# 薄膜弯曲振动驱动液体变焦透镜的机理

许珂1\*\*, 李华2\*, 萌廷学2

<sup>1</sup>苏州科技大学数理学院, 江苏 苏州 215000; <sup>2</sup>苏州科技大学机械学院, 江苏 苏州 215000

摘要 提出了一种薄膜弯曲振动驱动液体变焦透镜的新型结构,理论分析和实验研究了该新型透镜的机理。结果 表明,在薄膜弯曲振动驱动下,此透镜的压强为中心大边缘小,此透镜为凸透镜,其焦距随输入电压的增大而减小, 焦距的变化范围为 10~60 mm。该透镜结构简单、轻薄且变焦范围大于其他液体变焦透镜,具有较强的实际应用 价值。

关键词 光学设计;变焦系统;超声驱动;压强分布

**中图分类号** O439 文献标识码 A

doi: 10.3788/LOP55.092202

## Mechanism of Focus-Variable Liquid Lens Driven by Bending Vibration of Thin Films

Xu Ke<sup>1\*\*</sup>, Li Hua<sup>2\*</sup>, Mao Tingxue<sup>2</sup>

<sup>1</sup> School of Mathematics and Physics, Suzhou University of Science and Technology,

Suzhou, Jiangsu 215000, China;

<sup>2</sup> School of Mechanical Engineering, Suzhou University of Science and Technology, Suzhou, Jiangsu 215000, China

**Abstract** A novel structure for the focus-variable liquid lens driven by the bending vibration of thin films is proposed, and the mechanism of this proposed novel lens is theoretically analyzed and experimentally investigated. The results show that, under the driving of the bending vibration of the thin films, the pressure in this proposed lens is large in its center and small in its edge, which indicates that this lens is a convex lens. Meanwhile, its focal length decreases with the increase of input voltage, and the focal length range is 10-60 mm. This proposed lens has a simple and thin structure, and a larger zoom range than that of other liquid zoom lenses, and thus has the strong practical application value.

**Key words** optical design; focus-variable system; ultrasonic drive; pressure distribution **OCIS codes** 220.4830; 220.3630; 220.4000

### 1引言

随着科学技术的发展,变焦透镜在许多领域得 到广泛应用,如手机或者照相机的镜头设备。传统 的光学变焦系统需要大量的透镜作机械运动,不仅 成本高,而且工艺复杂。新型的光学变焦系统不需 要作机械运动<sup>[1]</sup>,且体积较小,适用于更多的领 域<sup>[2]</sup>。因此,研究结构简单、紧凑、响应速度快的新 型变焦透镜具有十分重要的意义<sup>[3]</sup>,液体透镜就是 一种新型变焦透镜。大多数液体透镜变焦是利用了 电湿润现象,其原理是通过改变液体和绝缘基板之 间的电压来改变液滴在基板上的接触角,从而改变 焦距<sup>[4]</sup>。此外,利用液体折射率梯度变化的液晶变 焦透镜<sup>[5]</sup>也得到了迅速发展,如低电压驱动的液晶 透镜<sup>[6]</sup>和液晶透镜阵列<sup>[7]</sup>。还可以通过对腔体内的 液体加压来改变腔体内的液体分布,进而改变腔体 表面透明弹性薄膜或物质自身表面的曲率半径,从 而实现焦距的改变<sup>[8]</sup>。本文利用薄膜弯曲振动驱动 实现了液体变焦透镜的变焦,圆环压电陶瓷沿厚度方 向的振动会带动薄膜弯曲振动,从而对内腔液面施加 压力,当液体分界面中声波的折射压强呈一定规律分 布时,液体表面发生形变,透镜的焦距发生变化。

