。仿真结果表明，所提方法解相后无跳跃性误差，且无需额外的误差校正。实验结果表明，所提方法的三维重构精度更高，且重构表面更平滑，细节更清晰。相比现有方法，所提方法的解相误差标准差减小 44%。

关键词 测量；表面测量；结构光；多频外差；相位解包裹
中图分类号 TN206 **文献标识码** A **doi**：10.3788/LOP56.011202

Full-Frequency Phase Unwrapping Algorithm Based on Multi-Frequency Heterodyne Principle

Liu Fei*, Li Jiaxin, Lai Junlin, He Chunqiao
State Key Laboratory of Mechanical Transmissions, Chongqing University, Chongqing 400044, *China*

Abstract In order to improve the ability of recognizing the details of the measured free-form surface, restrain the jumping error caused by the processing of phase unwrapping, and reduce the sufficient conditions for the correct phase unwrapping, a full-frequency phase unwrapping algorithm based on multi-frequency heterodyne is proposed. First, the standard four-step phase shifting algorithm is used to solve the wrapped phase. Then, using the full-frequency phase unwrapping algorithm, the details contained in the fringe pattern with different pitches are converted by the relationship between the phase and the fringe pitch to improve the accuracy of the unwrapped phase details. Compared with the existing method, less constraints are derived in order to restrain the jumping error caused by the processing of phase unwrapping. Simulation results show that the proposed method has no jumping error after the phase unwrapping, and no additional error correction is needed. Experimental results verify that the three-dimensional reconstruction has higher precision, the reconstructed surface is smoother and the details are clearer. Compared with the existing method, the standard deviation of phase unwrapped error of the proposed method is reduced by 44%.

Key words measurement; surface measurement; structured light; multi-frequency heterodyne; phase unwrapping
OCIS codes 120.6650; 120.5050; 100.3010; 100.5070

1 引 言

结构光三维测量技术是一种基于条纹投影的三维形貌测量技术，被广泛应用于各个领域[1-5]。相移法是目前结构光测量中最常用的测量方法，具有较高的测量精度。由于反正切函数的使用，相位求解结果为[$-\pi$,π)的包裹相位，包裹相位在全场范围内不具备连续性，因此需要解包裹得到全场连续的绝对相位。

测量过程中存在各种光学噪声、测量元件振动和数字投影仪的非线性响应等不利因素，严重影响了结构光测量精度，导致三维重建细节模糊，分辨能力低，且如果直接使用多频外差原理求解绝对相位存在跳跃性误差。因此，国内外学者提出了多种提

收稿日期：2018-06-20；**修回日期**：2018-07-05；**录用日期**：2018-07-18
基金项目：国家自然科学基金(51605059)、政府间国际科技创新合作重点专项(2016YFE0113600)
* **E-mail**：fei_liu@cqu.edu.cn

高三维重建细节的相位误差补偿方法[6-13]和抑制跳跃性误差方法[14-17]。相位误差补偿方法可以归纳为三类：主动补偿法、被动补偿法和反向补偿法。

主动补偿法根据标定出的相位误差分布规律对投影条纹进行重新编码，使相机采集到高精度的正弦条纹图[6-7]。例如，Zheng 等[6]使用两步法和最小二乘法计算出最优预编码伽马值，根据该值重新编码投影的正弦条纹。主动补偿法的精度受使用环境影响较大，当外部环境发生变化后，需重新进行标定。

被动补偿法通过标定出的相位误差分布规律对相机采集到的条纹图进行误差补偿[8-9]。例如，Zhang 等[8]对子区域标定得到相位误差曲线，通过查表法补偿相位误差；周平等[9]在 8 种环境光条件下拟合相位误差曲线补偿相位误差。被动补偿法对外部环境变化较敏感，标定过程复杂，同时测量速度和精度与补偿算法的复杂度相关。

反向补偿法根据标定出的相位误差分布规律投影出一组相位误差相反的条纹，以此抵消相位误差[10-12]。Cai 等[12]通过希尔伯特算法进行反向误差补偿，此方法要求被测物表面连续，且测量速度较低。

为抑制由解相产生的相位跳跃性误差，陈玲等[15]对误差点的邻域分析进行误差矫正，此方法失去了解包裹时每个像素点的独立性，不适用于型面复杂的物体。陈松林等[17]通过投影节距较大的条纹保证相位级数正确，但是该方法约束过多，且第三种光栅节距过大，细节信息丢失严重，不能用于提高分辨细节的能力。

因此，为提高多频外差解相对细节的分辨能力，并抑制解相产生的跳跃性误差，本文提出基于多频外差原理的全频解相方法。在提出正确解包裹需要满足的条件后，利用多频外差原理的多频特性，提高绝对相位于细节的分辨能力。本文方法解相后绝对相位无跳跃性误差，无需额外的误差校正，且解相结果细节更平滑，三维重建后不丢失细节信息。

2　三频外差解相及误差分析

由文献[18]可知，三频外差解相是指将三种不同节距的光栅通过叠加求取全场范围内唯一的绝对相位，如图 1 所示。相对于双频外差解相，三频外差解相对细节的分辨能力更高。

