

激光多边测量网布局优化研究

任瑜^{1,2}, 刘芳芳², 傅云霞^{2*}, 韩瑜², 郑继贵¹

¹天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072;

²上海市计量测试技术研究院机械与制造计量技术研究所, 上海 201203

摘要 激光多边测量网是基于激光跟踪仪多站测量的大尺寸坐标测量网络。跟踪仪的位置、数目,即网络布局,是影响测量网性能的关键因素。为此,在遗传算法基础上,提出基于网格的布局优化方法。以覆盖能力、测量精度及总体成本作为多目标评价函数,利用全局网格和局部网格对布局区域进行划分,将全局搜索和局部搜索相配合,无需初始布局即可全局寻优。实验表明,相较于经验布局,该方法更易获得符合测量要求的网络布局,大大降低了对操作人员测量经验的要求,具有良好的实用性。

关键词 测量; 大尺寸计量; 多边测量; 布局优化; 遗传算法; 激光跟踪仪

中图分类号 TH711

文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP56.011201

Placement Optimization of Laser Multilateration Network

Ren Yu^{1,2}, Liu Fangfang², Fu Yunxia^{2*}, Han Yu², Zhu Jigui¹

¹ State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University,
Tianjin 300072, China;

² Mechanics and Manufacture Division, Shanghai Institute of Measurement and Testing Technology,
Shanghai 201203, China

Abstract A laser multilateration network is a large-scale coordinate measurement network based on the multi-station measurement by laser trackers. The locations and number of trackers, i. e. the network placement, strongly influence the performance of this measurement network. Thus a grid-based placement optimization method is proposed based on the genetic algorithm, in which the coverage capability, measurement accuracy and overall cost are used as the multi-objective evaluation functions, while the global grids and local grids are used for the dividing of the placement area. Through the global search and local search, a global optimization can be achieved without any initial placements. The experimental results show that compared with the experience placement, the optimized network placement can meet the measurement requirements easily and reduce the requirement of operation experiences from operators. Thus it possesses a good practicality.

Key words measurement; large-scale metrology; multilateration; placement optimization; genetic algorithm; laser tracker

OCIS codes 120.3930; 120.3940; 140.3460

1 引言

激光多边测量网利用激光跟踪仪干涉测距精度高且可直接溯源至激光波长的特点,由多台跟踪仪或一台跟踪仪的多个位置组成,通过多边交会原理定位一组目标点,具有溯源链短、理论精度高等优点,是大尺寸工业测量现场精度控制的重要手

段^[1-4]。作为网络化测量模式,激光多边测量网的测量性能,如覆盖范围、测量精度和总体成本等,除与跟踪仪自身性能相关外,还与跟踪仪的位置及数目密切相关^[5-17]。因此,如何合理设计网络布局是激光多边测量网应用中必须解决的重要问题。

目前,国内外关于激光多边测量网的布局研究思路主要分为:1) 通过对测量模型解析寻求最优布局,

收稿日期: 2018-05-18; 修回日期: 2018-06-20; 录用日期: 2018-07-18

基金项目: 国家质量监督检验检疫总局科技计划(2017QK091)

* E-mail: fuyx@simt.com.cn

文献[5-7]给出了4站激光多边测量网的布局限制条件,文献[8-10]针对4站网络的最优布局进行研究,但是此类研究成果的移植性较差,在复杂测量任务中应用受限;2)采用最优化算法自动搜索最优布局,文献[11]采用模式搜索法对激光多边测量网进行布局优化,显著提高了测量精度。文献[12]将遗传算法应用于MScMS-I系统的布局设计,文献[13-17]分别将遗传算法、模拟退火法、粒子群法应用于wMPS系统的布局设计,均获得较为理想的结果,同样具有借鉴意义。但是,上述基于优化搜索的布局设计均是以经验布局作为初值进行优化,经验布局的选择直接影响算法的全局寻优能力,对操作人员的测量经验提出了较高要求,限制了此类方法在实际测量中的应用。