收稿日期: 2018-03-15; 修回日期: 2018-03-22; 录用日期: 2018-04-02

<sup>\*</sup> E-mail: 1667190497@qq.com; \*\* E-mail: yuanyuanzigz@163.com

### 2 驱动机理分析

### 2.1 透镜结构

所设计的变焦透镜结构如图 1 所示。中心位 置是一个环形压电陶瓷片,材料选用较高灵敏度、 机械激励振幅大、机械损耗低且介电损耗低<sup>[9]</sup>的 陶瓷材料 PZT4。硅胶的热稳定性好,粘滞系数比 水溶液大,可以最大限度降低温度对透镜的影响, 故空腔中的液体选择硅胶。圆环压电陶瓷底部用 耐高温的环氧树脂胶粘连 PET 圆形薄膜,上表面 硅胶直接接触空气。在 PZT 圆环镀银的上下表面 焊接两根金属丝作为电极,在两个电极间施加一 定频率的超声电源以驱动圆环压电陶瓷在厚度方 向振动,薄膜发生弯曲振动。此时,透镜内有沿径 向的压强分布,硅胶表面发生形变,透镜的焦距发 生变化。



图 1 液体变焦透镜结构示意图

Fig. 1 Structural diagram of focus-variable liquid lens

### 2.2 薄膜振动

根据薄板的弯曲振动理论<sup>[10]</sup>,薄圆盘弯曲振动 的位移分布可以表示为

 $y(\rho,t) = [AJ_0(k_n\rho) + BI_0(k_n\rho)] \exp(j\omega t),$ (1)

式中 J<sub>0</sub>( $k_n\rho$ )为第一类零阶贝塞尔函数; I<sub>0</sub>( $k_n\rho$ )为 第一类零阶变型贝塞尔函数;  $k_n^4 = \rho_v h \omega^2 / D$ ,其中板 的弯曲刚度  $D = Eh^3 / [12(1 - \sigma^2)], \rho_v$ 为薄板密度, h 为圆盘的厚度,  $\sigma$  为泊松系数;  $\omega$  为圆环谐振角频 率,  $\rho$  为圆盘半径, t 为圆盘振动时间,  $k_n$  为圆盘弯 曲振动对应的波数, A 和 B 为待定系数。当边缘固 定时,薄板振动方程表示为

$$J_{0}(k_{n}a) I_{0}(k_{n}a) + J_{1}(k_{n}a) I_{0}(k_{n}a) = 0,$$
  

$$n = 1, 2, 3, \cdots,$$
(2)

式中 *a* 为圆盘的半径,正整数 *n* 表示节圆数。由 (2)式得到薄圆盘振动的共振频率为

$$f_{n} = \frac{(k_{n}a)^{2}h}{2\pi a^{2}} \sqrt{\frac{E}{12\rho(1-\sigma^{2})}}, \ n = 1, 2, 3, \cdots,$$

式中a = 7.5 mm,圆盘厚度h = 0.7 mm,E为圆盘 的弹性模量。将薄膜的参数代入弯曲振动薄圆环的 频率方程可求 $k_{a}a$ 的值。PET 薄膜的弹性模量为  $3.3 \times 10^{3}$  MPa, 泊松比为 0.37, 密度为 1.19 ×  $10^{3}$  kg•m<sup>-3</sup>,经过计算得到薄圆盘出现不同节圆 数的共振频率,结果见表 1。

表1 共振频率计算结果

Table 1 Calculation results of resonance frequency

n	1	2	3	4	5
Frequency /	10.47	40.76	91.32	162.11	253.14
kHz					
$k_n a$	3.1962	6.3064	9.4394	12.5771	15.7164

#### 2.3 声压分布

圆盘的半径为 a,设圆盘的圆心为坐标原点,z 轴过原点且与圆盘垂直,x 轴、y 轴为任意互相垂直 的两个圆盘直径,如图 2 所示。将圆盘表面分成无 限多个微小的面元,每一个微小面元可以看作一个 点声源。



图 2 弯曲振动圆盘辐射声场的计算示意图 Fig. 2 Diagram for calculating acoustic field radiated by bending vibration disk

在坐标系中,声场中任一观察点 P 相对于坐标 原点距离为r,与z 轴夹角为 $\theta$ 。在圆盘上任取一 微小面元 dS,极径为 $\rho$ ,极角为 $\varphi$ ,则 dS 在观察点 P 处产生的声压<sup>[11]</sup>为

$$\mathrm{d}p = \frac{\mathrm{j}k_{1}c_{0}\rho_{0}u}{2\pi H} \exp\left[\mathrm{j}\left(\omega t - k_{1}H\right)\right] \mathrm{d}S, \quad (4)$$