分别向被测物表面投影节距为 p_1、p_2、p_3 的正弦光栅 1、光栅 2、光栅 3。光栅 12 由光栅 1 与光栅 2 叠加产生，光栅 23 由光栅 2 与光栅 3 叠加产生，

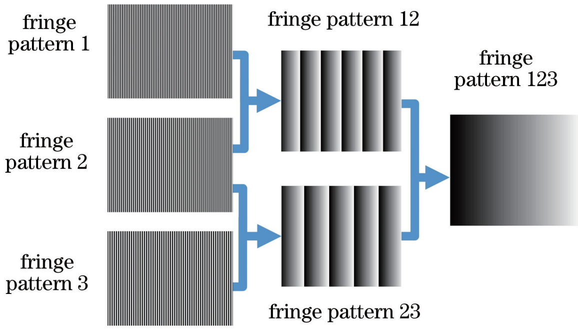

图 1　三频外差解相原理

Fig. 1　Three-frequency optical heterodyne principle

其中 $p_1<p_2<p_3$，对于被测物表面某点有如下关系：

$$p_{12}=\frac{p_1 p_2}{p_2-p_1}, p_{23}=\frac{p_2 p_3}{p_3-p_2}, \tag{1}$$

$$\Delta n_i=\frac{\varphi_i}{2\pi}, \Delta n_i\in[0,1), i=1,2,3,12,23,123, \tag{2}$$

$$\begin{cases}\Delta n_{12}=\begin{cases}\Delta n_1-\Delta n_2, & \Delta n_1\geqslant\Delta n_2\\ 1+\Delta n_1-\Delta n_2, & \Delta n_1<\Delta n_2\end{cases}\\ \Delta n_{23}=\begin{cases}\Delta n_2-\Delta n_3, & \Delta n_2\geqslant\Delta n_3\\ 1+\Delta n_2-\Delta n_3, & \Delta n_2<\Delta n_3\end{cases}\end{cases}, \tag{3}$$

$$\begin{cases}\phi_i=2\pi\times n_i=2\pi\times(N_i+\Delta n_i)\\ N_i\in Z, i=1,2,3,12,23,123\end{cases}, \tag{4}$$

式中 p_{12} 和 p_{23} 分别表示光栅 12 和光栅 23 的节距，n_i 表示被测物表面某点在对应光栅图中的条纹级数，n_i 包含整数部分 N_i 和小数部分 Δn_i，φ_i 表示对应光栅的包裹相位，ϕ_i 表示对应光栅的绝对相位。光栅 123 由光栅 12 与光栅 23 叠加产生，选择合适的 p_1、p_2、p_3 使得光栅 123 的条纹节距 p_{123} 覆盖全场，此时 $N_{123}=0$。

因此，

$$\Delta n_{123}=\begin{cases}\Delta n_{12}-\Delta n_{23}, & \Delta n_{12}\geqslant\Delta n_{23}\\ 1+\Delta n_{12}-\Delta n_{23}, & \Delta n_{12}<\Delta n_{23}\end{cases}, \tag{5}$$

$$n_{12}=\frac{p_{23}(N_{123}+\Delta n_{123})}{p_{23}-p_{12}}, N_{12}=\mathrm{floor}(n_{12}), \tag{6}$$

$$\phi_1=2\pi\times N_1+\varphi_1, N_1=\mathrm{floor}\left[\frac{p_2(N_{12}+\Delta n_{12})}{p_2-p_1}\right], \tag{7}$$

式中 floor()表示向下取整。

由于测量过程中存在光学噪声与测量元件振动等随机误差，包裹相位 $\varphi_i(i=1,2,3)$ 与理论值存在一定误差。分析(3)式可知，当 Δn_1 和 Δn_2 接近或 Δn_2 和 Δn_3 接近时，极小的误差使 Δn_{12}、Δn_{23} 产生 0 到 1 的跳跃性误差，如图 2 所示，其中图 2(a)横坐

标 677～687 pixel。(5)式求解 Δn_{123} 同理，图 2(b)横坐标 0～50 pixel 和 950～1024 pixel，由于 Δn_{12} 和 Δn_{23} 只在光栅最左侧和最右侧互相接近，因此需要避免被测物位于投影的条纹光栅两端。由于外差法使用加减法虚拟出光栅 12、光栅 23 和光栅 123，且光栅 1、光栅 2、光栅 3 的随机误差相互独立，因此每次外差操作将放大误差，最终 Δn_{123} 如图 2(b)横坐标 50～950 pixel 所示。

分析(6)式可知，当 Δn_{123} 出现非 0 到 1 跳跃性误差时，由于 $p_{23}/(p_{23}-p_{12})>1$，因此该误差被放大，使得 n_{12} 求解不准确。当 Δn_{12} 产生 0 到 1 的跳跃性误差时，此时该区域处于上一级条纹向下一级条纹过渡的区域，即 n_{12} 接近整数时，由于 floor 向下取整的特性，使得 N_{12} 出现值为 1 的跳跃性误差，如图 2(c)横坐标 300～390 pixel。当 Δn_{12} 无 0 到 1 的跳跃性误差时，此时 n_{12} 不接近整数，floor() 函数将取得准确的 N_{12}。