本文提出一种无需初始布局的激光多边测量网布局优化方法。介绍了激光多边测量模型及其不确定度的评定。将遗传算法应用于激光多边测量网的布局优化,建立基于覆盖能力、测量精度和总体成本的目标评价函数,并重点研究基于网络的优化方法,通过全局搜索与局部搜索协调配合,无需初始布局,即可实现全局寻优。实验证明,该方法具有可行性,可大大降低对操作人员布局经验的要求。

2 激光多边测量网

2.1 测量模型

以 n 台激光跟踪仪组成的测量网定位 m 个目标点为例,激光多边测量模型表示为

$$\text{find } \mathbf{V}, \min F =$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \omega_{ij} f_{ij}^2(l_{ij}, \mathbf{T}_j, \mathbf{P}_i) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \omega_{ij} \left[\sqrt{(X_j - x_i)^2 + (Y_j - y_i)^2 + (Z_j - z_i)^2} - l_{ij} \right]^2, \quad (1)$$

式中: \mathbf{V} 为待测量的集合,由 m 个目标点的坐标 $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, z_i)$ 和 n 台跟踪仪的位置 $\mathbf{T}_j = (X_j, Y_j, Z_j)$ 组成; $f_{ij}(l_{ij}, \mathbf{T}_j, \mathbf{P}_i)$ 为由跟踪仪 j 和目标点 i 建立的距离误差方程,其中 l_{ij} 为跟踪仪 j 到目标点 i 的距离实测值; ω_{ij} 为距离误差方程 f_{ij} 的权重,一般与距离值 l_{ij} 的不确定度的平方成反比; $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n_i, n_i$ 表示可测量目标点 i 的跟踪仪的数目,由跟踪仪的工作范围及通视条件决定, $n_i \leq n$ 。

对于(1)式所示模型,若目标点数目 $m \geq 6$,则当且仅当 $n_i \geq 4$ 且 n_i 台跟踪仪的位置不共面时,可通过非线性优化同步确定 m 个目标点的坐标和 n 台跟踪仪的位置。可见,激光多边测量网中跟踪仪的数目和位置,即网络布局,是决定定位目标点的关键因素。

2.2 目标点不确定度评定

目标点的不确定度是表征激光多边测量网测量精度的重要指标^[18]。分析(1)式可知,当 F 取最小值时,下式成立^[19]:

$$\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{L}) = \frac{dF(\mathbf{V}, \mathbf{L})}{d\mathbf{V}} = 0, \quad (2)$$

式中 \mathbf{L} 为距离值 l_{ij} 的集合, $\mathbf{L} = (l_{11}, \dots, l_{1n_1}, \dots, l_{m1}, \dots, l_{mn_m})$ 。(2)式属于多维输出量模型,故根据多维不确定度传播律^[20],输出量 \mathbf{V} 的不确定度矩阵 \mathbf{u}_v 由目标点 i 的坐标不确定度矩阵 $\mathbf{u}_{P_i} =$

$$\begin{bmatrix} u_x^2 & u_{xy} & u_{xz} \\ u_{yx} & u_y^2 & u_{yz} \\ u_{zx} & u_{zy} & u_z^2 \end{bmatrix}, \text{跟踪仪 } j \text{ 的坐标不确定度矩阵}$$

$$\mathbf{u}_{T_j} = \begin{bmatrix} u_X^2 & u_{XY} & u_{XZ} \\ u_{YX} & u_Y^2 & u_{YZ} \\ u_{ZX} & u_{ZY} & u_Z^2 \end{bmatrix}, \text{以及它们之间的协方差组}$$

成, \mathbf{u}_v 主要来源于距离值 l_{ij} 的不确定度 $u_{l_{ij}}$,即

$$\mathbf{u}_v = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{P_1} & \cdots & \mathbf{u}_{P_1, P_m} & \mathbf{u}_{P_1, T_1} & \cdots & \mathbf{u}_{P_1, T_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{u}_{P_m, P_1} & \cdots & \mathbf{u}_{P_m} & \mathbf{u}_{P_m, T_1} & \cdots & \mathbf{u}_{P_m, T_n} \\ \mathbf{u}_{T_1, P_1} & \cdots & \mathbf{u}_{T_1, P_m} & \mathbf{u}_{T_1} & \cdots & \mathbf{u}_{T_1, T_n} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{u}_{T_n, P_1} & \cdots & \mathbf{u}_{T_n, P_m} & \mathbf{u}_{T_n, T_1} & \cdots & \mathbf{u}_{T_n} \end{bmatrix} = \frac{d\mathbf{V}}{d\mathbf{L}} \mathbf{u}_L \left(\frac{d\mathbf{V}}{d\mathbf{L}} \right)^T, \quad (3)$$