式中 $k_1$ 为圆盘谐振频率时的波数,H为观察点到 面元的距离, $c_0$ 为波速, $\rho_0$ 为介质静态密度,u为声 源的振动速度,t为时间。当频率为 162.11 kHz 时,根据表 1 可知,薄膜有四个节圆,且 $k_4a =$ 12.5771。由图 2 可知, $H^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos(r,\rho)$ , 对(4)式积分得到

$$p = -\iint \frac{k_1 \rho_0 c_0 \omega}{2\pi H} \left[ A J_0(k_1 \rho) + B I_0(k_1 \rho) \right] \cdot \exp\left[ i \left( \omega t - k_1 H \right) \right] dS_0$$
(5)

#### 2.4 分界面压强分析

由于声波在两种阻抗不同的介质分界面上会发 生反射和折射,会有反射压强和折射压强产生。硅 胶和空气都是流体,故反射波和折射波中只有纵波

(3)

#### 没有横波。

根据声波反射和折射定律,声波遇到分界面反 射时,反射角等于入射角,则折射波压强与入射波压 强之比为 $t_p = 2z_{s2}/(z_{s2} + z_{s1})$ ,其中 $z_{s2}$ , $z_{s1}$ 分别为 入射波和折射波压强与相应质点速度法向分量的比 值<sup>[12]</sup>。声波在分界面反射的情况如图 3 所示,其中  $p_t$ 为折射压强,在第一介质中声压 $p_1 = p_i + p_r$ ,在 第二介质中声压 $p_2 = p_t$ 。分界面z = 0处满足边界 条件<sup>[13]</sup>:1)声压的连续性,即 $p_1 = p_2$ ;2)法线振动 速度连续,即 $u_{1z}(x,z,t)|_{z=0} = u_{2z}(x,z,t)|_{z=0}$ 。



图 3 分界面斜入射情况 Fig. 3 Oblique incidenceat interface

由边界条件可知,分界面上受到的力也是连续的,第一介质中受到的力为入射压强与反射压强施 加的压力和,第二介质中受到的力为折射压强施加 的力,这两个力大小相等方向相同,方向为从硅胶指 向空气。透镜的表面形状由折射压强决定,且透镜 的形貌规律与折射压强的分布规律相同。

压电陶瓷外径为 35 mm,内径为 15 mm,高为 5 mm,内腔中填充高 5 mm的硅胶溶液。图 4 所示 为分界面表面上任一直径上的折射压强分布,原点 为圆环压电陶瓷的圆心,坐标原点处折射压强最大, 且随着半径的增大折射压强减小,当减小到最小值 时折射压强又会随着半径的增大而缓慢增大。薄膜 弯曲振动产生不同的压强分布,在硅胶和空气的分 界面处,声波会发生反射和折射,分界面的总压力由



图 4 分界面折射压强分布



折射压强产生,液体透镜的表面形状由折射压强的 大小决定,压强大的地方形变比较明显,压强小的地 方形变不明显,分界面表面凸起,故理论分析透镜为 凸透镜。

### 3 实验研究

为验证理论分析的结果,搭建了实验平台,测试 了分界面的压强分布和透镜表面形状,为了进一步 测试透镜效果,进行了透镜成像实验。

### 3.1 实验条件及系统

制作了薄膜弯曲振动驱动液体变焦透镜,其由 35 mm×15 mm×5 mm圆环压电陶瓷、0.7 mm厚的PET薄膜和 5 mm高的硅胶组成。搭建了液体 透镜的实验系统,如图 5 所示。



Fig. 5 Experimental system of liquid lens

#### 3.2 压强分布实验

利用灵敏度为 0.145 mV/Pa 的探针式水听器 作为传感器,测量硅胶表面沿径向方向上的压强。 压强传感器连接示波器,圆环压电陶瓷连接数字信 号发生器和功率放大器,微移动平台控制距离。输 入电压分别为 40,80,120 V时,使传感器距离底面 薄膜 5 mm,即探针式水听器接触硅胶表面,并且水 听器的侧面接触到圆环压电陶瓷内径,沿着圆环径 向方向移动微移动平台,每隔 0.5 mm 测量一次,多 次测量不同径向方向上的压强并取平均值,测量结