分析(7)式可知，当 N_{12} 出现跳跃性误差时，即 Δn_{12} 出现 0 到 1 的跳跃性误差时，由于 $p_2/(p_2-p_1)\gg 1$，因此该误差被大幅度放大，使用 floor 函数求解 N_1 将产生较大的整数跳跃性误差，最终使 ϕ_1 产生 $n\times 2\pi$ 跳跃性误差，如图 2(d)像素坐标 200 pixel附近。当 N_{12} 无跳跃性误差时，即 Δn_{12} 无 0 到 1 的跳跃性误差时，$p_2/(p_2-p_1)$ 将放大 Δn_{12} 的非跳跃性误差，若误差放大后求得的 n_1 接近整数，floor 函数将求得错误的 N_1，该值与理论值相差 1，最终使 ϕ_1 产生 2π 跳跃性误差，如图 2(d)像素坐标 410～440 pixel。

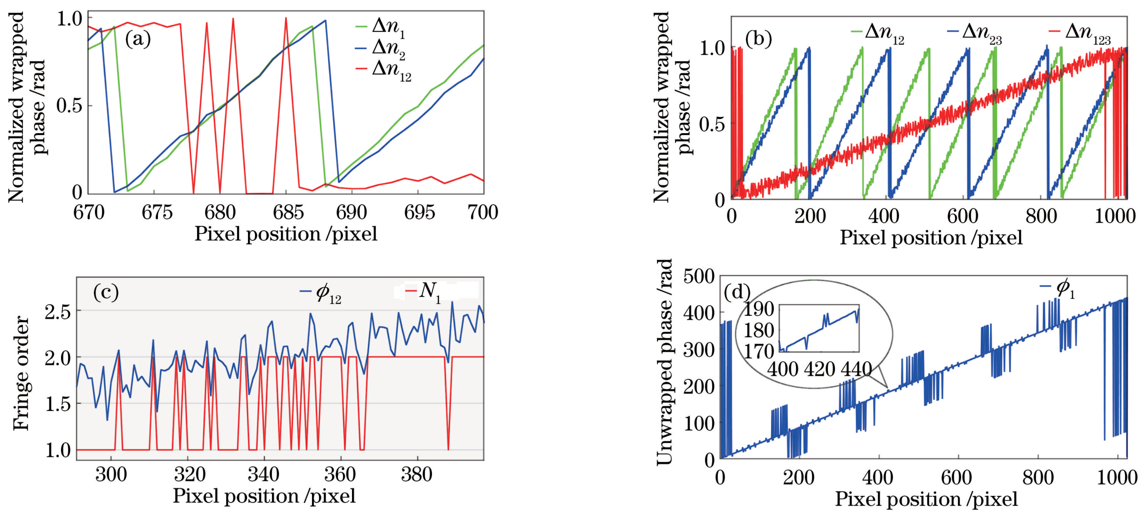

图 2 跳跃性误差。(a) Δn_{12} 跳跃性误差；(b) Δn_{123} 误差；(c) N_1 向下取整误差；(d) ϕ_1 误差

Fig. 2 Jumping error. (a) Jumping error of Δn_{12}; (b) error of Δn_{123}; (c) flooring error of N_1; (d) error of ϕ_1

除跳跃性误差外，传统多频外差解相方法在细节的分辨能力完全取决于单一频率包含的细节信息，丢失其余频率包含的细节信息，使得三维重构结果细节模糊，表面凹凸不平。

3 基于多频外差的全频解相方法

为解决上述问题，基于上述分析，本文提出基于多频外差原理的全频解相方法，与传统解相方法相比，本文方法对光栅节距选择要求较低，解相过程简单，展开的绝对相位光滑且无跳跃性误差，不需要进行额外校正，且利用多频外差的多频特性提高对被测物细节的分辨能力。该方法的实现过程如下：

1) 分别向待测物体表面投影节距为 p_1、p_2、p_3 的正弦光栅条纹，其中 $p_1<p_2<p_3$，使得光栅 123 的节距 p_{123} 能覆盖全场；

2) 使用标准四步相移法求解 p_1、p_2、p_3 对应的包裹相位 φ_1、φ_2、φ_3；

3) 根据(3)式求解光栅 1 与光栅 2 叠加形成的光栅 12 的包裹相位 φ_{12}，以及光栅 2 与光栅 3 叠加形成的光栅 23 的包裹相位 φ_{23}；

4) 根据(5)式求解光栅 12 与光栅 23 叠加形成的光栅 123 的包裹相位 φ_{123}，根据 $N_{123}=0$ 求得光栅 123 的绝对相位 ϕ_{123}；

5) 根据(8)式求得 ϕ'_{12} 和 ϕ'_{23}，根据(9)式求得 N_{12} 和 N_{23}，从而根据(4)式求得 ϕ_{12} 和 ϕ_{23}；

$$p_{12}\phi'_{12}=p_{23}\phi'_{23}=p_{123}\phi_{123}, \tag{8}$$

$$N_i=\mathrm{round}\left(\frac{\phi'_i}{2\pi}-\Delta n_i\right), i=12,23, \tag{9}$$