式中: \mathbf{u}_L 为 \mathbf{L} 的不确定度,由于各次测量相互独立, $\mathbf{u}_L = \text{diag}(u_{l_{11}}^2, \dots, u_{l_{1n_1}}^2, \dots, u_{l_{m1}}^2, \dots, u_{l_{mn_m}}^2)$, $u_{l_{ij}}$ 与跟踪仪的测距能力和环境条件相关; $d\mathbf{V}/d\mathbf{L}$ 为灵敏度矩阵,即输出量 \mathbf{V} 相对于 \mathbf{L} 的雅可比矩阵,由(2)式隐函数求导计算,表示为

$$\frac{d\mathbf{V}}{d\mathbf{L}} = - \left[\frac{d\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{L})^T}{d\mathbf{V}} \right]^{-1} \frac{d\mathbf{G}(\mathbf{V}, \mathbf{L})^T}{d\mathbf{L}}, \quad (4)$$

将(4)式代入(3)式,即可计算 \mathbf{u}_v ,从而得到目标点 i 的坐标不确定度矩阵 \mathbf{u}_{P_i} 。显然(4)式与 n 台跟踪仪的位置呈函数关系,表明激光多边测量的布局是影响

目标点不确定度的关键因素。

3 优化算法设计

3.1 评价函数

合理的激光多边测量布局须满足^[11-12]:1) 每个目标点均可定位;2) 每个目标点的不确定度均不大于最大允许值;3) 尽可能减少跟踪仪位置数目。因此,从覆盖能力、测量精度和总体成本3个方面设计激光多边测量布局优化的评价函数。

1) 以可定位的目标点的数目表征激光多边测量布局的覆盖能力,即

$$h_1 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m h_{1_i}}{m}, \quad (5)$$

式中 h_{1_i} 表征目标点 i 是否可定位,根据 2.1 节分析,其可表示为

$$h_{1_i} = \begin{cases} \frac{n_i}{4}, & n_i < 4 \\ \frac{3}{4}, & n_i \geq 4, \quad \text{tracker is coplanar} \\ 1, & n_i \geq 4, \quad \text{tracker is not coplanar} \end{cases} \quad (6)$$

显然, $h_1 \in [0, 1]$, 且 h_1 越小,覆盖能力越好。

2) 以不确定度不大于最大允许值 u_{\max} 的目标点的数目表征激光多边测量布局的测量精度,即

$$h_2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{m'} h_{2_i}}{m'}, \quad (7)$$

式中 m' 为所有可定位目标点的数目, h_{2_i} 表征目标点的不确定度与最大允许值 u_{\max} 的关系,即

$$h_{2_i} = \begin{cases} 1, & u_i \leq u_{\max} \\ \frac{u_{\max}}{u_i}, & u_i > u_{\max} \end{cases} \quad (8)$$

需要说明的是,这里的 u_{\max} 、 u_i 既可以表示点位不确定度 $\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$,也可以是坐标不确定度分量 u_x 、 u_y 或 u_z ,具体由给定的精度指标确定。本文采用点位不确定度。显然, $h_2 \in [0, 1)$, 且 h_2 越小,测量精度越好。

3) 以跟踪仪的位置数目表征激光多边测量布局的总体成本,即

$$h_3 = \begin{cases} 0, & n \leq n_{\max} \\ 1 - \frac{n_{\max}}{n}, & n > n_{\max} \end{cases}, \quad (9)$$

式中 n_{\max} 为跟踪仪位置的最大允许数目。显然, $h_3 \in [0, 1)$, 且 h_3 越小,总体成本越小。

综上,激光多边测量布局优化的评价函数定义为

$$\min H(\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_n) = k_1 h_1 + k_2 h_2 + k_3 h_3, \quad (10)$$