Fig. 6 Pressure distributions along different radial directions

### 果如图6所示。

坐标原点即圆环压电陶瓷中心压强最大,输入 电压为 40,80,120 V时,在距离圆心 4 mm 范围内 压强随距离的增大而减小,当距离大于 4 mm 时,压 强几乎不变。理论上,在距离圆心 3.5 mm 范围内 压强随距离的增大而减小,大于 3.5 mm 时压强变 化相对缓慢。实验结果与理论一致。并且随着输入 电压的增大压强增大,当输入电压增大到 80 V 后压 强几乎不变。

### 3.3 透镜表面形状实验

将制作好的圆环压电陶瓷变焦透镜放置在平台



上,使用光纤位移传感器测量硅胶表面任意直径上的位移变化。将透镜连接数字信号发生器和功率放 大器,频率选择164 kHz,当电压为0 V时,硅胶液 面静止不动,但由于表面张力的存在液面不是完全 水平的,使用光纤位移传感器在压电陶瓷圆环内径 上任一反光点处测量位移,用微移动平台控制距离, 在一条直径上每移动0.5 mm测量一次,即可得到 0 V时沿着一条直径的硅胶表面形状。逐渐增大电 压,硅胶液面凸起程度越大,当电压为40,80,120 V 时重复上述实验步骤,即可得到不同电压下沿一条 直径上的硅胶表面形状,结果如图7(a)所示。



图 7 透镜表面变化。(a)位移变化;(b)三维图

Fig. 7 Surface changes of lens. (a) Displacement change; (b) three dimensional graph

从图 7(a)中可以看出,原点发生形变最大,且随 着半径的增大形变减小,表明透镜为凸透镜。当电压 增大时透镜形变也增大,到 80 V 后形变量几乎不变。 对 40 V 时的位移变化曲线进行拟合,由于不同直径 上的形变几乎相同,故将拟合后的曲线绕 z 轴旋转, 得到透镜表面三维图像,如图 7(b)所示,可以清晰看 出透镜为凸透镜。压强分布实验和透镜表面形状实 验相比较发现,表面压强大的地方形变比较明显,压 强小的地方形变相对较小,当驱动电压增加时,压强 和表面形变都增大,电压大于 80 V 时两者趋于不变。

### 3.4 透镜的成像实验

搭建一个物距为 3.5 mm,像距为 295 mm 的光

学平台,如图 8(a)所示。改变透镜的输入电压,拍 摄各个输入电压下成像的情况,通过 MATLAB 图 像处理的方法得到变焦透镜的放大率,使用高斯公 式计算得到变焦透镜在不同电压下的焦距,结果如 图 8(b)所示。图 8(b)所示两条曲线分别代表水平 方向和竖直方向的焦距,随着电压的增大,超声驱动 变焦透镜的焦距减小,其焦距范围为 10~60 mm。 在电压为 20~80 V 时焦距变化比较明显,电压 80 V后焦距几乎不变,与声压实验和透镜表面形变 实验结果相同。水平方向和竖直方向的焦距没有完 全重合,表明透镜有畸变存在。

图 9 所示为实验成像效果图。将十字标准尺作



图 8 透镜的成像实验。(a)实验平台;(b)不同电压下的透镜焦距

Fig. 8 Imaging experiment by lens. (a) Experimental platform; (b) focal lengths of lens under different voltages

为观察物放置在金属架的底部,在两个电极之间施 加一个频率为164 kHz的信号,当驱动电压为0 V 时,成像效果如图9(a)所示,当驱动电压为40 V 时,液体表面形状发生改变,透镜的焦距也随之改 变,成像效果如图10(b)所示,十字标准尺中心边长 为1 mm的正方形边长变大。



图 9 不同电压下的透镜成像效果图。(a) 0 V;(b) 40 V Fig. 9 Imaging effects of lens under different voltages. (a) 0 V; (b) 40 V