6) 根据(10)式求得 N_i，从而求得 ϕ'_i，最终根据 ϕ'_i 之间的关系求得 ϕ_i。

$$N_i = \mathrm{round}\left(\frac{p_{12}\times\phi_{12}+p_{23}\times\phi_{23}}{4\pi\times p_i}-\Delta n_i\right),i=1,2,3。\tag{10}$$

展开的绝对相位为

$$\phi_{12}=2\pi\times\mathrm{round}\left[\frac{p_{23}(N_{123}+\Delta n_{123})}{p_{23}-p_{12}}-\Delta n_{12}\right]+\varphi_{12},\tag{11}$$

$$\phi_{23}=2\pi\times\mathrm{round}\left[\frac{p_{12}(N_{123}+\Delta n_{123})}{p_{23}-p_{12}}-\Delta n_{23}\right]+\varphi_{23},\tag{12}$$

$$\phi_i=\frac{1}{p_i}\times\sum_{j=1}^{3}\left[\frac{2\pi}{3}p_j\times\mathrm{round}\left(\frac{p_{12}\times\phi_{12}+p_{23}\times\phi_{23}}{4\pi\times p_j}-\Delta n_j\right)+\frac{1}{3}p_j\times\varphi_j\right],i=1,2,3,\tag{13}$$

(13)式含 φ_1、φ_2、φ_3，使用全部频率的细节信息，提高对细节的分辨能力，且(13)式适用于其余频率数的多频外差解相，其通用式表示为

$$\phi_i=\frac{1}{p_i}\times\sum_{j=1}^{r}\left\{\frac{2\pi}{r}p_j\times\mathrm{round}\left[\frac{1}{n\times2\pi\times p_j}\times\sum_{m=1}^{n}(p_m\times\phi_m)-\Delta n_j\right]+\frac{1}{r}p_j\times\varphi_j\right\},i=1,2,3,\cdots,\tag{14}$$

式中：r 表示投影仪投出 r 种不同频率的光栅图；n 表示使用实际投射出的光栅图外差次数，本文光栅123由虚拟光栅12和虚拟光栅23外差所得，故本文 $n=2$；p_m、ϕ_m 表示对应外差后的节距和绝对相位。

采用条纹周期数确定节距，节距 p_i 与对应的条纹周期数 K_i 有如下关系：

$$K_i=\frac{h_{\mathrm{pixel}}}{p_i},i=1,2,3,12,23,\tag{15}$$

式中 K_1、K_2、K_3 分别为光栅图1、2、3的周期数，当光栅横向排列时 h_{pixel} 为光栅的横向分辨率。为使得叠加光栅覆盖全场，有如下关系：

$$\begin{cases}(K_1-K_2)-(K_2-K_3)=1\\K_1>K_2>K_3\end{cases}。\tag{16}$$

使用标准四步相移法求解的包裹相位存在四倍频的相位误差，该相位误差主要来源于相机和投影仪等的非线性影响，且该误差与条纹节距大小无关[19]。因此，设 φ_1、φ_2、φ_3 中最大的非线性误差为 φ_{error}，则 φ_{12}、φ_{23}、φ_{123} 的最大非线性误差分别为 $2\varphi_{\mathrm{error}}$、$2\varphi_{\mathrm{error}}$、$4\varphi_{\mathrm{error}}$，$\Delta n_{12}$、$\Delta n_{23}$、$\Delta n_{123}$ 的最大非线性误差分别为 $\varphi_{\mathrm{error}}/\pi$、$\varphi_{\mathrm{error}}/\pi$、$2\varphi_{\mathrm{error}}/\pi$。该方法在使用(11)式计算 ϕ_{12} 时，由(15)和(16)式可知，实际的绝对相位为

$$\phi'_{12}=2\pi\times\mathrm{round}\left[(K_1-K_2)\times\Delta n_{123}-\Delta n_{12}+(2K_1-2K_2-1)\times\frac{\varphi_{\mathrm{error}}}{\pi}\right]+\varphi_{12}+2\varphi_{\mathrm{error}}。\tag{17}$$

值得注意的是，$(K_1-K_2)\times\Delta n_{123}-\Delta n_{12}$ 求解结果为理论值，为精确的非负整数 N_{12}。因此，根据(17)式可知，当 $(2K_1-2K_2-1)\times\varphi_{\mathrm{error}}/\pi<0.5$ 时，即当 $K_1-K_2<\pi/4\varphi_{\mathrm{error}}+0.5$ 时，(11)式能较好地抑制叠加光栅12的绝对相位误差，使其最大的相位误差为 $2\varphi_{\mathrm{error}}$，无 2π 的跳跃性误差。同理可得，当 $K_2-K_3<\pi/4\varphi_{\mathrm{error}}+0.5$ 时，(12)式能较好地抑制叠加光栅23的绝对相位误差，使其绝对相位误差最大为 $2\varphi_{\mathrm{error}}$，无 2π 的跳跃性误差。

根据(13)、(15)和(16)式计算可知，实际的绝对相位为

$$\phi'_i=K_i\times\sum_{j=1}^{3}\left[\frac{2\pi}{3K_j}\times\mathrm{round}(N_{\mathrm{index}}+N_{\mathrm{error}})+\frac{1}{3K_j}\times(\varphi_j+\varphi_{\mathrm{error}})\right],i=1,2,3,\tag{18}$$