式中 k_s 为赋予 h_s 的权重, $s=1, 2, 3$, 该权值一般根据经验设计,也可在优化过程中动态调整。因此,激光多边测量布局优化的目的即为在给定的区域内寻找一种 H 值较低的布局。

3.2 基于网格的优化方法

遗传算法是一种具有自适应能力和全局性的概率搜索算法^[21]。采用遗传算法求解最优布局涉及4个主要的环节,即编码、选择、交叉和变异。相较其他3个环节,编码决定个体与可行解是否一一对应,在算法的收敛性和效率方面扮演更重要的角色,故本文仅对编码环节进行讨论,并重点研究基于网格的优化方法。

在遗传算法中,一个个体表征一种布局,即一个由 n 台跟踪仪的位置构成的集合,包含 $3n$ 个未知数,表示为

$$\mathbf{C} = (\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_n). \quad (11)$$

理论上, \mathbf{C} 在三维空间内连续变化;但实际中,受跟踪仪现场安置的成本和精度的限制, \mathbf{C} 是离散的,采样间隔不等。因此,以采样间隔对布局区域进行网格划分并编号,以网格点序号 τ_j 代替跟踪仪的位置 \mathbf{T}_j , 并以 $\tau_i = 0$ 表征跟踪仪 i 未使用,则个体简化为

$$\mathbf{C} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{n_{\max}}). \quad (12)$$

将(12)式称为局部网格编码。相较于(11)式,其可缩短个体长度,有效提高搜索效率;并且,个体长度与网格疏密无关,可实现细致搜索。但是,其与布局一一对应的前提是当且仅当每台跟踪仪的布局区域已知,且每个区域单独划分,否则可能发生多个个体对应同一布局的情况,如 $\mathbf{C}_1 = (1, 4, 6)$ 和 $\mathbf{C}_2 = (4, 1, 6)$, 影响搜索效率,甚至造成优化发散。因此,局部网格编码适于对已知初始布局的激光多边测量进行局部优化。

初始布局影响算法的全局收敛性,通常由经验或理论分析获得,对于复杂测量模型及场景,往往较为困难。针对此问题,考虑网格点序号的有序性和唯一性,设计全局网格编码方式,即对整个布局区域进行网格划分,并将个体表示为

$$\mathbf{C} = (\underbrace{1, 0, 1, 1, \dots, 0, 1}_{n_r}), \quad (13)$$

式中 n_r 为网格的数目,其中 1 表征网格 τ_s 处有跟踪仪,0 表征网格 τ_s 处无跟踪仪, $s=1, 2, \dots, n_r$ 。需要说明的是,网格的数目 n_r 决定个体长度,与搜

索速度成反比,网格不易过于密集,故全局网格编码适用于获得激光多边测量的初始布局。

综上所述,采用基于网格的优化方法,通过全局搜索和局部搜索相结合优化激光多边测量的布局:1) 对整体布局区域进行全局网格编码,通过全局优化得到每台跟踪仪的布局区域;2) 对每台跟踪仪的布局区域进行局部网格编码,通过局部优化得到最佳的激光多边测量布局。

4 实验与分析

实验设计如图 1 所示,采用莱卡 AT930 激光跟踪仪对分布在 $5\text{ m} \times 3\text{ m} \times 1.5\text{ m}$ 测量空间内的 14 个目标点进行激光多边测量。考虑到跟踪仪的可调高度,其布局区域(蓝色区域)为 2 层宽 1 m 的“回”型区域,分别高 0.5 m 和 1.5 m。综合仪器性能和环境条件,跟踪仪测距的标准不确定度为 $0.4\text{ }\mu\text{m/m}$ 。布局要求如下:1) 14 个目标点均可定位;2) 14 个目标点的标准不确定度 $\leq 10\text{ }\mu\text{m}$;3) 跟踪仪的位置数目 ≤ 8 。