### 4 结 论

研究了薄膜弯曲振动驱动的液体变焦透镜的机 理。实验证明了该透镜为凸透镜,透镜中心压强最 大,随着半径的增大压强减小;透镜中心形变量最 大,随着透镜半径的增大形变量减小;输入电压不同 焦距不同,输入电压越大焦距越小,焦距的变焦范围 为10~60 mm。理论分析和实验结果相一致。

### 参考文献

- [1] Cheng H T, Guo S J, Lü J, et al. Research development trends of zoom system with variable focal power device[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(8): 080007.
  程洪涛,郭世俊,吕杰,等.可调光焦度器件的变焦 光学系统研究发展趋势[J].激光与光电子学进展, 2016,53(8): 080007.
- [2] Liang Z C, Xu N, Tu X H, et al. Novel integrated device of optofluidic variable-focus microlens array [J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(9): 32-35.
  梁忠诚,徐宁,涂兴华,等.新颖的微流控光学变焦透镜阵列集成器件[J].光电工程, 2008, 35(9): 32-35.
- [3] Kang M, Yue R F, Wu J G, et al. Conical tube employed variable focus liquid lens based on EWOD[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2006, 19(5): 1768-1770.

康明, 岳瑞峰, 吴建刚, 等. 基于 EWOD 的锥形管状 结构液体变焦透镜阴[J]. 传感技术学报, 2006, 19 (5): 1768-1770.

[4] Hu X D, Qu C, Zhang S G, et al. Variable focus ionic liquid lens based on electrowetting [J]. OptoElectronic Engineering, 2012, 39(2): 53-58. 胡晓东,曲超,张世国,等.电润湿离子液体变焦透 镜[J].光电工程, 2012, 39(2): 53-58.

- [5] Zheng J H, Wang Y N. Research on progress of liquid crystal micro-lens[J]. Optical Instruments, 2014, 36(2): 182-188.
  郑继红, 王雅楠. 液晶微透镜技术研究新进展[J]. 光学仪器, 2014, 36(2): 182-188.
- [6] Yang L, Wang M S, Xü G Q, et al. Design and optimization of low voltage driving variable focal length liquid crystal lens [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0922003.
  杨兰, 王敏帅, 徐恭勤, 等. 低电压驱动液晶变焦透

镜的设计与优化[J].光学学报,2017,37(9): 0922003.

- [7] Lei Y, Tong Q, Zhang X Y. Liquid crystal microlens array for dual mode imaging[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0511004.
  雷宇,佟庆,张新宇.基于双模成像的液晶微透镜阵 列[J].光学学报, 2016, 36(5): 0511004.
- [8] Ren H W, Wu S T. Variable-focus liquid lens [J]. Optics Express, 2007, 15(10): 5931-5936.
- [9] Tanaka T. Piezoelectric ceramic material [M]. Chen J Y, Tu Y J, Transl. Beijing: Science Press, 1982: 154-178.
  田中哲郎. 压电陶瓷材料 [M]. 陈俊彦, 土余君, 译. 北京: 科学出版社, 1982: 154-178.
- [10] Li H, Ren K, Yin Z, et al. Study on sonic focusing properties of ultrasonic vibration spherical focusing system based on longitudinal-bending vibration conversion[J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2014, 36(6): 450-455.
  李华,任坤,殷振,等.纵弯转换超声振动球面聚焦 系统聚焦特性研究[J]. 压电与声光, 2014, 36(6):
- [11] Li J, Ren Z J, Lin S Y. Radiated sound field of ring plunger [J]. Journal of Shaanxi Normal University (Natural Science Edition), 2003, 31(4): 28-31.
  李锦,任中杰,林书玉.环状活塞换能器辐射声场研究[J].陕西师范大学学报(自然科学版), 2003, 31 (4): 28-31.

450-454.

- [12] Xu X M. Acoustics foundation[M]. Beijing: Science Press, 2003: 143-155.
   许肖梅. 声学基础[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 143-155.
- [13] Feng N. Ultrasonics handbook [M]. Nanjing: Nanjing University Press, 1999: 54-59.
  冯诺.超声手册 [M].南京:南京大学出版社, 1999: 54-59.