式中 N_{index} 和 N_{error} 分别表示为

$$N_{\mathrm{index}}=\frac{K_j}{4\pi}\times\left(\frac{\phi_{12}}{K_1-K_2}+\frac{\phi_{23}}{K_2-K_3}\right)-\Delta n_j,j=1,2,3,\tag{19}$$

$$N_{\mathrm{error}}=\frac{K_j}{4\pi}\times\left(\frac{\varphi_{\mathrm{error\_1}}-\varphi_{\mathrm{error\_2}}}{K_1-K_2}+\frac{\varphi_{\mathrm{error\_2}}-\varphi_{\mathrm{error\_3}}}{K_2-K_3}\right)-\frac{\varphi_{\mathrm{error}}}{2\pi}=\frac{\varphi_{\mathrm{error}}}{2\pi}\times\left(\frac{K_j}{K_2-K_3}-1\right),j=1,2,3,\tag{20}$$

式中 $\varphi_{\mathrm{error\_1}}$、$\varphi_{\mathrm{error\_2}}$、$\varphi_{\mathrm{error\_3}}$ 分别表示光栅1、光栅2和光栅3的包裹相位误差，且三种光栅的最大包裹相位误差均为 φ_{error}。由于 N_{index} 计算过程中 ϕ_{12}、ϕ_{23} 同时包含光栅2的误差，且两个 $\varphi_{\mathrm{error\_2}}$ 符号相反，因此不能直接带入 $2\varphi_{\mathrm{error}}$。(18)式中 N_{index} 求解结果为精确的非负整数 N_j，$j=1,2,3$，因此，当 $N_{\mathrm{error}}<0.5$ 时，ϕ_i 的最大非线性误差为 φ_{error}，根据(16)和(20)式可得：

$$\frac{1+K_2}{K_2-K_3}<\frac{\pi}{\varphi_{\mathrm{error}}}。\tag{21}$$

综上所述，为保证绝对相位无跳跃性误差，需要满足如下约束：

$$\begin{cases} K_1 - K_2 < \dfrac{\pi}{4 \times \varphi_{\text{error}}} + 0.5 \\ K_1 > K_2 > K_3 \\ K_1 - 2K_2 + K_3 = 1 \\ \dfrac{1 + K_2}{K_2 - K_3} < \dfrac{\pi}{\varphi_{\text{error}}} \end{cases}, \tag{22}$$

第一个不等式保证了虚拟光栅12和虚拟光栅23的最大非线性误差均不超过$2\varphi_{\text{error}}$，第二、三个不等式保证最终合成的光栅全场唯一，最后一个不等式保证最终绝对相位的最大非线性误差均不超过φ_{error}。值得注意的是，使用标准四步相移法求解包裹相位，如果不进行伽马校正，则其最大的相位误差约为0.08 rad[9,18]。

4 仿真分析与实验

4.1 仿真分析

为了验证本文方法，使用Matlab生成1024 pixel×768 pixel分辨率的标准光栅，在光栅上添加最大幅值为φ_{error}的随机误差，使用本文算法进行解相。以条纹周期数分别为77、73、70为例，由(22)式可知，当$\varphi_{\text{error}}<\pi/14$时，$\phi_{12}$、$\phi_{23}$的最大非线性误差均不超过$2\varphi_{\text{error}}$；当$\varphi_{\text{error}}<3\pi/74$时，$\phi_1$、$\phi_2$、$\phi_3$的最大非线性误差均不超过$\varphi_{\text{error}}$。

图3(a)～(d)为条纹周期数为77、73、70时，添加不同随机误差的解相结果。从图3(a)横坐标250 pixel附近可以看出，当添加的随机误差大于$\pi/14$时，ϕ_{12}、ϕ_{23}解相出现跳跃性误差；图3(b)和(c)为添加最大幅值为$\pi/15$的随机误差的解相结果，可以看出，ϕ_{12}、ϕ_{23}解相结果没有跳跃性误差，而ϕ_1、ϕ_2、ϕ_3则出现2π的跳跃性误差；当添加的随机误差小于$3\pi/74$时，如图3(d)所示，ϕ_1、ϕ_2、ϕ_3解相结果平滑，无跳跃性误差，以上结果与(22)式计算结果一致。

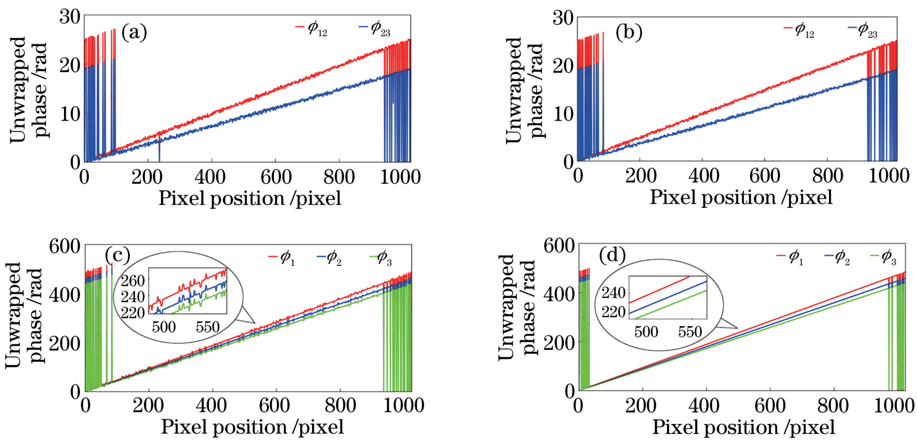

图3 不同误差下相位展开结果。(a) $\varphi_{\text{error}}=\pi/13$；(b)(c) $\varphi_{\text{error}}=\pi/15$；(d) $\varphi_{\text{error}}=\pi/25$