采用基于网格的优化方法进行布局设计,网格划分如图 2 所示。首先,整个布局区域划分为 24 个 $2\text{ m} \times 1\text{ m}$ 的全局网格,并以各网格中心点作为节点进行全局网格编码,通过全局搜索得到如图 3(a) 所示的初步优化布局;然后,在此基础上,将每台跟踪仪的布局区域按间隔 0.5 m 进行局部网格编码,共 15 个节点,通过局部搜索得到激光多边测量最终优化布局,如图 3(b) 所示。此外,还采用一种经验布

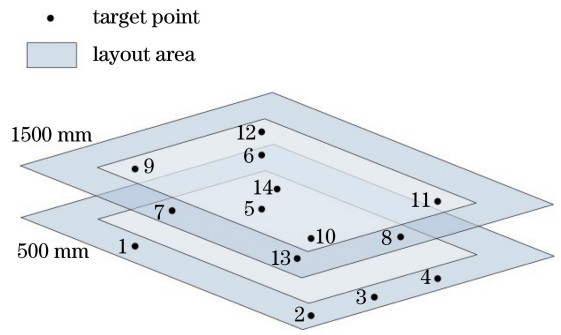


图 1 目标点及布局区域示意图

Fig. 1 Schematic of target points and layout area

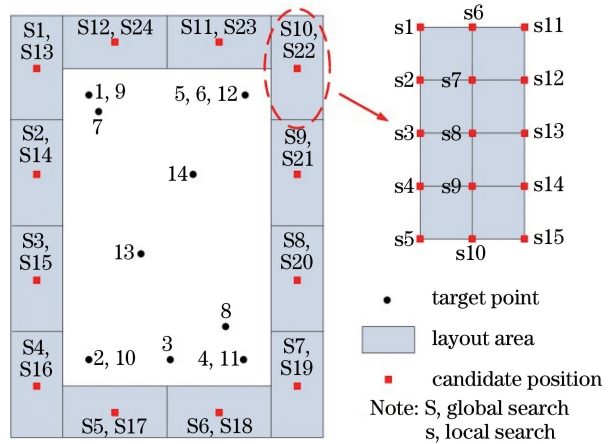


图 2 全局搜索及局部搜索的网格划分

Fig. 2 Mesh generation for global search and local search
局,即跟踪仪位置均匀分布,作为对比,如图 3(c) 所示。3 种布局的跟踪仪位置坐标见表 1。

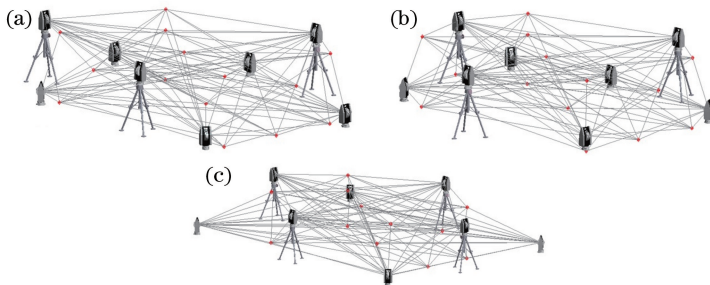


图 3 3 种激光多边测量布局。(a) 全局搜索;(b) 全局搜索+局部搜索;(c) 均匀布局

Fig. 3 Three layouts of laser multilateration. (a) Global search; (b) global search+local search; (c) uniform layout

图 4 比较了 3 种布局下目标点的标准不确定度。由图 4 可知:1) 无需初始布局,全局搜索设计了只存在 5 个不符合目标点的布局,且目标点的标准不确定度均 $\leq 0.012\text{ mm}$;2) 全局搜索与局部搜索相结合的布局,14 个目标点的标准不确定度均 \leq

0.010 mm ;3) 跟踪仪均匀分布的布局,仅有 4 个目标点符合布局要求,目标点的标准不确定度最大值为 0.017 mm 。由此证明,基于网格的优化方法,无需初始布局,通过全局搜索和局部搜索配合实现全局寻优,在实际测量方案设计中具有良好的实用性。

表1 3种激光多边测量布局的坐标

Table 1 Coordinates for three layouts of laser multilateration

Layout		1	2	3	4	5	6	7	8
Global search	X	500	5500	6000	1500	-1000	3500	3500	-1000
	Y	-1000	-1000	2500	4000	2500	-1000	4000	500
	Z	500	500	500	500	500	1500	1500	1500
Global search+ local search	X	0	5500	5500	2000	-500	3000	4500	-500
	Y	-500	-500	3000	3500	3000	-1500	3500	1500
	Z	500	500	500	500	500	1500	1500	1500
Uniform layout	X	-1500	6500	6500	6500	2500	6500	2500	-1500
	Y	-1500	-1500	4500	-1500	-1500	1500	4500	1500
	Z	500	500	500	500	1500	1500	1500	1500

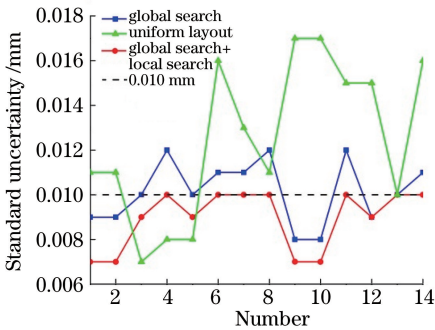


图4 3种激光多边测量布局的不确定度比较
Fig. 4 Uncertainty comparison among three layouts of laser multilateration

5 结 论

在分析激光多边测量模型的基础上,从覆盖能力、测量精度和总体成本等方面,研究、量化了激光多边测量的布局问题,建立了多目标评价函数。同时,在遗传算法的基础上,提出基于网格的布局优化方法,通过全局搜索和局部搜索相结合,无需初始布局即可实现全局寻优。实验结果表明:相较于经验布局,仅采用全局搜索可改善测量性能,采用全局搜索配合局部搜索即可完全达到测量要求。因此,基于网格的布局优化方法在激光多边测量布局优化中具有良好的实用性,大大降低了对操作人员布局经验的要求。

实验中未考虑障碍物遮挡对通视条件的影响,布局区域较为理想,因此下一步将借鉴计算机图形学中的线段与三角形的相交检测问题^[22],研究通视条件自动判定方法,以期提高激光多边测量布局优化方法的自动化程度,更好地为工程应用提供测量方案。

参 考 文 献

[1] Lin J R, Zhu J G, Guo Y, *et al.* Establishment of

precise three-dimensional coordinate control network in field large-space measurement [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2012, 48(4): 6-11.

林嘉睿, 郑继贵, 郭寅, 等. 现场大空间测量中精密三维坐标控制网的建立 [J]. *机械工程学报*, 2012, 48(4): 6-11.

[2] Xie Z W, Lin J R, Zhu J G, *et al.* Accuracy enhancement method for coordinate control field based on space length constraint [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(1): 0108005.

谢政委, 林嘉睿, 郑继贵, 等. 基于空间长度约束的坐标控制场精度增强方法 [J]. *中国激光*, 2015, 42(1): 0108005.

[3] Chen H F, Zheng B W, Shi Z Y, *et al.* CMM spatial coordinate correction method based on laser tracer multistation measurement [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2017, 44(3): 0304003.

陈洪芳, 郑博文, 石照耀, 等. 基于激光追踪仪多站位测量的CMM空域坐标修正方法 [J]. *中国激光*, 2017, 44(3): 0304003.

[4] Chen H F, Sun Y Q, Wang Y W, *et al.* High-precision laser tracking measurement method and experimental study [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(1): 0104003.

陈洪芳, 孙衍强, 王亚韦, 等. 高精度激光追踪测量方法及实验研究 [J]. *中国激光*, 2018, 45(1): 0104003.

[5] Takatsuji T, Koseki Y, Goto M, *et al.* Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration [J]. *Measurement Science and Technology*, 1998, 9(8): 1357-1359.

[6] Hu Z H, Wang J, Liu Y D, *et al.* Arrangement and simulation of laser tracking system for measuring coordinate with distance-measured-only [J]. *Optical Technology*, 2000, 26(5): 395-399.