Fig. 3 Results of phase unwrapping with different errors. (a) $\varphi_{\text{error}}=\pi/13$; (b)(c) $\varphi_{\text{error}}=\pi/15$; (d) $\varphi_{\text{error}}=\pi/25$

图4为在条纹周期数为77、73、70时，添加最大幅值为$\varphi_{\text{error}}=\pi/25$的随机误差，使用本文方法与传统方法解相的误差分布图。图4(a)为本文方法解相结果与理论值之差，图4(b)为传统方法解相结果与理论值之差。由图4可知，本文方法求解结果标准差更小，传统方法离散严重。

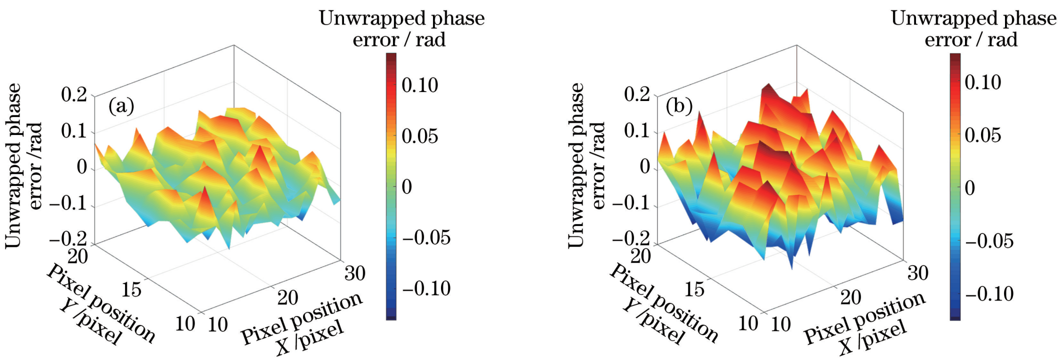

图4 误差分布对比。(a)本文方法解包裹；(b)传统方法解包裹

Fig. 4 Error distribution comparison. (a) Unwrapped by proposed algorithm; (b) unwrapped by existing method

计算相位误差的标准差结果如表 1 所示。由表 1 可知，本文方法求解结果相对于传统方法，误差的标准差降低 41%。

表 1　绝对相位误差的标准差

Table 1　Standard deviation of the unwrapped phase error

Unwrapped algorithm	Maximum deviation /rad	Mean deviation /rad	Standard deviation /rad
Existing method	±0.1309	0	0.0755
Proposed algorithm	±0.1306	0	0.0441

4.2　实验分析

为更进一步验证本文方法的有效性，使用投影仪投影 1024 pixel×768 pixel 的标准光栅，投影仪型号为明基 MX3058，使用单个 AVT 的 CCD 相机进行拍摄，相机型号为 Manta-G505B/G-505C，相机分辨率为 2452 pixel×2056 pixel，分别采用传统解相方法和本文方法进行三维重构，实验平台如图 5 所示。

使用投影仪向第五套人民币一元纸币投影分辨率为 1024 pixel×768 pixel 的光栅，光栅图像的输入灰度范围为50～220，条纹周期数为77、73、70，如图 6(a)所示，本文采用标准四步相移法求解包裹相位，如图 6(b)所示。

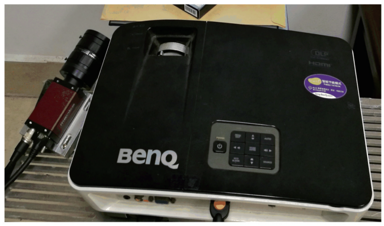

图 5　实验平台

Fig. 5　Experiment platform

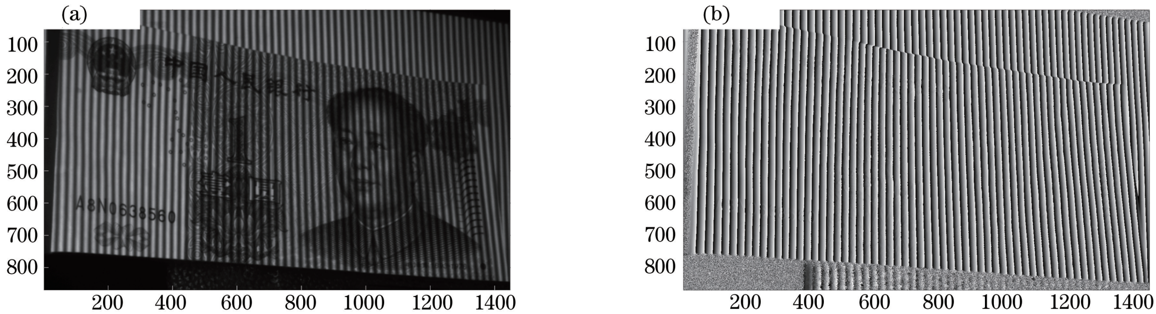

图 6　(a)相机拍摄图；(b)包裹相位

Fig. 6　(a) Captured by camera; (b) wrapped phase

分别使用传统方法与本文方法展开包裹相位，并使用 Geomagic Studio 12 软件进行三维重构，图 7(a)～(d)为一元纸币的三维重构结果。其中图 7(a)使用传统方法解相，图 7(c)使用本文方法解相。对比图 7(b)和(d)可知，传统方法重构后表面凹凸不平、细节模糊，本文方法重构后表面较平滑，且细节清晰。