胡朝晖, 王佳, 刘永东, 等. 纯距离法激光跟踪坐标

- 测量系统的布局与仿真[J]. 光学技术, 2000, 26(5): 395-399.
- [7] Takatsuji T, Goto M, Kirita A, *et al.* The relationship between the measurement error and the arrangement of laser trackers in laser trilateration[J]. Measurement Science and Technology, 2000, 11(5): 477-483.
- [8] Lin Y B, Zhang G X, Li Z, *et al.* Optimal arrangement of four-beam laser tracking system for 3D coordinate measurement[J]. Chinese Journal of Lasers, 2002, 29(11): 1000-1005.
林永兵, 张国雄, 李真, 等. 四路激光跟踪三维坐标测量系统最佳布局[J]. 中国激光, 2002, 29(11): 1000-1005.
- [9] Hu J Z, Yu X F, Peng P, *et al.* Layout optimization of three-dimensional coordinate measurement system based on laser multi-lateration[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(1): 0108006.
胡进忠, 余晓芬, 彭鹏, 等. 基于激光多边法的坐标测量系统布局优化[J]. 中国激光, 2014, 41(1): 0108006.
- [10] Wang J D, Sun R K, Zeng X T, *et al.* Research on base station layout of multi-station and time-sharing measurement by laser tracker[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(4): 0404001.
王金栋, 孙荣康, 曾晓涛, 等. 激光跟踪多站分时测量基站布局研究[J]. 中国激光, 2018, 45(4): 0404001.
- [11] Wang Z, Forbes A, Maropoulos P G. Laser tracker position optimization [C] // Proceedings of the 8th International Conference on Digital Enterprise, 2014.
- [12] Galetto M, Pralio B. Optimal sensor positioning for large scale metrology applications [J]. Precision Engineering, 2010, 34(3): 563-577.
- [13] Zheng Y Y, Zhu J G, Xue B, *et al.* Network deployment optimization of indoor workspace measurement and positioning system [J]. Opto-Electronic Engineering, 2015, 42(5): 20-26.
郑迎亚, 郑继贵, 薛彬, 等. 室内空间测量定位系统网络布局优化[J]. 光电工程, 2015, 42(5): 20-26.
- [14] Yue C, Xiong Z, Xue B. Station deployment of workspace measuring and positioning system based on simulated annealing particle swarm algorithm[J]. Opto-Electronic Engineering, 2016, 43(7): 67-73.
岳翀, 熊芝, 薛彬. 基于模拟退火-粒子群算法的wMPS布局优化[J]. 光电工程, 2016, 43(7): 67-73.
- [15] Ren Y. Research on accuracy analysis and algorithm of heterogeneous-network coordinate measurement [D]. Tianjin: Tianjin University, 2016.
任瑜. 异构网络坐标测量精度分析与算法研究[D]. 天津: 天津大学, 2016.
- [16] Xiong Z, Yue C, Tu J, *et al.* Multi-station network layout optimization of workspace measuring and positioning system [J]. Electrical Engineering and Automation, 2017: 110-117.
- [17] Zhang Y H, Lin J R, Ren Y, *et al.* Placement optimization for workshop measurement and positioning system based on genetic algorithm [J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2017, 30(5): 746-751.
张耀华, 林嘉睿, 任瑜, 等. 基于遗传算法的wMPS系统布局优化研究[J]. 传感技术学报, 2017, 30(5): 746-751.
- [18] Lequin R M. Guide to the expression of uncertainty of measurement: point/counterpoint [J]. Clinical Chemistry, 2004, 50(5): 977-978.
- [19] Huang P. Optimization theory and algorithm [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.
黄平. 最优化理论与方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [20] International Organization for Standardization. Evaluation of measurement data-Supplement 2 to the " Guide to the expression of uncertainty in measurement"-Extension to any number of output quantities: ISO/IEC Guide 98-3:2008/Suppl 2:2011 [S/OL]. [2018-05-18]. <https://www.iso.org/obp/ui/#iso:std:iso:guide:98:-3:ed-1:v2:suppl:2:v1:en>
- [21] Oh S C, Tan C H, Kong F W, *et al.* Multiobjective optimization of sensor network deployment by a genetic algorithm [C] // Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 2007: 3917-3921.
- [22] Möller T, Trumbore B. Fast, minimum storage ray-triangle intersection[J]. Journal of Graphics Tools, 1997, 2(1): 21-28.