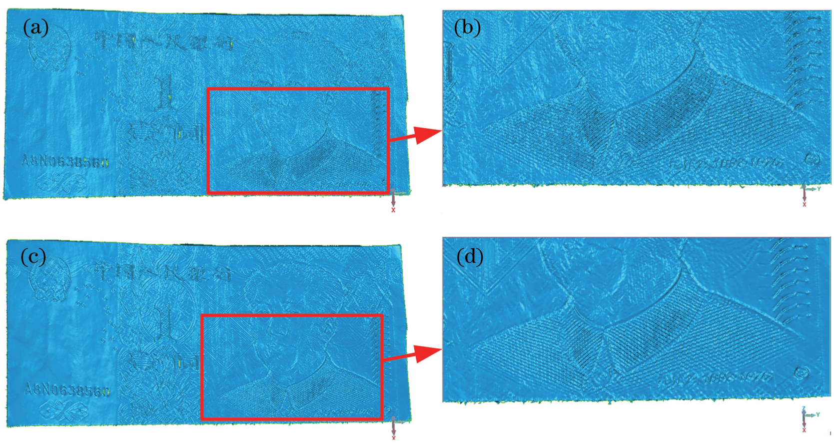

图 7　三维重构结果。(a)(b)传统方法解包裹；(c)(d)本文方法解包裹

Fig. 7　Reconstruction results. (a)(b) Unwrapped by existing algorithm; (c)(d) unwrapped by proposed algorithm

为评估本文方法的有效性,向标准白板投射光栅图像,重构后进行平面拟合,其拟合结果如图 8 和表 2 所示。其中图 8(a)使用传统方法解相,图 8(b)使用本文方法解相。对比图 8(a)和(b)可知,传统方法重构后表面存在大量凹凸的小点,本文方法重构后表面平整度大幅度增加。由表 2 可知,本文方法求解结果相对于传统方法,平面拟合的标准差降低 44%。

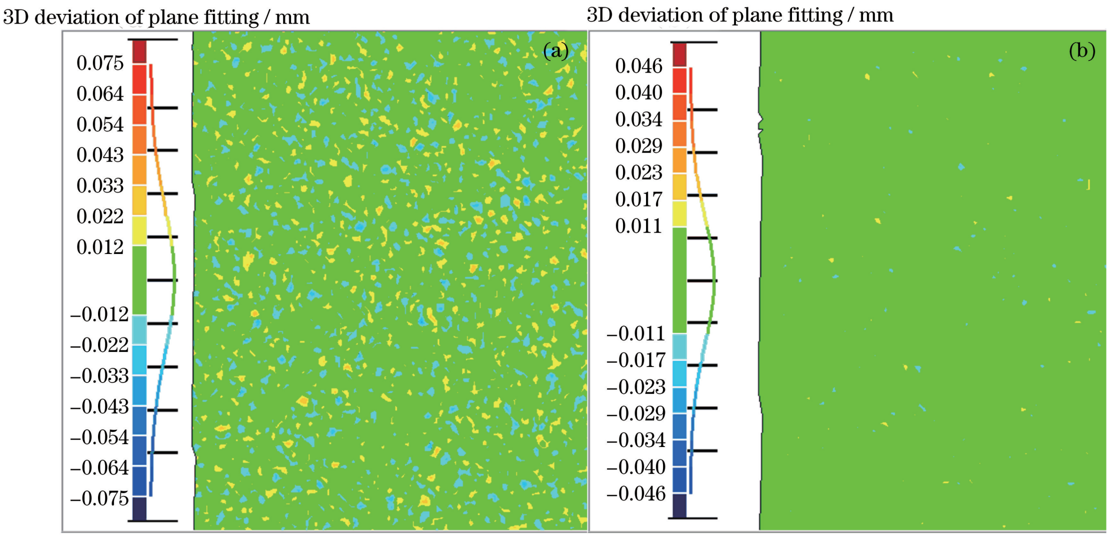

图 8 平面的拟合结果。(a)传统方法解包裹;(b)本文方法解包裹

Fig. 8 Plane fitting results. (a) Unwrapped by existing algorithm; (b) unwrapped by proposed algorithm

表 2 平面拟合的 3D 偏差

Table 2 3D deviation of plane fitting

Unwrapped algorithm	Maximum deviation /mm	Mean deviation /mm	Standard deviation /mm
Existing method	±0.075	±0.020	0.025
Proposed algorithm	±0.041	±0.011	0.014

5 结 论

在分析解相产生相位跳跃现象的基础上,提出基于多频外差的全频解相方法,抑制了解相产生的跳跃性误差,提高了分辨细节的能力,并提出该方法正确解相需满足的条件。本文方法基于多频外差解相中不同频率对细节的辨识能力不同,利用全部频率的细节信息使三维重构后细节不模糊,从而提高对被测物细节的分辨能力。仿真分析与实验结果均表明,当满足适用条件时,解相结果不存在跳跃性误差,无需额外的误差校正,绝对相位误差的标准差更小。实验结果表明,与传统算法相比,本文算法约束更少,且解相误差的标准差减小 44%。

参 考 文 献

[1] Reich C, Ritter R, Thesing J. 3-D shape measurement of complex objects by combining photogrammetry and fringe projection[J]. Optical Engineering, 2000, 39(1): 224-231.

[2] Ou P, Wang T, Li R X. A three-dimensional teeth measurement system based on structured light[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(1): 011102.
欧攀, 王婷, 李瑞祥. 一种基于结构光的牙齿三维测量系统[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(1): 011102.

[3] Zheng L B, Wang X D, Yan F. 3D reconstruction method based on linear-structured light stripe for welding seam[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(4): 041005.
郑鹭斌, 王晓栋, 严菲. 一种基于线结构光的焊缝三维重建方法[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(4): 041005.

[4] Qian X F, Zhang Y A, Li X Y, *et al*. Phase unwrapping algorithm based on mask and least-squares iteration[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 440-444.
钱晓凡, 张永安, 李新宇, 等. 基于掩膜和最小二乘迭代的相位解包裹方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 440-444.

[5] Cui Y J, Zhang W F, Li J X, *et al*. A method of Gamma correction in fringe projection measurement

[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0112002.
崔艳军, 张文峰, 李建欣, 等. 条纹投影三维测量的Gamma畸变校正方法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0112002.

[6] Zheng D L, Da F P. Gamma correction for two step phase shifting fringe projection profilometry [J]. Optik - International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(13): 1392-1397.

[7] Xu Z X, Chan Y H. Removing harmonic distortion of measurements of a defocusing three-step phase-shifting digital fringe projection system [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2017, 90: 139-145.

[8] Zhang C W, Zhao H, Zhang L, *et al*. Full-field phase error detection and compensation method for digital phase-shifting fringe projection profilometry [J]. Measurement Science and Technology, 2015, 26(3): 035201.

[9] Zhou P, Zhu T J, Liu X R, *et al*. Correction of phase error overcompensation and under-compensation in structured light measurement [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(1): 56-62.
周平, 朱统晶, 刘欣冉, 等. 结构光测量中相位误差的过补偿与欠补偿校正[J]. 光学 精密工程, 2015, 23(1): 56-62.

[10] Lei Z K, Wang C L, Zhou C L. Multi-frequency inverse-phase fringe projection profilometry for nonlinear phase error compensation [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 66: 249-257.

[11] Xiao C, Chen F, Zhong M. Method for improving measurement accuracy of inverse fringe[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(11): 111204.
肖朝, 陈锋, 钟敏. 一种提升反向条纹测量精度的方法[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(11): 111204.

[12] Cai Z W, Liu X L, Jiang H, *et al*. Flexible phase error compensation based on Hilbert transform in phase shifting profilometry [J]. Optics Express, 2015, 23(19): 25171-25181.

[13] Jia X J, Zhang Z J, Cao F, *et al*. System model and error analysis for coded structure light [J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(4): 717-727.
贾小军, 张之江, 曹芳, 等. 编码结构光系统模型及误差分析[J]. 光学 精密工程, 2011, 19(4): 717-727.

[14] Zhang S, Huang P S. Phase error compensation for a 3-D shape measurement system based on the phase-shifting method [J]. Optical Engineering, 2007, 46(6): 063601.

[15] Chen L, Deng W Y, Lou X P. Phase unwrapping method base on multi-frequency interferometry [J]. Optical Technique, 2012, 38(1): 73-78.
陈玲, 邓文怡, 娄小平. 基于多频外差原理的相位解包裹方法[J]. 光学技术, 2012, 38(1): 73-78.

[16] Huang Y N, Lou X P. Phase correction and matching based on multi-frequency heterodyne method[J]. Journal of Applied Optics, 2014, 35(2): 237-241.
黄亚楠, 娄小平. 基于多频外差原理的相位校正及匹配方法研究[J]. 应用光学, 2014, 35(2): 237-241.

[17] Chen S L, Zhao J B, Xia R B. Improvement of the phase unwrapping method based on multi-frequency heterodyne principle [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(4): 0412004.
陈松林, 赵吉宾, 夏仁波. 多频外差原理相位解包裹方法的改进[J]. 光学学报, 2016, 36(4): 0412004.

[18] Li Z W. A dissertation submitted in partial fulmlment of the requirements for the degree of doetor of philosophy in engineering [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009.
李中伟. 基于数字光栅投影的结构光三维测量技术与系统研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.

[19] Zheng D, Da F, Kemao Q, *et al*. Phase error analysis and compensation for phase shifting profilometry with projector defocusing [J]. Applied Optics, 2016, 55(21): 5721-5728.